

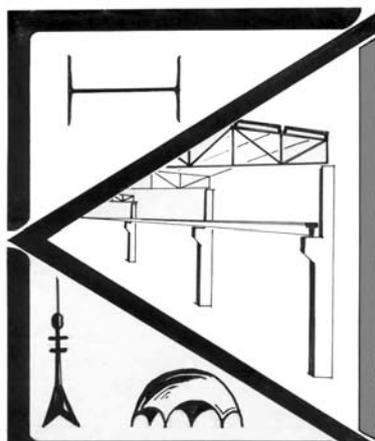
МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Промышленное и гражданское строительство»

# ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ И КАМЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

*Методические рекомендации к практическим занятиям  
для студентов специальности 1-70 02 01  
«Промышленное и гражданское строительство»  
очной и заочной форм обучения*

**Часть 2**



Могилев 2021

УДК 69.059  
ББК 38.7  
Ж51

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Промышленное и гражданское строительство»  
«28» декабря 2020 г., протокол № 7

Составитель канд. техн. наук Ю. Г. Москалькова

Рецензент канд. техн. наук, доц. О. В. Голушкова

В методических рекомендациях для изгибаемых элементов железобетонных конструкций приведены расчет сопротивления сечений, наклонных к продольной оси элемента, а также расчет по трещиностойкости и по деформациям. Рекомендации содержат теоретический материал и примеры расчета согласно положениям действующих ТНПА.

Учебно-методическое издание

## ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ И КАМЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

### Часть 2

Ответственный за выпуск	С. Д. Макаревич
Корректор	Е. А. Галковская
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 66 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2021

## Содержание

Введение . . . . .	4
1 Проверки предельных состояний несущей способности при действии поперечных сил . . . . .	5
1.1 Расчет сопротивления железобетонных элементов без поперечного армирования . . . . .	5
1.2 Расчет сопротивления железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил на основе стержневой модели . . . . .	7
1.3 Общий метод расчета железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил . . . . .	11
2 Ограничение ширины раскрытия трещин . . . . .	15
2.1 Общие положения проверки предельных состояний эксплуатационной пригодности (SLS) . . . . .	15
2.2 Общие положения ограничения ширины раскрытия трещин . . . . .	17
3 Расчет железобетонных конструкций по деформациям . . . . .	23
3.1 Общие положения расчета по деформациям . . . . .	23
3.2 Проверка прогибов прямым расчетом . . . . .	24
3.3 Элементы (или участки элементов), работающие без трещин . . . . .	28
4 Принципы проверки сопротивления сечений и конструирования сжатых железобетонных элементов . . . . .	31
4.1 Проверка предельных состояний несущей способности сжатых элементов с использованием модели сопротивления сечения, основанной на прямоугольной эпюре напряжений . . . . .	31
4.2 Учет влияния продольного изгиба при проверке предельных состояний несущей способности сжатых элементов . . . . .	36
4.3 Основные требования по конструированию сжатых элементов . . . . .	38
5 Принципы проверки сопротивления сечений и конструирования растянутых элементов . . . . .	40
Список литературы . . . . .	42
Приложение А . . . . .	43
Приложение Б . . . . .	44
Приложение В . . . . .	46

## Введение

Методические рекомендации разработаны в соответствии с требованиями действующих ТНПА по проектированию железобетонных конструкций СП 5.03.01–2020. *Бетонные и железобетонные конструкции.*

Настоящие рекомендации предназначены для студентов специальности 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» всех форм обучения для решения задач на практических занятиях с целью приобретения навыков практических расчетов и конструирования железобетонных элементов без предварительного напряжения рабочей арматуры.

Методические рекомендации также могут быть полезны студентам строительного факультета при выполнении расчетно-конструктивного раздела дипломного проекта.

При использовании данных методических рекомендаций в процессе решения задач студентам целесообразно руководствоваться прежде всего положениями действующих ТНПА, обращая внимание на изменения к ним (при наличии изменений). Перечень действующих ТНПА доступен на <https://normy.by/fond.php> и <https://tnpa.by>.

Все условные обозначения и определения соответствуют рассмотренным в *методических рекомендациях к практическим занятиям, часть 1.*

# 1 Проверки предельных состояний несущей способности при действии поперечных сил

## 1.1 Расчет сопротивления железобетонных элементов без поперечного армирования

Проверки предельных состояний несущей способности при действии поперечных сил производят согласно [2, п. 8.2].

При совместном действии изгибающих моментов и поперечных сил в железобетонном элементе возникает система наклонных (диагональных) трещин. Разрушение изгибаемого элемента по наклонному сечению может произойти в результате выдергивания продольной арматуры, достижения ею предела текучести от действия момента или в результате раздробления бетона от среза и сжатия.

Для обеспечения сопротивления сечений изгибающихся элементов поперечной силе расчет должен производиться:

- для элементов, не требующих по расчету поперечной арматуры (из условия, ограничивающего развитие наклонных трещин);
- для элементов, требующих по расчету поперечной арматуры.

Поперечная арматура должна составлять с осью конструктивного элемента угол от 45 до 90°.

Проверку предельных состояний несущей способности железобетонных элементов конструкций без поперечной и (или) наклонной (отогнутой) арматуры при действии поперечных сил производят из условия [2, п. 8.2.1]:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,ct}, \quad (1.1)$$

где  $V_{Ed}$  – расчетная поперечная сила в рассматриваемом сечении, вызванная расчетным воздействием или сочетанием расчетных воздействий;

$V_{Rd,ct}$  – расчетная поперечная сила, воспринимаемая железобетонным элементом без поперечной арматуры (расчетное сопротивление срезу).

В случаях, когда не выполняется условие (1.1), для обеспечения требуемого сопротивления элементов конструкций по сечению, наклонному к продольной оси элемента, поперечную арматуру устанавливают по расчету.

Даже если на основе расчета поперечная арматура не требуется, необходимо предусмотреть минимальное поперечное армирование согласно [2, п. 11].

Расчетную поперечную силу  $V_{Rd,ct}$ , Н, воспринимаемую элементом без вертикальной и (или) наклонной арматуры (расчетное сопротивление срезу), определяют по формуле

$$V_{Rd,ct} = \left[ C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d, \quad (1.2)$$

но не менее

$$V_{Rd,ct,min} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d, \quad (1.3)$$

где

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2, \quad (1.4)$$

где  $d$  – в миллиметрах;

$\rho_l$  – коэффициент армирования продольной арматурой:

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02, \quad (1.5)$$

где  $A_{sl}$  – площадь сечения продольной растянутой арматуры, учитываемой в расчете прочности наклонного сечения при условии, что она заведена за расчетное сечение на длину не менее  $(l_{bd} + d)$  за рассматриваемое сечение ( $l_{bd}$  – расчетная длина анкеровки) и надежно заанкерена [2, рисунок 8.16];

$b_w$  – минимальная ширина поперечного сечения элемента в растянутой зоне, мм;

$\sigma_{cp}$  – среднее значение нормальных напряжений, МПа, вызванное продольной силой или усилием обжатия:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd}, \quad (1.6)$$

где  $N_{Ed}$  – осевое усилие, Н, вызванное действием нагрузки ( $N_{Ed} > 0$  для сжатия); влияние вынужденных деформаций допускается не учитывать;

$A_c$  – площадь бетонного сечения, мм<sup>2</sup>.

Значения коэффициентов  $C_{Rd,c}$ ,  $v_{min}$  и  $k_1$ :

$$k_1 = 0,15.$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}; \quad (1.7)$$

$$v_{min} = 0,035 k^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}}. \quad (1.8)$$

В формулах (1.2)–(1.8) расчетные и нормативные значения сопротивления материалов, напряжения – в мегапаскалях (МПа), значения сил – в ньютонах (Н), линейные размеры – в миллиметрах (мм).

Для элементов конструкций [2, рисунок 8.17], у которых нагрузка прило-

жена к верхней грани сечения в пределах зоны  $0,5d \leq a_v \leq 2,5d$  от края опоры (или середины опоры, если используются деформируемые опоры), влияние данной нагрузки на поперечную силу  $V_{Ed}$  учитывают умножением на понижающий коэффициент  $\beta$ :

$$\beta = a_v / 2,5d. \quad (1.9)$$

Данное понижение может быть применено при определении  $V_{Rd,ct}$  по формуле (1.2). Это правило понижения применяют только при условии надежной анкеровки продольной арматуры на опоре.

При  $a_v \leq 0,5d$  принимают значение  $a_v = 0,5d$ .

Поперечная сила  $V_{Ed}$ , рассчитанная без учета понижающего коэффициента  $\beta$ , должна удовлетворять условию

$$V_{Ed} \leq 0,5b_w d v f_{cd}, \quad (1.10)$$

где  $v$  – коэффициент снижения прочности для бетона с учетом образования наклонных трещин; определяют по формуле

$$v = 0,6 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right), \quad (1.11)$$

где  $f_{ck}$  – в МПа.

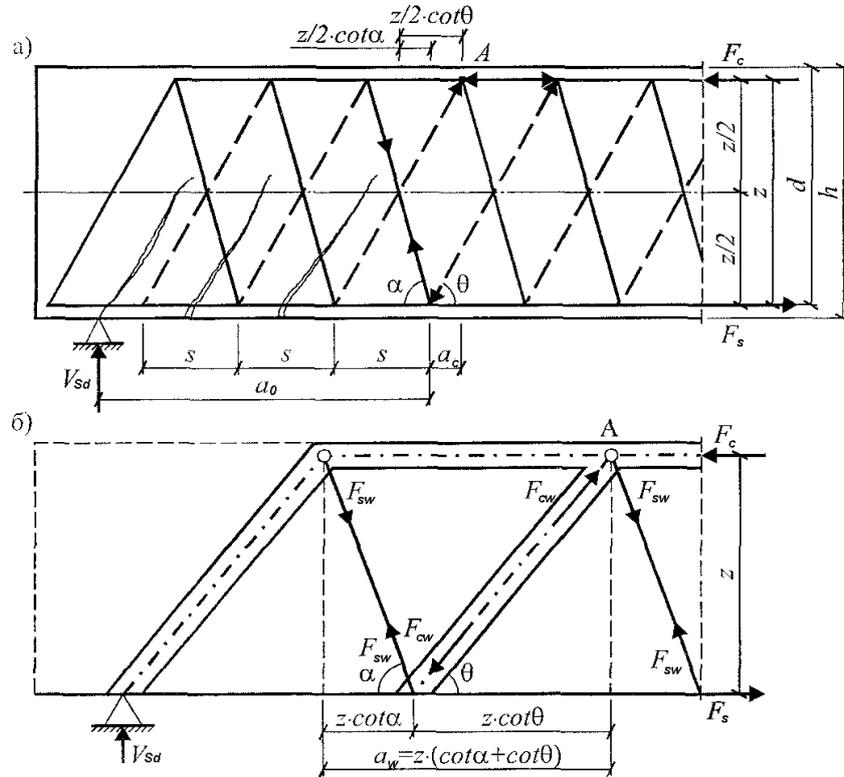
## ***1.2 Расчет сопротивления железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил на основе стержневой модели***

Расчет сопротивления железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил на основе стержневой модели производят согласно [2, п. 8.2.2]. Стержневая модель, называемая также методом ферменной аналогии, включает сжатые и растянутые пояса, соединенные между собой сжатыми и растянутыми подкосами с использованием уравнения равновесия внешних и внутренних сил в растянутом наклонном сечении. Идеализированная модель описывает поведение железобетонной балки в зоне действия изгибающих моментов и перерезывающих сил.

Расчетная схема, использованная в методе ферменной аналогии, представляет собой статически определимую ферму, состоящую из верхнего пояса, воспринимающего равнодействующую сжимающих напряжений (в сжатой зоне) и нижнего растянутого пояса, воспринимающего равнодействующую растягивающих напряжений в растянутой продольной арматуре (рисунок 1.1).

Пояса соединены сжатыми бетонными подкосами, выделенными по длине зоны среза соседними диагональными трещинами, и растянутыми подкосами, моделирующими поперечное армирование. На рисунке 1.1, *a* показана расчет-

ная схема усилий, принятая в методе ферменной аналогии. Узлы идеализированной фермы расположены на расстоянии  $s$ , соответствующем шагу поперечных стержней. На рисунке 1.1, б показана заменяющая ферма.



а – идеализированная ферма; б – заменяющая ферма с подкосами

Рисунок 1.1 – К расчету прочности наклонных сечений по методу ферменной аналогии (стержневая модель)

Таким образом, в методе ферменной аналогии расчетная схема представляет собой статически определимую ферму, состоящую из верхнего пояса, воспринимающего равнодействующую сжимающих напряжений  $F_{cd}$  (в сжатой зоне) и нижнего растянутого пояса, воспринимающего равнодействующую растягивающих напряжений в растянутой продольной арматуре  $F_{td}$ . Пояса соединены сжатыми бетонными подкосами и растянутыми подкосами, моделирующими поперечное армирование (рисунки 1.1, 1.2).

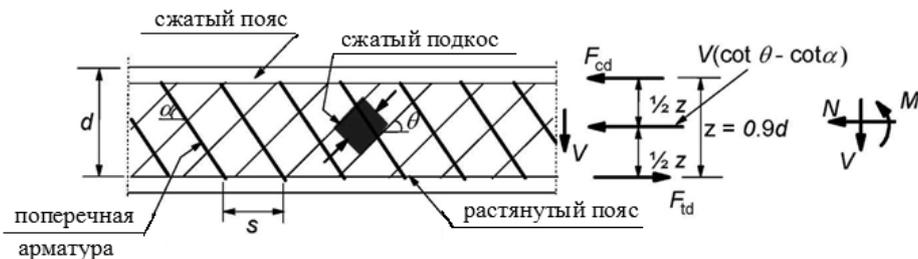


Рисунок 1.2 – Ферменная модель и обозначения

На рисунке 1.2 используются следующие обозначения:

$\theta$  – угол наклона между поперечной и продольной рабочей арматурой;

$\alpha$  – угол наклона между сжатой бетонной полосой (подкосом) и продольной рабочей арматурой;

$F_{td}$  – расчетное значение растягивающего усилия в продольной арматуре;

$F_{cd}$  – расчетное значение сжимающего усилия в бетоне в направлении продольной оси элемента;

$b_w$  – наименьшая ширина стенки;

$d$  – рабочая высота сечения;

$z$  – плечо внутренней пары сил (при расчетах допускается принимать  $z = 0,9d$ ).

Величина угла наклона сжатого подкоса  $\theta$  ограничивается исходя из следующего условия:

$$1,0 < \cot\theta < 2,5. \quad (1.12)$$

Достижение предельных напряжений в поперечной арматуре изгибаемых элементов без предварительного напряжения происходит при  $\theta = 38 - 40^\circ$ .

Проверку предельного состояния несущей способности железобетонных элементов при действии поперечных сил (см. рисунок 1.2) производят из условия

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,sy}. \quad (1.13)$$

Расчет наклонного сечения производят, предполагая, что напряжения в поперечной арматуре достигают расчетного сопротивления  $f_{ywd}$ , т. е.

$$\sigma_{sw} = f_{ywd} = 0,8f_{yd}. \quad (1.14)$$

Из представленной ферменной модели можно определить усилия, действующие:

– в растянутом подкосе

$$F_{sw} = \frac{A_{sw} f_{ywd}}{s} z (\cot\theta + \cot\alpha); \quad (1.15)$$

– в сжатом подкосе

$$F_{cw} = \sigma_{sw} b_w z (\cot\theta + \cot\alpha). \quad (1.16)$$

Из условия равновесия получаем (см. рисунок 1.1)

$$V = F_{sw} \sin\alpha; \quad (1.17)$$

$$V = F_{cw} \sin\theta. \quad (1.18)$$

Из уравнений (1.17) и (1.18) можно определить составляющую поперечной силы, воспринимаемой поперечной арматурой, учитывая, что в предельном состоянии  $\sigma_{sw} = f_{ywd}$ .

В практических расчетах поперечную силу, воспринимаемую элементом с поперечным армированием, при отсутствии продольных сил в сечении определяют по формуле

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta, \quad (1.19)$$

при

$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w s} \leq 0,5 v f_{cd}. \quad (1.20)$$

При этом предельная поперечная сила, воспринимаемая сечением,  $V_{Rd,sy}$  не должна превышать максимальной поперечной силы  $V_{Rd,max}$ , определяющей прочность сжатого бетонного подкоса:

$$V_{Rd,sy} \leq V_{Rd,max} = \frac{b_w z v f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}. \quad (1.21)$$

При невыполнении условия (1.21) необходимо изменить класс бетона или размеры сечения, а при невыполнении условия (1.20) – диаметр или шаг принятой арматуры.

Предельную расчетную поперечную силу  $V_{Rd,sy}$ , воспринимаемую элементом с поперечной арматурой, отогнутой под углом  $\alpha \geq 45^\circ$ , определяют по формуле

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw} f_{ywd}}{s} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha, \quad (1.22)$$

$$V_{Rd,sy} \leq V_{Rd,max} = b_w z v f_{cd} \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta}, \quad (1.23)$$

$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{0,5 v f_{cd} \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}. \quad (1.24)$$

Максимальную поперечную силу, воспринимаемую расчетным сечением элементов, подвергнутых действию осевых продольных сжимающих усилий,  $V_{Rd,max,comp}$  определяют по формуле

$$V_{Rd,max,comp} = \alpha_c V_{Rd,max}, \quad (1.25)$$

где  $V_{Rd,max}$  – поперечная сила, определяемая по формуле (1.19) или (1.23);

$\alpha_c$  – коэффициент, учитывающий влияние продольного осевого усилия; согласно [2, п. 8.2.2.6] значение этого коэффициента определяют в зависимости от величины средних значений сжимающих напряжений  $\sigma_{cp}$  (рассматриваемых со знаком «плюс»), вызванных действием продольного осевого усилия (напряжения  $\sigma_{cp}$  не учитывают при расчете сечений, расположенных на расстоянии менее  $0,5d \cot \theta$  от грани опоры):

– при  $0 < \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd}$

$$\alpha_c = 1 + \sigma_{cp} / f_{cd}; \quad (1.26)$$

– при  $0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5f_{cd}$

$$\alpha_c = 1,25; \quad (1.27)$$

– при  $0,5f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,0f_{cd}$

$$\alpha_c = 2,5 \cdot (1 - \sigma_{cp} / f_{cd}). \quad (1.28)$$

Если расчетное сечение расположено на расстоянии  $0,5d < x < 2,0d$  от грани опоры (короткой балки, консоли), прочность при срезе  $V_{Rd}$  определяют по формуле

$$V_{Rd} = V_{Rd,ct} + A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha, \quad (1.29)$$

где  $V_{Rd,ct}$  – определяют для наиболее неблагоприятного положения расчетного сечения  $x$ ;

$A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha$  – составляющая поперечной силы, воспринимаемая поперечной арматурой, пересекаемой наклонной трещиной.

### ***1.3 Общий метод расчета железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил***

Общий метод расчета по поперечной силе изложен в [2, п. 8.2.3].

Сопротивление срезу железобетонного элемента при расчете на совместное действие изгибающих моментов, продольных и поперечных сил проверяют из условия

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,ct} + V_{sy} \leq 0,25f_{cd} b_w z. \quad (1.30)$$

Требуемое количество расчетной поперечной арматуры определяют из условия

$$V_{sy} \geq V_{Ed} - V_{Rd,ct}. \quad (1.31)$$

В соответствии с принятыми расчетными условиями напряжения в поперечной арматуре достигают значения расчетного сопротивления на участке длиной  $z \cot \theta$ ; расчетное сечение располагают в середине данного участка. При расчете по общему методу первое расчетное сечение в зоне совместного действия изгибающих моментов, продольных и поперечных сил следует располагать на расстоянии  $0,5z \cot \theta$  от внутренней грани опоры. При действии сосредоточенной силы прочность сечений, располагаемых на расстоянии менее  $0,5z \cot \theta$  от места приложения силы, допускается не проверять. Для упрощения расчета допускается вместо  $0,5z \cot \theta$  принимать  $0,5z$ .

Усилие, действующее в продольной растянутой арматуре, вызванное совместным действием изгибающих моментов, продольных и поперечных сил, должно удовлетворять условию

$$A_s f_{yd} > \frac{M_{Ed}}{z} + 0,5 N_{Ed} + (V_{Ed} - 0,5 V_{Rd,sy}) \cdot \cot \theta, \quad (1.32)$$

где  $M_{Ed}$ ,  $N_{Ed}$  – соответственно изгибающий момент и продольная сила, действующие в рассматриваемом сечении, вызванные действием расчетных нагрузок.

**Пример 1** – Балка (ригель) с размерами поперечного сечения  $b_w = 300$  мм,  $h = 800$  мм,  $c = 50$  мм. Площадь продольного армирования в расчетном сечении  $A_{s1} = 1473$  мм<sup>2</sup> (три стержня диаметром 25 мм класса S500). Поперечная арматура ригеля входит в состав двух каркасов класса S500. Бетон тяжелый класса C16/20. Расчетная поперечная сила в критическом сечении  $V_{Ed} = 350$  кН. Проверить прочность наклонного сечения ригеля и установить поперечную арматуру конструктивно или по расчету.

*Решение*

Определяем расчетные сопротивления бетона и арматуры:  $f_{cd} = 10,67$  МПа,  $f_{yd} = 435$  МПа.

Для поперечной арматуры класса S500 расчетное сопротивление  $f_{ywd}$ :

$$f_{ywd} = 0,8 f_{yd} = 0,8 \cdot 435 = 348 \text{ МПа.}$$

Рассчитываем рабочую высоту сечения  $d$  и плечо пары сил  $z$ :

$$d = h - c = 800 - 50 = 750 \text{ мм;}$$

$$z = 0,9d = 0,9 \cdot 750 = 675 \text{ мм.}$$

Найдем значение поперечной силы, воспринимаемой сечением без поперечного армирования. Для этого сначала рассчитаем коэффициенты  $k$ ,  $C_{Rd,c}$  и коэффициент продольного армирования  $\rho_1$ :

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{750}} = 1,52 < 2,0;$$

$$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c = 0,18/1,5 = 0,12;$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w d} = \frac{1473}{300 \cdot 750} = 0,006 < 0,02.$$

Принимаем  $k_1 = 1,52$ ,  $\rho_1 = 0,006$ .

Так как отсутствует сжимающая сила, принимаем  $\sigma_{cp} = 0$ .

Расчетное значение сопротивления бетонного сечения поперечной силе

$$\begin{aligned} V_{Rd,ct} &= \left[ C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d = \\ &= \left[ 0,12 \cdot 1,52 \cdot (100 \cdot 0,006 \cdot 16)^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot 0 \right] \cdot 300 \cdot 750 \cdot 10^{-3} = 87,2 \text{ кН}. \end{aligned}$$

$$v_{\min} = 0,035 k^{\frac{3}{2}} f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0,035 \cdot 1,52^{\frac{3}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} = 0,262;$$

$$V_{Rd,ct,\min} = (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d = (0,262 + 0) \cdot 300 \cdot 750 \cdot 10^{-3} = 59 \text{ кН}.$$

Так как  $V_{Ed} = 350 > V_{Rd,ct} = 82,7$  кН, необходима установка поперечной арматуры по расчету.

Используя ферменную модель, поперечное армирование определяем из условий  $V_{Ed} = V_{Rd,sy}$  и  $V_{Ed} < V_{Rd,\max}$ .

Задаемся углом наклона трещины к горизонтали  $\theta = 40^\circ$  и шагом поперечной арматуры  $s = 100$  мм.

Преобразуя формулу (1.19), рассчитываем требуемую площадь поперечной арматуры  $A_{sw}$ :

$$A_{sw} = \frac{V_{Ed} s}{z f_{ywd} \cot \theta} = \frac{350 \cdot 10^3 \cdot 100}{675 \cdot 300 \cdot \cot 40^\circ} = 145,1 \text{ мм}^2.$$

Используя таблицу А.1, подбираем поперечное армирование с учетом, что в сечении балки должно быть установлено два стержня.

Принимаем два стержня диаметром 10 мм класса S500 ( $A_{sw} = 157 \text{ мм}^2$ ) с шагом  $s = 100 \text{ мм}$ .

Проверяем условие (1.20):

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) = 0,6 \left( 1 - \frac{16}{250} \right) = 0,56;$$

$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w s} = \frac{157 \cdot 313}{300 \cdot 100} = 1,64 < 0,5 v f_{cd} = 0,5 \cdot 0,56 \cdot 10,67 = 2,99.$$

Условие (1.20) выполняется, что означает оптимальность принятого армирования.

Находим максимальную поперечную силу:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z v_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{300 \cdot 675 \cdot 0,56 \cdot 10,67}{\cot 40^\circ + \tan 40^\circ} \cdot 10^{-3} = 595,8 \text{ кН}.$$

Так как  $V_{Ed} = 350 \text{ кН} < V_{Rd,max} = 596 \text{ кН}$ , то условие (1.20) выполняется. Следовательно, прочность сечений, наклонных к продольной оси элемента, обеспечена.

### **Задачи для самостоятельного решения**

**Задача 1.** Свободно опертая балка прямоугольного сечения с размерами  $700 \times 300 \text{ мм}$  с расчетным пролетом  $l_{eff} = 6 \text{ м}$  загружена равномерно распределенной нагрузкой. Рабочая арматура – пять стержней диаметром 20 мм класса S500, поперечная арматура – диаметром 8 мм класса S240. Защитный слой бетона  $c_{cov} = 20 \text{ мм}$ , бетон класса С 20/25. Момент в расчетном сечении  $M_{Ed} = 350 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , класс по условиям эксплуатации ХС1. Проверить ширину раскрытия трещин, нормальных к продольной оси.

**Задача 2.** Свободно опертая балка прямоугольного сечения с размерами  $700 \times 300 \text{ мм}$  с расчетным пролетом  $l_{eff} = 5,5 \text{ м}$  загружена равномерно распределенной нагрузкой. Рабочая арматура – пять стержней диаметром 20 мм класса S500, поперечная арматура – диаметром 8 мм класса S240. Защитный слой бетона  $c_{cov} = 20 \text{ мм}$ , бетон класса С 20/25. Момент в расчетном сечении  $M_{Ed} = 350 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , класс по условиям эксплуатации ХС1. Проверить ширину раскрытия трещин, нормальных к продольной оси.

## 2 Ограничение ширины раскрытия трещин

### 2.1 Общие положения проверки предельных состояний эксплуатационной пригодности (SLS)

Проверки предельных состояний эксплуатационной пригодности включают: ограничение напряжений в бетоне и арматуре; ограничение ширины раскрытия трещин; ограничение прогибов; ограничение вибрации (вынужденных ускорений) [2, п. 9.1].

Предельные состояния эксплуатационной пригодности в общем случае проверяют расчетом с подтверждением условия

$$E_d \leq C_d, \quad (2.1)$$

где  $E_d$  – расчетное значение эффекта воздействия в единицах критериев эксплуатационной пригодности (например, ширина раскрытия трещины, прогиб), определяемое для соответствующего сочетания воздействий;

$C_d$  – предельно допустимое значение соответствующего критерия эксплуатационной пригодности.

При расчетах напряжений и прогибов поперечные сечения элементов принимают работающими без трещин, если растягивающие напряжения от характеристического сочетания воздействий согласно СН 2.01.01 [1] не превышают эффективной прочности бетона на растяжение  $f_{ct,eff}$ .

При расчетах напряжений и прогибов применяют эффективный модуль упругости бетона  $E_{c,eff}$ , учитывающий влияние длительных эффектов от практически постоянного сочетания воздействий, который определяют по формуле

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)}, \quad (2.2)$$

где  $E_{cm}$  – модуль упругости бетона определяемый как тангенс угла наклона секущей между точками  $\sigma_c = 0$  и  $\sigma_c = 0,4f_{cm}$  [2, таблица 6.3];

$\varphi(t, t_0)$  – коэффициент ползучести бетона за период времени от  $t_0$  до  $t$  [2, приложение В].

### 2.2 Общие положения ограничения ширины раскрытия трещин

Трещинообразование необходимо ограничивать до степени, при которой оно не будет влиять на надлежащее функционирование и долговечность конструкции или ухудшать ее внешний вид.

При применении для армирования элементов стержней диаметром более 32 мм, стыкуемых по длине внахлест, по длине стыковки следует устанавливать дополнительное поперечное или приповерхностное армирование гнутыми сетками.

Эффективное влияние арматуры на ширину раскрытия трещин  $w_{lim,cal}$  следует рассматривать только исключительно для некоторой ограниченной области сечения бетона, контактирующего непосредственно с арматурным стержнем, которую определяют как эффективную площадь растянутой зоны сечения  $A_{c,eff}$  согласно рисунку 2.1 [2, рисунок 9.1].



Рисунок 2.1 – Схемы для определения эффективной площади растянутой зоны сечения  $A_{c,eff}$  элементов, подвергнутых изгибу или без осевого усилия

Для массивных плоских элементов при  $h > 5 \cdot (h - d)$  эффективную высоту растянутой зоны сечения  $h_{c,eff}$  определяют по формуле

$$h_{c,eff} = 2 \cdot (h - d) + 0,1h \leq \begin{cases} 5(h - d); \\ 0,5h; \\ (h - x)/3 \text{ (только при изгибе)}. \end{cases} \quad (2.3)$$

Минимальную площадь ненапрягаемой растянутой арматуры в сечении  $A_{s,min}$ , назначаемую из условия ограничения ширины раскрытия трещин [2, п. 9.2.2], определяют исходя из равенства усилия, воспринимаемого растянутым бетоном перед образованием трещин, и усилия, воспринимаемого арматурой непосредственно после образования трещин. При этом напряжения в арматуре в сечении с трещиной не должны превышать предела текучести арматуры.

В случае когда арматура устанавливается из условия ограничения ширины раскрытия трещин, нормируемое значение напряжения  $\sigma_{s,lim}$  допускается принимать менее значения предела текучести арматуры.

Для тавровых и коробчатых сечений минимальное количество армирования следует устанавливать отдельно для полок и стенок согласно [2, п. 9.2.2.3].

Проверку конструкций по образованию трещин производят по методу частных коэффициентов из условия, согласно которому усилия, напряжения и деформации в конструкциях, вызванные расчетными воздействиями (эффектами воздействий) и их сочетаниями, не превышают соответствующих предельных значений, воспринимаемых конструкцией при образовании трещин.

Проверку ширины раскрытия трещин  $w_k$  производят из условия, согласно которому ширина раскрытия трещин в конструкциях, вызванная расчетными воздействиями (эффектами воздействий) и их сочетаниями, не превышает предельных значений  $w_{lim,cal}$ , установленных строительными правилами [2, п. 4.2.4.6] в зависимости от требований, предъявляемых к конструкции, условий ее эксплуатации (воздействия окружающей среды) и характеристик свойств материалов с учетом особенностей коррозионного поведения арматуры:  $w_k \leq w_{lim,cal}$ .

Предельно допустимые значения ширины раскрытия трещин  $w_{lim,cal}$  для конструкций зданий и сооружений согласно требованиям к внешнему виду принимают в соответствии с [2, таблица 4.1], согласно требованиям обеспечения долговечности – в соответствии с таблицей 2.1 [2, таблица 4.2].

Таблица 2.1 – Предельно допустимые значения ширины раскрытия трещин согласно требованиям обеспечения долговечности

Класс экспозиции согласно [2, таблица 6.9]	Предельно допустимые значения ширины раскрытия трещин согласно требованиям обеспечения долговечности $w_{lim}$ , мм, и ограничения напряжений $\sigma_c$ , МПа, для элементов				
	железобетонных, постнапряженных с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном и постнапряженных с вторичным сцеплением и уровнем защиты 2 или 3		предварительно напряженных, постнапряженных с вторичным сцеплением и уровнем защиты 1		
	Практически постоянное сочетание воздействий	Характеристическое сочетание воздействий	Практически постоянное сочетание воздействий	Частое сочетание воздействий	Характеристическое сочетание воздействий
X0, XC1	0,40	–	–	0,20	–
XC2, XC3, XC4	0,30	–	Декомпрессия	0,20	–
XD1, XD2, XD3	0,30	$\sigma_c \leq 0,6f_{ck}$	–	Декомпрессия	$\sigma_c \leq 0,6f_{ck}$
XF1, XF2, XF3, XF4	–	$\sigma_c \leq 0,6f_{ck}$	–	Декомпрессия	$\sigma_c \leq 0,6f_{ck}$

## 2.2 Проверка ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной оси железобетонного элемента

Проверка ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной оси железобетонного элемента производится согласно [2, п. 9.2.3].

При расчетах ширины раскрытия трещин эффективную прочность бетона на растяжение  $f_{ct,eff}$  принимают равной средней прочности бетона на растяжение  $f_{ctm}$  [2, таблица 6.1].

Ширина раскрытия трещин  $w_k$  определяется по формуле

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}), \quad (2.4)$$

где  $s_{r,max}$  – максимальное расстояние между трещинами;

$\varepsilon_{sm}$  – средняя относительная деформация арматуры, определяемая для соответствующих сочетаний воздействий, включая эффекты от вынужденных деформаций;

$\varepsilon_{cm}$  – средняя относительная деформация бетона на участке между трещинами.

Значение  $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$  определяется по формуле

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad (2.5)$$

где  $\sigma_s$  – напряжения в растянутой арматуре, определяемые для сечения с трещиной; для предварительно напряженных элементов  $\sigma_s$  может быть заменено на  $\Delta\sigma_p$  – приращение напряжения в напрягающих элементах от состояния нулевых относительных деформаций в бетоне на уровне напрягаемой арматуры (от состояния декомпрессии);

$k_t$  – коэффициент, учитывающий длительность действия нагрузки, принимают равным:  $k_t = 0,6$  – при кратковременном действии нагрузки;  $k_t = 0,4$  – при длительном действии нагрузки;

$$\alpha_e = E_s / E_{cm}, \quad (2.6)$$

где  $E_s$  – модуль упругости арматуры;  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа;

$\rho_{p,eff}$  – коэффициент армирования эффективной площади растянутого бетона, окружающего арматуру или напрягающие элементы:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A'_p}{A_{c,eff}}, \quad (2.7)$$

где  $A'_p$  – площадь сечения предварительно напрягаемых и пост-напрягаемых арматурных элементов в пределах эффективной площади  $A_{c,eff}$ ;

$\xi_1$  – поправочный коэффициент к прочности сцепления, учитывающий различные диаметры напрягаемой и ненапрягаемой арматуры:

$$\xi_1 = \sqrt{\xi_b \frac{\varnothing_s}{\varnothing_p}}, \quad (2.8)$$

где  $\xi_b$  – отношение прочностей сцепления напрягаемой и ненапрягаемой арматурой (согласно [2, таблица 9.1]);

$\varnothing_s$  – наибольший диаметр ненапрягаемой арматуры;

$\varnothing_p$  – эквивалентный диаметр напрягаемой арматуры, равный: для пучков –  $1,6\sqrt{A_p}$ ; для отдельных 7-проволочных канатов –  $1,75\varnothing_{wire}$  ( $\varnothing_{wire}$  – диаметр проволоки); для отдельных 3-проволочных канатов –  $1,2\varnothing_{wire}$ .

Если для ограничения ширины раскрытия трещин используется только напрягаемая арматура, то действует условие  $\xi_{b1} = \sqrt{\xi_b}$ .

Для элементов, трещинообразование которых вызвано действием только вынужденных деформаций, в формуле (2.5) допускается принимать  $\sigma_s = \sigma_{sr}$ .

При распределении растянутой арматуры в пределах растянутой зоны сечения на расстоянии, не превышающем  $5 \cdot (c + \varnothing / 2)$ , максимальное расстояние между трещинами определяется по формуле

$$s_{r,max} = k_{3cr}c + k_{1cr}k_{2cr}k_{4cr} \frac{\varnothing}{\rho_{p,eff}}, \quad (2.9)$$

где  $c$  – толщина защитного слоя бетона для продольной арматуры;

$k_{1cr}$  – коэффициент, учитывающий свойства сцепления арматуры: для стержней периодического профиля – 0,8; для гладкой проволоки – 1,6;

$k_{2cr}$  – коэффициент, учитывающий распределения относительных деформаций: при изгибе – 0,5; при осевом растяжении – 1,0; при внецентренном растяжении – согласно [2, п. 9.2.3.3, рисунок 9.2];

$k_{3cr}$ ,  $k_{4cr}$  – коэффициенты, значения которых принимают равными  $k_{3cr} = 3,4$ ,  $k_{4cr} = 0,425$ ;

$\varnothing$  – диаметр арматурного стержня. При применении в одном сечении арматурных стержней различных диаметров в расчете следует принимать эквивалентный диаметр  $\varnothing_{eq}$ . При использовании в одном сечении стержней  $n_1$  диаметром  $\varnothing_1$  и стержней  $n_2$  диаметром  $\varnothing_2$  эквивалентный диаметр  $\varnothing_{eq}$  вычисляют по формуле

$$\varnothing_{eq} = \frac{n_1\varnothing_1^2 + n_2\varnothing_2^2}{n_1\varnothing_1 + n_2\varnothing_2}. \quad (2.10)$$

Для изгибаемых элементов, расстояние между продольными стержнями которых превышает  $(5c + \emptyset)$ , при расчете ширины раскрытия трещин по формуле (2.4) максимальное расстояние между трещинами  $s_{r,\max}$  определяют по формуле

$$s_{r,\max} = 1,3(h - x). \quad (2.11)$$

Напряжения в арматуре  $\sigma_s$  могут быть определены по формуле

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed}}{A_{s1}(d - x/3)}, \quad (2.12)$$

где  $M_{Ed}$  – изгибающий момент от практически постоянной комбинации нагрузок, определенных при  $\gamma_F = 1$ .

Проверка ширины раскрытия трещин, наклонных к продольной оси железобетонного элемента выполняется согласно [2, п. 9.2.4].

Расчетную ширину раскрытия трещин  $w_k$  определяют по формуле (2.4) с заменой максимального расстояния между трещинами  $s_{r,\max}$  на  $s_{m\theta}$ , рассчитываемое по формуле (2.13). Для элементов, имеющих ортогональное армирование, в случае, когда образуются трещины, наклонные под углом  $\theta > 150^\circ$  к продольной оси элемента (направлению продольного армирования [2, рисунок 9.3]), среднее расстояние между наклонными трещинами  $s_{m\theta}$  определяют как

$$s_{r\theta} = \frac{1}{\frac{\sin \theta}{s_{m,x}} + \frac{\cos \theta}{s_{m,y}}}, \quad (2.13)$$

где  $\theta$  – угол между направлением продольного армирования (продольной осью) и направлением главных сжимающих напряжений [2, п. 8.2.3];

$s_{m,x}$  – среднее расстояние между вертикальными трещинами в направлении, параллельном продольной оси элемента, при осевом растяжении [2, формула (9.19)];

$s_{m,y}$  – среднее расстояние между горизонтальными трещинами в направлении, перпендикулярном продольной оси элемента, при поперечном растяжении [2, формула (9.20)].

Указания по определению моментов инерции изгибаемых железобетонных элементов приведены в таблицах Б.1-Б.2 [2, приложение Е].

**Пример 1** – Свободно опертая балка прямоугольного сечения с размерами  $700 \times 300$  мм с расчетным пролетом  $l_{eff} = 5,87$  м загружена равномерно распределенной нагрузкой. Рабочая арматура – пять стержней диаметром 20 мм класса S500, поперечная арматура – диаметром 8 мм класса S240. Защитный слой бетона  $c_{cov} = 20$  мм, бетон класса С 20/25. Момент в расчетном сечении от постоянной комбинации нагрузок  $M_{Ed} = 400$  кН·м, класс по условиям эксплуа-

тации ХС1. Проверить ширину раскрытия трещин, нормальных к продольной оси.

### Решение

Площадь продольной арматуры определяем по таблице А.1:  $A_{s1} = 1571 \text{ мм}^2$ .

Средняя прочность бетона на растяжение согласно [2, таблица 6.1] или по формуле

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0,3 \cdot 20^{\frac{2}{3}} = 2,2 \text{ МПа.}$$

Модуль упругости бетона согласно [2, таблица 6.3]  $E_{cm} = 32 \text{ ГПа}$ .

Рабочая высота сечения

$$d = h - c_{cov} - \varnothing_{sw} - \varnothing / 2 = 700 - 20 - 8 - 20 / 2 = 662 \text{ мм.}$$

Модуль упругости стали  $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Эффективная прочность бетона при растяжении

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,2 \text{ МПа.}$$

Коэффициент  $\alpha_e$  (отношение модулей)

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{2 \cdot 10^5}{32 \cdot 10^3} = 6,25.$$

При отсутствии расчетной арматуры в сжатой зоне  $\rho_{12} = 0$  процент армирования продольной рабочей арматурой [2, таблица Е.3]

$$\rho_{11} = \frac{A_{s1}}{bd} = \frac{1571}{300 \cdot 662} = 0,0079 \approx 0,8 \text{ \%}$$

Тогда согласно формулам из таблицы Б.2 для прямоугольного сечения с одиночным армированием получаем [2, таблица Е.3].

$$\begin{aligned} x_{11} &= k_{x11} d = d \cdot \left( -B_{11} + \sqrt{B_{11}^2 + 2A_{11}} \right) = d \cdot \left( \alpha_e \rho_{11} + \sqrt{(\alpha_e \rho_{11})^2 + 2 \cdot \alpha_e \rho_{11}} \right) = \\ &= 662 \cdot \left( 6,25 \cdot 0,008 + \sqrt{(6,25 \cdot 0,008)^2 + 2 \cdot 6,25 \cdot 0,008} \right) = 245,04 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Принимаем высоту сжатой зоны  $x = x_{11} = 245 \text{ мм}$ .

Эффективная высота растянутой зоны сечения

$$h_{c,eff} = 2 \cdot (h - d) + 0,5h = 2 \cdot (700 - 662) + 0,1 \cdot 700 =$$

$$= 146 \text{ мм} < \begin{cases} 5 \cdot (h - d) = 5 \cdot (700 - 662) = 190 \text{ мм}; \\ 0,5h = 0,5 \cdot 700 = 350 \text{ мм}; \\ \frac{h - x}{3} = \frac{700 - 245}{3} = 152 \text{ мм}. \end{cases}$$

Условие выполняется, принимаем  $h_{c,eff} = 146 \text{ мм}$ .

Эффективная площадь растянутого бетона, окружающего арматуру,

$$A_{c,eff} = bh_{c,eff} = 300 \cdot 146 = 48300 \text{ мм}^2.$$

Эффективный процент армирования продольной арматурой

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_{st}}{A_{c,eff}} = \frac{1571}{28500} = 0,055.$$

Принимаем  $k_t = 0,6$  (кратковременное действие нагрузки).

Находим величину напряжений в растянутой арматуре:

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed}}{A_{s1} \left( d - \frac{x}{3} \right)} = \frac{400 \cdot 10^6}{1571 \cdot \left( 662 - \frac{245}{3} \right)} = 438,74 \text{ МПа}.$$

Находим значение  $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ :

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} =$$

$$= \frac{438,74 - 0,6 \cdot \frac{2,21}{0,036} \cdot (1 + 6,25 \cdot 0,036)}{2 \cdot 10^5} = 1,97 \cdot 10^{-3};$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 1,97 \cdot 10^{-3} > 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} = 0,6 \cdot \frac{438,74}{2 \cdot 10^5} = 1,32 \cdot 10^{-3},$$

условие выполняется.

Так как расстояние между стержнями, равно примерно

$$(300 - 28 \cdot 2) / 4 = 61 \text{ мм},$$

не превышает расстояния

$$5(c + \varnothing / 2) = 5 \cdot (28 + 20 / 2) = 190 \text{ мм},$$

то максимальное расстояние между трещинами  $s_{r,\max}$  определяем по формуле (2.9). Принимаем  $k_{1cr} = 0,8$ ;  $k_{2cr} = 0,5$ ;  $k_{3cr} = 3,4$ ,  $k_{4cr} = 0,425$ . Тогда

$$s_{r,\max} = k_{3cr} c + k_{1cr} k_{2cr} k_{4cr} \frac{\varnothing}{\rho_{p,eff}} =$$

$$= 3,4 \cdot 28 + 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,425 \cdot 20 / 0,036 = 189,64 \text{ мм}.$$

Ширина раскрытия трещин

$$w_k = s_{r,\max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 189,64 \cdot 1,97 \cdot 10^{-3} = 0,37 \text{ мм}.$$

По таблице 2.1 [2, таблицы 4.1, 4.2] определяем максимальную ширину раскрытия трещин:

$$w_{lim,cal} = 0,4 \text{ мм}.$$

Так как  $w_k = 0,37 \text{ мм} < w_{lim,cal} = 0,4 \text{ мм}$ , следовательно, проверка по ширине раскрытия трещин выполняется.

## 3 Расчет железобетонных конструкций по деформациям

### 3.1 Общие положения расчета по деформациям

Деформации элемента или конструкции не должны быть такими, чтобы они неблагоприятно отражались на их надлежащем функционировании или внешнем виде.

Предельное состояние железобетонных конструкций по деформациям проверяют из условий [2, п. 9.3]:

– ограничения соотношения геометрических параметров конструкции (например, отношения эффективного пролета к рабочей высоте сечения элемента конструкции) без дополнительного расчета перемещений;

– не превышения расчетными перемещениями предельно допустимых значений, установленных соответствующими ТНПА:

$$a_k \leq a_{\text{lim}}, \quad (3.1)$$

где  $a_k$  – прогиб (перемещение) железобетонной конструкции от расчетного сочетания воздействий, мм;

$a_{\text{lim}}$  – предельно допустимый прогиб (перемещение), мм.

Рекомендуемые предельно допустимые значения вертикальных прогибов приведены [2, таблица 4.3].

Прогибы (перемещения) железобетонных конструкций рассчитывают по правилам строительной механики, используя распределения значений продольных деформаций, поперечных деформаций и кривизны от расчетных воздействий и их сочетаний по длине железобетонных конструкций.

Кривизну железобетонных элементов принимают равной разности краевых относительных деформаций элемента в сечении, нормальном к продольной оси, деленной на высоту сечения.

Для участков железобетонных элементов с трещинами кривизну определяют как разность средних относительных деформаций крайнего сжатого волокна бетона и средних относительных деформаций крайнего растянутого арматурного стержня на этом участке, деленную на расстояние между крайним сжатым волокном бетона и центром тяжести крайнего растянутого арматурного стержня.

Для компенсации прогиба от воздействий и их сочетаний элементы конструкции могут иметь выгиб, создаваемый опалубкой на стадии возведения, значение которого не должно превышать  $1/250$  пролета.

### **3.2 Проверка прогибов прямым расчетом**

Для проверки деформаций бетонных, железобетонных и предварительно напряженных конструкций используют условие, согласно которому прогибы, углы поворота, перемещения и (или) параметры колебаний конструкции, вызванные расчетными воздействиями (эффектами воздействий) и их сочетаниями, не должны превышать соответствующих предельно допустимых значений, установленных в зависимости от характеристики объекта, с учетом эстетических требований, ограничений повреждений несущих, примыкающих и смежных элементов, отделки и технологического оборудования, а также создавать другие критические ситуации в процессе эксплуатации.

При использовании упрощенных методов расчета для определения деформаций железобетонных изгибаемых элементов, работающих с трещинами, окончательное значение проверяемого параметра  $\chi$  определяют по формуле

$$\chi = \psi_s \chi_{\text{II}} + (1 - \psi_s) \chi_1, \quad (3.2)$$

где  $\chi_I, \chi_{II}$  – соответственно значения анализируемого параметра, в качестве которого могут рассматриваться кривизна, угол поворота или прогиб параметра, определенные для сечения без трещины и с трещиной;

$\psi_s$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения относительных деформаций растянутой арматуры на участках между трещинами; в общем случае определяют по формуле

$$\psi_s = 1 - \beta \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2, \quad (3.3)$$

где  $\beta$  – учитывающий длительность действия нагрузки; принимают равным: при кратковременном нагружении  $\beta = 1,0$ ; при действии длительно действующих и многократно повторяющихся нагрузок  $\beta = 0,5$ ;

$\sigma_s$  – напряжения в растянутой арматуре, рассчитанные для сечения с трещиной, от усилий, вызванных расчетным сочетанием воздействий;

$\sigma_{sr}$  – напряжения в растянутой арматуре, рассчитанные для сечения с трещиной, от усилий, при которых образуются трещины.

Отношение  $\sigma_s/\sigma_{sr}$  может быть заменено на  $M_{cr}/M_{Ed}$  при изгибе или на  $N_{cr}/N_{Ed}$  при осевом растяжении ( $M_{cr}$  является моментом трещинообразования,  $N_{cr}$  – усилием трещинообразования). При этом расчетное продольное усилие  $N_{Ed}$  и изгибающий момент  $M_{Ed}$  определяют для соответствующего сочетания воздействий при  $\gamma_F = 1,0$ .

Усилия трещинообразования могут быть определены как для бетонного сечения по формулам:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c; \quad (3.4)$$

$$N_{cr} = f_{ctm} A_c. \quad (3.5)$$

При проверках прогибов значение эффективной прочности бетона на растяжение  $f_{ct,eff}$  следует принимать равным прочности бетона на растяжение при изгибе  $f_{ctm,fl}$  [2, формула (6.9)] или равным средней прочности  $f_{ctm}$ .

Для сечений без трещин  $\psi_s = 0$ .

Кривизна железобетонных элементов принимается равной разности крайних относительных деформаций элемента в сечении, нормальном к продольной оси, деленной на высоту сечения.

Для железобетонных элементов прямоугольного, таврового и двутаврового сечений с арматурой, сосредоточенной у верхней и нижней граней, и усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения, прогиб при изгибе  $a(\infty, t_0)$  допускается определять по упрощенной формуле

$$a(\infty, t_0) = \alpha_k \cdot \frac{M_{Ed} l_{eff}^2}{B(50, t_0)}, \quad (3.6)$$

где  $\alpha_k$  – коэффициент, зависящий от способа приложения нагрузки и схемы опирания элемента (см. таблицу В.1);

$M_{Ed}$  – максимальное значение расчетного изгибающего момента при проверках предельных состояний эксплуатационной пригодности;

$B(50, t_0)$  – изгибная жесткость элемента; определяют при длительном действии нагрузки по формуле

$$B(50, t_0) = \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{I_{II}}{I_I} \right)}, \quad (3.7)$$

где  $I_{II}$ ,  $I_I$  – соответственно момент инерции сечения с трещиной и без трещины; определяют с учетом отношения  $\alpha_e = E_s / E_{c,eff}$  по таблицам Б.1 и Б.2 [2, приложение Е];

$E_{c,eff}$  – эффективный модуль упругости бетона; при действии кратковременной нагрузки  $E_{c,eff} = E_{cm}$ ; при действии длительной нагрузки

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(50, t_0)}, \quad (3.8)$$

где  $\varphi(50, t_0)$  – предельное значение коэффициента ползучести бетона, определяемое согласно [2, п. 6.1.4].

Кривизну  $(1/r)_{cr}$  железобетонных элементов (участков элементов) с трещинами, нормальными к продольной оси элемента, определяют по формуле

$$\left( \frac{1}{r} \right)_{cr} = \frac{\varepsilon_{cm} + \varepsilon_{sm}}{d}, \quad (3.9)$$

где  $\varepsilon_{cm}$  – средняя относительная деформация крайнего сжатого волокна бетона на участке между трещинами:

$$\varepsilon_{cm} = \psi_c \varepsilon_{cc}, \quad (3.10)$$

где  $\varepsilon_{cc}$  – относительная деформация крайнего сжатого волокна бетона в сечении с трещиной;

$\psi_c$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения относительных деформаций сжатого бетона между трещинами;  $\psi_c = 0,9$ ;

$\varepsilon_{sm}$  – средняя относительная деформация крайнего растянутого стержня продольной арматуры на участке между трещинами:

$$\varepsilon_{sm} = \psi_s \varepsilon_s, \quad (3.11)$$

где  $\varepsilon_s$  – относительная деформация растянутой арматуры в сечении с трещиной; в общем случае определяют из решения системы уравнений деформационной расчетной модели сопротивления при действии изгибающего момента и продольной силы.

Относительные деформации крайнего сжатого волокна бетона  $\varepsilon_{cc}$  и крайнего растянутого стержня продольной арматуры  $\varepsilon_s$  в сечении с трещиной в общем случае определяют из решения системы уравнений деформационной расчетной модели сопротивления при действии изгибающего момента, вызванного расчетными усилиями для предельных состояний эксплуатационной пригодности.

Значения  $\varepsilon_{cc}$  и  $\varepsilon_s$  определяют по формулам:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_{cc}}{E_{c,red}}; \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad (3.13)$$

где  $\sigma_{cc}$  – напряжение в крайнем сжатом волокне бетона в сечении с трещиной;

$\sigma_s$  – напряжение в крайнем растянутом стержне продольной арматуры в сечении с трещиной.

Значения  $\sigma_{cc}$  и  $\sigma_s$  допускается определять из условно-упругого расчета сечения с трещиной, нормального к продольной оси элемента, включающего сжатую зону бетона с приведенным модулем упругости  $E_{c,red}$ , сжатую и растянутую арматуру с модулем упругости  $E_s$ .

Для изгибаемых элементов прямоугольного, таврового и двутаврового сечений с арматурой, сосредоточенной у растянутой и сжатой граней сечения, и усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения, значения  $\sigma_{cc}$  и  $\sigma_s$  определяют по формулам:

$$\sigma_{cc} = \frac{M_{Ed}}{A_{cc}z}; \quad (3.14)$$

$$\sigma_s = \frac{M_{Ed}}{A_s z}, \quad (3.15)$$

где  $A_{cc}$  – площадь сжатого бетона в сечении с трещиной;

$A_s$  – площадь растянутой арматуры в сечении с трещиной;

$z$  – расстояние между центрами тяжести площади сечений сжатого бетона и растянутой арматуры.

Значения  $A_{cc}$  и  $z$  допускается определять из расчета изгибаемых элементов по предельным усилиям в сечении, нормальном к продольной оси элемента. В

этом случае кривизну железобетонных элементов  $(1/r)_{cr}$  определяют по формуле (3.9), принимая  $d = z$ .

### 3.3 Элементы (или участки элементов), работающие без трещин

Кривизну элементов (или участков элементов), работающих без трещин, следует определять по формуле [2, п. 9.3.3.3]

$$\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2}}{h}, \quad (3.16)$$

где  $\varepsilon_{c1}$  – относительная деформация крайнего сжатого волокна бетона;

$\varepsilon_{c2}$  – относительная деформация крайнего растянутого (менее сжатого) волокна бетона;

$h$  – расстояние между крайними волокнами бетона в сечении.

Относительные деформации крайних волокон сечения  $\varepsilon_{c1}$  и  $\varepsilon_{c2}$  в общем случае следует определять из расчета по деформационной модели железобетонного элемента, работающего без трещин.

Изгибную жесткость железобетонного элемента без трещин  $B(50, t_0)$  следует определять по формуле (3.7), принимая  $I_{II} = I$ , а кривизну  $(1/r)$  по формуле

$$\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{M_{Ed}}{B_m(50, t_0)}. \quad (3.17)$$

Дополнительную кривизну от неравномерной усадки бетона  $(1/r)_{cs}$  определяют по формуле

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs,\infty} \alpha_e S}{I}, \quad (3.18)$$

где  $\varepsilon_{cs,\infty}$  – предельное значение усадки бетона [2, п. 6.1.4];

$S$  – статический момент арматуры относительно центра тяжести сечения;

$I$  – момент инерции сечения.

При расчете кривизны от неравномерной усадки бетона для элементов с трещинами значения  $S$  и  $I$  определяют дважды: для сечения без трещины и сечения с трещиной.

**Пример 1** – По исходным данным примера 1 п. 2.2 проверить прогиб в середине пролета свободно опертой балки.

*Решение*

Площадь продольной арматуры определяем по таблице А.1:  $A_{s1} = 1571 \text{ мм}^2$ . Средняя прочность бетона на растяжение согласно [2, таблица 6.1]  $f_{ctm} = 2,2 \text{ МПа}$ . Модуль упругости бетона согласно [2, таблица 6.3]  $E_{cm} = 32 \text{ ГПа}$ . Модуль упругости стали  $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ . Эффективная прочность бетона при растяжении  $f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,2 \text{ МПа}$ .

Рабочая высота сечения

$$d = h - c_{cov} - \varnothing_{sw} - \varnothing / 2 = 700 - 20 - 8 - 20 / 2 = 662 \text{ мм.}$$

Коэффициент  $\alpha_e = 6,25$ .

Для сечения без трещин согласно таблице Б.2 [2, таблица Е.1]:

$$\rho_{l1} = \frac{A_{s1}}{bd} = \frac{1571}{300 \cdot 700} = 0,0075.$$

$$A_I = \alpha_e \rho_{l1} \frac{d}{h} = 6,25 \cdot 0,0075 \cdot \frac{662}{700} = 0,044;$$

$$B_1 = \alpha_e \rho_{l1} = 6,25 \cdot 0,0075 = 0,047;$$

$$k_{x1} = \frac{0,5 + A_1}{1 + B_1} = \frac{0,5 + 0,047}{1 + 0,044} = 0,524;$$

$$x_1 = k_{x1} \cdot 700 = 366,8 \text{ мм};$$

$$\begin{aligned} k_1 &= 1 + 12 \cdot (0,5 - k_{x1})^2 + 12 \alpha_e \rho_{l1} \cdot (d/h - k_{x1})^2 = \\ &= 1 + 12 \cdot (0,5 - 0,524)^2 + 12 \cdot 6,25 \cdot 0,0075 \cdot (662/700 - 0,524)^2 = 1,107; \end{aligned}$$

$$I_1 = k_1 \cdot \frac{bh^3}{12} = 1,107 \cdot \frac{300 \cdot 700^3}{12} = 9492,1 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

Высота сжатой зоны в сечении с трещинами  $x_{11} = 245 \text{ мм}$ ; процент армирования продольной арматурой  $\rho_{l11} = 0,008$  (см. пример 1 п. 2.2).

Эффективный модуль упругости бетона при кратковременном нагружении  $E_{c,eff} = E_{cm} = 32 \text{ ГПа}$  [2, п. 9.3.3.2]. Тогда  $\alpha_e = 6,25$ .

Согласно таблице Б.2 [2, таблица Е.1] для сечения с трещинами:

$$A_{11} = B_{11} = \alpha_e \rho_{l1} = 6,25 \cdot 0,008 = 0,05;$$

$$k_{x11} = -B_{11} + \sqrt{B_{11}^2 + 2A_{11}} = -0,05 + \sqrt{0,05^2 + 2 \cdot 0,05} = 0,27;$$

$$k_{11} = 4k_{x11}^2 + 12\alpha_e \rho_{l1} (1 - k_{x11})^2 = 4 \cdot 0,27^2 + 12 \cdot 6,25 \cdot 0,008 \cdot (1 - 0,27)^2 = 0,4;$$

$$I_{11} = k_{11} \cdot \frac{bd^3}{12} = 0,4 \cdot \frac{300 \cdot 662^3}{12} = 2901,2 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

Момент трещинообразования

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = f_{ctm} \frac{bh^2}{6} = 2,21 \cdot \frac{300 \cdot 700^2}{6} \cdot 10^{-6} = 54,15 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент  $\beta$ , учитывающий длительность действия нагрузки: при действии кратковременных нагрузок  $\beta = 1,0$  [2, п. 9.3.3.1].

Изгибная жесткость сечения с трещиной при  $\beta = 1,0$ :

$$\begin{aligned} B(50, t_0) &= \frac{E_{c,eff} I_{11}}{1 - \beta \cdot \left( \frac{M_{cr}}{M_{Ed}} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{I_{11}}{I_1} \right)} = \\ &= \frac{32 \cdot 10^3 \cdot 2901,2 \cdot 10^6}{1 - 1,0 \cdot \left( \frac{54,15}{400} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{2901,2 \cdot 10^6}{9492,1 \cdot 10^6} \right)} = 102470 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{мм}^2. \end{aligned}$$

По таблице В.1 для свободно опертой балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, определяем значение коэффициента  $\alpha_k$ :

$$\alpha_k = 5/48.$$

Максимальный прогиб в середине пролета свободно опертой балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой [2, п. 9.3.2.2]:

$$a_{\max} = \alpha_k \frac{M_{Ed} l_{eff}^2}{B(50, t_0)} = \frac{5}{48} \cdot \frac{400 \cdot 10^6 \cdot 5780^2}{102470 \cdot 10^9} = 13,6 \text{ мм}.$$

Допустимый прогиб согласно [2, таблица 4.3]:

– при характеристическом сочетании воздействий не более

$$l_{eff} / 250 = 5870 / 250 = 23,5 \text{ мм};$$

– при частом сочетании воздействий не более

$$l_{eff} / 300 = 5870 / 300 = 19,6 \text{ мм}.$$

Принимаем  $a_{lim} = \min\{23,5; 19,6\} = 19,6 \text{ мм}$ .

Так как  $a_{max} = 13,6 \text{ мм} < a_{lim} = 19,6 \text{ мм}$ , следовательно, максимальный прогиб в середине пролета не превышает допустимый.

### ***Задачи для самостоятельного решения***

**Задача 1.** Свободно опертая балка прямоугольного сечения с размерами  $700 \times 300 \text{ мм}$  с расчетным пролетом  $l_{eff} = 6 \text{ м}$  загружена равномерно распределенной нагрузкой. Рабочая арматура – пять стержней диаметром  $20 \text{ мм}$  класса S500, поперечная арматура – диаметром  $8 \text{ мм}$  класса S240. Защитный слой бетона  $c_{cov} = 20 \text{ мм}$ , бетон класса С 20/25. Момент в расчетном сечении  $M_{Ed} = 350 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , класс по условиям эксплуатации XC1. Проверить прогиб в середине пролета свободно опертой балки.

**Задача 2.** Свободно опертая балка прямоугольного сечения с размерами  $700 \times 300 \text{ мм}$  с расчетным пролетом  $l_{eff} = 5,5 \text{ м}$  загружена равномерно распределенной нагрузкой. Рабочая арматура – пять стержней диаметром  $20 \text{ мм}$  класса S500, поперечная арматура – диаметром  $8 \text{ мм}$  класса S240. Защитный слой бетона  $c_{cov} = 20 \text{ мм}$ , бетон класса С 20/25. Момент в расчетном сечении  $M_{Ed} = 350 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , класс по условиям эксплуатации XC1. Проверить прогиб в середине пролета свободно опертой балки.

## **4 Принципы проверки сопротивления сечений и конструирования сжатых железобетонных элементов**

### ***4.1 Проверка предельных состояний несущей способности сжатых элементов с использованием модели сопротивления сечения, основанной на прямоугольной эпюре напряжений***

Для внецентренно-сжатых элементов напряжения в арматуре, расположенной у растянутой или менее сжатой грани сечения, изменяются в зависимости не только от ее количества, но и от эксцентриситета приложения продольной силы  $N_{Ed}$ . Поэтому для внецентренно-сжатых элементов следует рассматривать

две области работы арматуры: с напряжениями, равными пределу текучести, и с переменными напряжениями.

При проверках предельных состояний несущей способности железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов и продольных сил учитывают влияние геометрических несовершенств согласно [2, п. 5.4], минимальный эксцентриситет  $e_0 = h / 30$  согласно [2, п. 8.1.1.6], а также влияние эффектов второго порядка согласно [2, п. 8.1.6].

Проверку прямоугольного сечения элементов (рисунок 4.1) при совместном действии изгибающих моментов и продольных сил производят из условия

$$N_{Ed} e_{s1} \leq \alpha_m f_{cd} b d^2 + k_{s2} f_{yd} A_{s2} \cdot (d - c_1), \quad (4.1)$$

где  $N_{Ed}$  – расчетная продольная сила (от расчетных воздействий);

$\alpha_m$  – относительный изгибающий момент [2, 8.1.3.6];

$f_{cd}$  – расчетная прочность на сжатие бетона;

$f_{yd}$  – расчетное сопротивление ненапрягаемой арматуры;

$b$  – ширина сечения;

$d$  – рабочая высота сечения;

$c_1$  – расстояние от центра тяжести сжатой арматуры до грани сечения;

$A_{s2}$  – площадь сечения сжатой или наименее растянутой арматуры;

$k_{s2}$  – коэффициент, характеризующий уровень напряжений в сжатой арматуре в зоне сечения  $A_{s2}$  [2, п. 8.1.3.6, формула (8.2)];  $k_{s2} \leq 1,0$ ;

$e_{s1}$  – эксцентриситет приложения силы  $N_{Ed}$  по отношению к центру тяжести растянутой или наименее сжатой (при полностью сжатом сечении) арматуры согласно рисунку 4.1 и [2, п. 8.1.6.1].

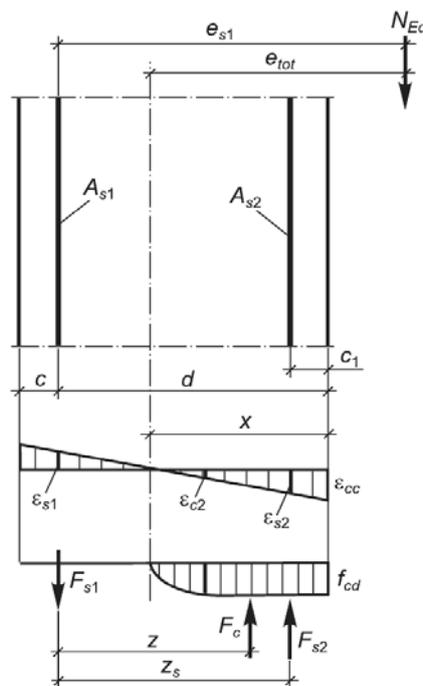


Рисунок 4.1 – Эпюры распределения относительных деформаций и напряжений при расчете внецентренно-сжатого элемента [2, рисунок 8.5]

При  $\xi = x / d \leq \xi_{lim}$  (области деформирования сечения 1а, 1б и 2 [2, таблица 8.1]), при этом относительную высоту сжатой зоны бетона  $\xi$  определяют из условия

$$N_{Ed} + f_{yd} A_{s1} = \alpha_c f_{cd} b d + k_{s2} f_{yd} A_{s2}, \quad (4.2)$$

где  $\alpha_c$  – относительное продольное усилие, воспринимаемое бетоном сжатой зоны [2, 8.1.3.6];

$A_{s1}$  – площадь сечения растянутой или наименее сжатой арматуры.

При  $\xi = x / d > \xi_{lim}$  (области деформирования сечения 3а, 3б и 4 [2, таблица 8.1]), при этом относительную высоту сжатой зоны бетона  $\xi$  определяют из условия

$$N_{Ed} + k_{s1} f_{yd} A_{s1} = \alpha_c f_{cd} b d + k_{s2} f_{yd} A_{s2}, \quad (4.3)$$

где  $k_{s1}$  – коэффициент, характеризующий уровень напряжений в арматуре площадью сечения  $A_{s1}$  [2, п. 8.1.3.7];  $k_{s1} \leq 1,0$ .

Для сжатых элементов следует различать два случая для расчета:

– случай 1: при большом эксцентриситете растягивающего усилия, когда  $\xi = x_{eff} / d \leq \xi_{lim}$  (рисунок 4.2 [2, рисунок 8.10]);

– случай 2: при малом эксцентриситете растягивающего усилия, когда  $\xi = x_{eff} / d > \xi_{lim}$  (рисунок 4.3 [2, рисунок 8.11]).

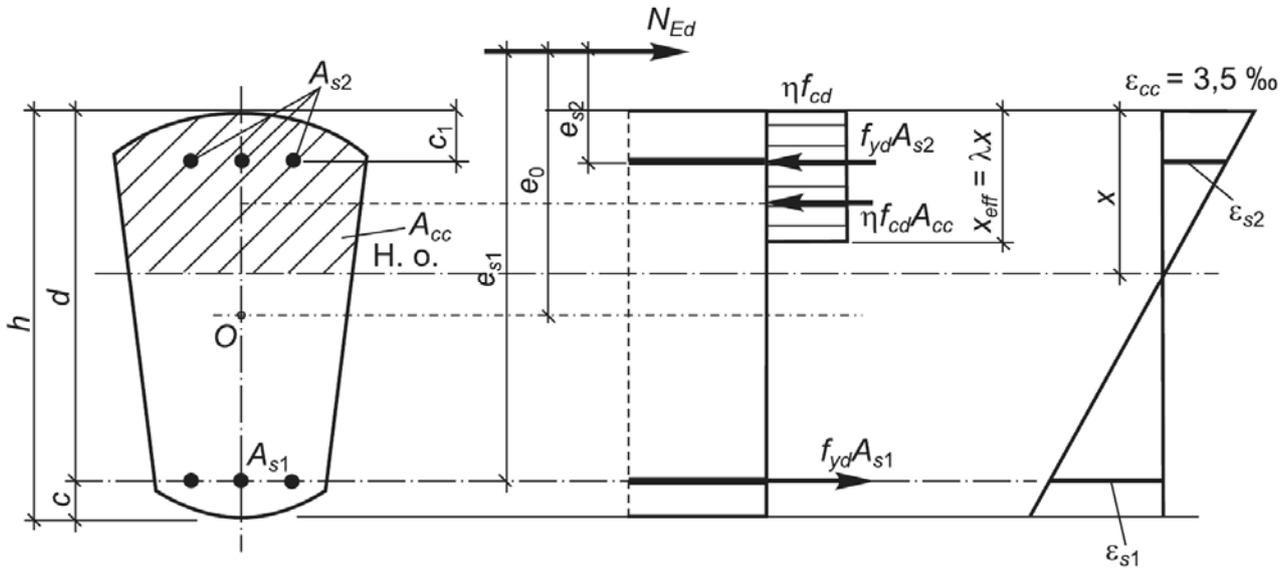


Рисунок 4.2 – Схемы распределения напряжений и относительных деформаций в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно-сжатого железобетонного элемента, при проверке предельных состояний несущей способности (при большом эксцентриситете) [2, рисунок 8.10]

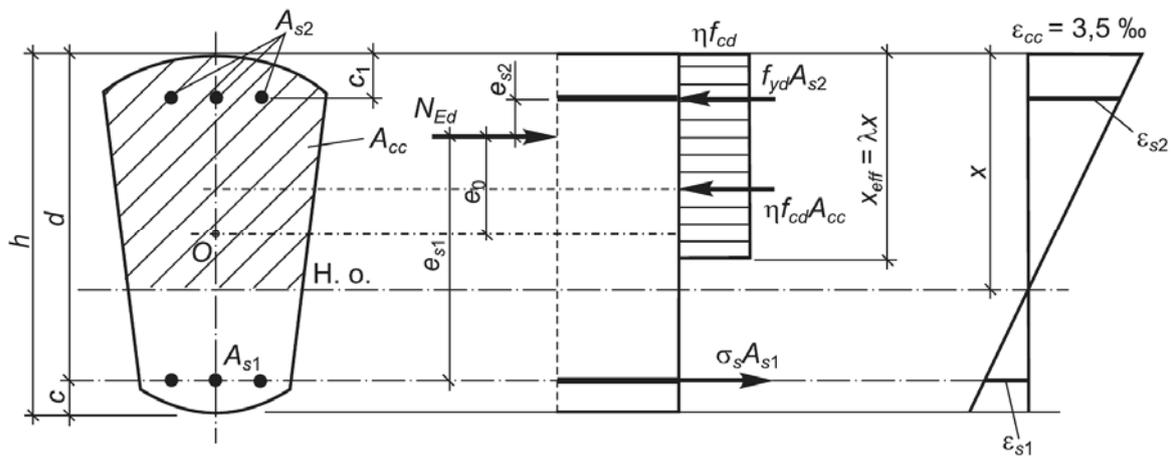


Рисунок 4.3 – Схемы распределения напряжений и относительных деформаций в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно-сжатого железобетонного элемента, при проверке предельных состояний несущей способности (при малом эксцентриситете) [2, рисунок 8.11]

Если арматура не используется с полным сопротивлением (т. е. напряжения в растянутой арматуре не достигают предела текучести), имеет место так называемый *случай малых эксцентриситетов*. Если арматура используется полностью и разрушение произойдет по растянутой арматуре (т. е. напряжения в растянутой арматуре достигают предела текучести), такой случай называют *случаем больших эксцентриситетов* и расчет производят аналогично тому, как это было представлено для изгибаемых элементов (при действии на сечение только  $M_{Ed}$ ).

Случай малых эксцентриситетов формально определяет расчетную ситуацию, при которой нет необходимости устанавливать в сжатой зоне сечения арматуру  $A_{s2}$ . Вместе с тем, для сжатых элементов такая арматура обязательно должна устанавливаться по конструктивным соображениям, при этом  $A_{s2} \geq A_{s,min}$ . Расчет следует произвести по общему методу либо воспользоваться упрощением, принимая  $x_{eff} = x_{eff,lim}$ .

Проверку предельных состояний несущей способности сжатых железобетонных элементов в сечениях, нормальных к продольной оси элемента, при большом эксцентриситете ( $\xi = x_{eff} / d \leq \xi_{lim}$ ) производят из условия  $M_{Ed1} \leq M_{Rd1}$  [2, п. 8.1.4.9].

Значение  $M_{Rd1}$  определяют по формуле

$$M_{Rd1} = \eta f_{cd} S_c + f_{yd} A_{s2} \cdot (d - c_1), \quad (4.4)$$

где  $S_c$  – статический момент площади сечения сжатой зоны бетона относительно оси, параллельной прямой, ограничивающей сжатую зону, и проходящей через центр тяжести растянутой арматуры.

Высоту сжатой зоны определяют из условия равновесия

$$N_{Ed} + f_{yd} A_{s1} - f_{yd} A_{s2} = f_{cd} A_{cc}, \quad (4.5)$$

где  $A_{cc}$  – площадь сжатой зоны.

Изгибающий момент относительно центра тяжести растянутой арматуры  $M_{Ed1}$  определяют по формуле

$$M_{Ed1} = N_{Ed} e_{s1}. \quad (4.6)$$

Расстояние  $e_{s1}$  от точки приложения силы  $N_{Ed}$  до центра тяжести сечения растянутой или наименее сжатой (при полностью сжатом сечении элемента) арматуры определяют по формуле

$$e_{s1} = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} + d - x_c, \quad (4.7)$$

где  $M_{Ed}$  – изгибающий момент относительно центра тяжести сечения; определяют с учетом эффектов второго порядка согласно [2, п. 8.1.6];

$x_c$  – расстояние от центра тяжести сечения до крайней сжатой грани сечения.

При расчете внецентренно-сжатых элементов следует учитывать влияние геометрической нелинейности их деформирования, т. е. влияние продольных сил на значения изгибающих моментов, которое упрощенно можно трактовать как влияния прогиба элемента на увеличение начального эксцентриситета продольной силы, а следовательно, и изгибающих моментов. В некоторых источниках это явление называют влиянием *эффектов второго рода*. В общем случае, когда сжатый элемент является составной частью статически неопределимой системы, влияние продольного изгиба согласно требованиям норм учитывается расчетом конструкции по деформированной схеме. Такой расчет производится методами строительной механики, однако при определении деформаций от единичных и внешних усилий в основной системе метода сил следует учитывать добавочные моменты, равные произведениям продольной силы на прогибы элемента в данном сечении. Поскольку до начала расчета прогибы неизвестны, их находят последовательными приближениями.

Как показывают экспериментальные исследования для сечений, подвергнутых косому внецентренному сжатию, нейтральная ось сечения может располагаться необязательно перпендикулярно к линии, соединяющей точку приложения продольной силы и центр тяжести сечения. Угол, определяющий положение нейтральной оси, изменяется в каждом из сечений по длине элемента. Элемент, помимо сжатия, будет испытывать небольшое кручение и срез. Однако этими эффектами в расчетах, как правило, пренебрегают, считая справедливой гипотезу плоских сечений.

## 4.2 Учет влияния продольного изгиба при проверке предельных состояний несущей способности сжатых элементов

Учет влияния продольного изгиба при проверке предельных состояний несущей способности сжатых элементов выполняют согласно [2, п. 8.1.6].

Необходимость учета эффектов второго рода связывают с гибкостью элемента, которую характеризуют коэффициентом гибкости

$$\lambda_a = \frac{l_0}{i}, \quad (4.8)$$

где  $l_0$  – расчетная длина элемента, называемая иногда эффективной длиной;  
 $i$  – радиус инерции сечения произвольной формы.

Для сечения прямоугольной формы

$$\lambda_a = \frac{l_0}{h}, \quad (4.9)$$

где  $h$  – высота прямоугольного сечения.

Традиционно, в зависимости от коэффициента гибкости  $\lambda_a$ , сжатые элементы классифицируют как:

- короткие (негибкие), для которых  $\lambda_a \leq \lambda_{\text{lim}}$  и влияние продольного прогиба можно не учитывать;
- гибкие (при  $\lambda_a > \lambda_{\text{lim}}$ ), для которых необходимо учитывать влияние продольного изгиба.

Для определения  $\lambda_{\text{lim}}$  следует использовать зависимость

$$\lambda_{\text{lim}} \leq 34 - 12 \frac{M_{\text{min}}}{M_{\text{max}}}, \quad (4.10)$$

где  $M_{\text{max}}$  – больший из изгибающих моментов в опорных сечениях колонн (всегда положительный);

$M_{\text{min}}$  – меньший момент (может быть обоих знаков).

При этом в формуле  $M_{\text{min}}/M_{\text{max}} \geq -0,5$ .

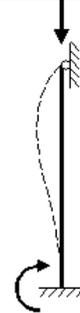
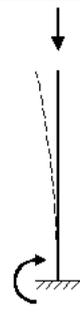
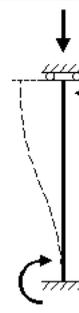
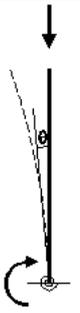
Значение  $M_{\text{min}}/M_{\text{max}}$  принимается положительным, если по всей длине колонны кривизна не меняет знак.

Расчетную длину  $l_0$  элементов, имеющих постоянное по длине  $l$  поперечное сечение, при действии продольной силы допускается принимать согласно таблице 4.1 [2, п. 8.1.6.1].

Для элементов типовых конструкций расчетную длину  $l_0$  допускается принимать: для элементов ферм и арок – согласно [2, таблица 8.2]; для колонн одноэтажных производственных зданий с шарнирным опиранием несущих кон-

струкций покрытий, жестких в своей плоскости (способных передавать горизонтальные усилия), а также для эстакад – согласно [2, таблица 8.3]. Расчетная длина элементов ферм и арок приведена в [2, таблица 8.2].

Таблица 4.1 – Расчетная длина  $l_0$  элементов, имеющих постоянное по длине  $l$  поперечное сечение, при действии продольной силы [2, п. 8.1.6.1, рисунок 8.15]

Элемент каркаса	Несмещаемого				Смещаемого		
	Шарнирные узлы	Жесткие узлы		Упруго-податливые узлы	Консольные элементы	Комбинированные узлы	Упруго-податливые узлы
Расчетная схема							
Расчетная длина $l_0$	$l_0 = l$	$l_0 = 0,5l$	$l_0 = 0,7l$	$l/2 < l_{01} < l$	$l_0 = 2l$	$l_0 = l$	$l_0 > 2l$

Расстояние  $e_{s1}$  от точки приложения силы  $N_{Ed}$  до центра тяжести сечения растянутой или наименее сжатой (при полностью сжатом сечении элемента) арматуры определяют по формуле

$$e_{s1} = e_0 \eta_a + d - x_c, \quad (4.11)$$

где  $x_c$  – расстояние от центра тяжести сечения до крайней сжатой грани сечения;

$\eta_a$  – коэффициент, учитывающий влияние продольного изгиба (прогиба) элемента на его несущую способность:

$$\eta_a = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{crit}}}, \quad (4.12)$$

где  $N_{Ed}$  – расчетное значение продольной силы от внешней нагрузки;

$N_{crit}$  – условная критическая сила, определяемая по формуле

$$N_{crit} = \frac{\pi^2 B_{nom}}{l_0^2}, \quad (4.13)$$

$B_{nom}$  – номинальная жесткость железобетонного элемента:

$$B_{nom} = k_c E_{cd} I_c + k_s E_s I_s, \quad (4.14)$$

где  $E_{cd}$  – расчетное значение модуля упругости бетона

$$E_{cd} = E_{cm} / 1,2, \quad (4.15)$$

$E_s$  – расчетное значение модуля упругости арматуры;  $E_s = 200$  ГПа;

$I_s$  – момент инерции арматуры относительно центра тяжести поперечного сечения бетона;

$k_s$  – коэффициент, учитывающий влияние арматуры;  $k_s = 1,0$ .

$k_c$  – коэффициент, учитывающий наличие трещин, влияние ползучести и т. п.; определяется согласно [2, п. 8.1.6.4].

### 4.3 Основные требования по конструированию сжатых элементов

Размеры сечений внецентренно-сжатых элементов принимают при их гибкости в любом направлении ( $l_0 / i$ ), не превышающей 200 ( $\lambda_a \leq 200$ ); для колонн, являющихся элементами зданий, – не превышающей 120 ( $\lambda_a \leq 120$ ) [2, п. 11.4.2].

Общее количество продольной арматуры назначается таким образом, чтобы коэффициент армирования продольной арматурой  $\rho = A_s / A_c$  был не менее  $\rho_{min}$ , при этом минимальный коэффициент армирования продольной арматурой  $\rho_{min}$  должен удовлетворять условиям [2, п. 11.2.1.2, таблица 11.1]:

$$\rho_{min} = \frac{5N_{Ed}}{f_{yd}bd} \geq \rho_{\lambda} = \frac{27 + l_0 / i}{440}, \quad (4.16)$$

$$0,10 \leq \rho_{min} \leq 0,25. \quad (4.17)$$

В центрально-сжатых и центрально-растянутых элементах минимальную площадь сечения всей продольной арматуры следует принимать в 2 раза большей и относить к полной площади сечения бетона. При равномерном расположении арматуры по контуру сечения принимают  $d = h$ .

Размещение продольной арматуры согласно [2, п. 11.4.4]: концы продольных рабочих стержней, не привариваемых к анкерующим деталям, должны отстоять от торца конструкции на расстояние не менее:

– 10 мм – для сборных колонн длиной не более 18 м;

– 15 мм – для сборных колонн длиной более 18 м, а также опор и мачт любой длины; монолитных колонн длиной не более 6 м;

– 20 мм – для монолитных колонн длиной более 6 м.

Максимальные расстояния между осями стержней продольной арматуры, определяемые эффективностью работы бетонного сечения, усиленного арматурой, должны быть не более: в линейных внецентренно-сжатых элементах в

плоскости изгиба – 500 мм; в плоскости, перпендикулярной плоскости изгиба, – 400 мм.

Любая продольная арматура, установленная у поверхности железобетонной конструкции, должна охватываться поперечной арматурой, устанавливаемой с шагом не более 500 мм и не более двукратной ширины грани элемента.

По всей длине элемента из условия обеспечения работы продольной арматуры (при наименьшем ее диаметре), установленной по расчету в сжатой зоне сечения при  $f_{yd} > 400$  Н/мм<sup>2</sup>, шаг поперечных стержней принимают не более:

– 400 мм;

–  $12\emptyset$  и  $15\emptyset$  – в вязаных и сварных каркасах соответственно ( $\emptyset$  – диаметр продольной арматуры).

Во внецентренно-сжатых линейных элементах (при минимальном диаметре продольной арматуры) поперечная арматура должна быть установлена с шагом, не более:

а) на участках стыковки без сварки продольной рабочей арматуры –  $10\emptyset$ ;

б) если площадь сечения сжатой арматуры  $S_2$  по расчету более 1,5 % –  $10\emptyset$  и не более 300 мм;

в) если все сечение сжато и общая площадь сечения арматуры  $S_1$  и  $S_2$  по расчету более 3 % –  $10\emptyset$  и не более 300 мм;

г) по всей длине элемента из условия обеспечения работы продольной арматуры, установленной по расчету в сжатой зоне сечения при  $f_{yd} > 400$  Н/мм<sup>2</sup>, – не более 400 мм и не более  $12\emptyset$  и  $15\emptyset$  – в вязаных и сварных каркасах соответственно.

Конструктивное решение поперечной арматуры (хомутов, поперечных стержней, шпилек и т. д.) во внецентренно-сжатых элементах должно обеспечивать крепление стержней продольной арматуры (перегиб или сварка в вязаных или сварных каркасах соответственно) на расстоянии не более 400 мм по ширине грани сечения с шагом не более 500 мм по длине элемента.

Поперечное армирование коротких консолей колонн выполняют горизонтальными и наклонными (угол наклона  $45^\circ$ ) хомутами. Шаг хомутов должен быть не более:

–  $0,25h$  (где  $h$  – высота консоли);

–  $12\emptyset$  (где  $\emptyset$  – диаметр продольной растянутой арматуры консоли);

– 150 мм.

Во внецентренно-сжатых элементах с косвенным армированием сетками или ненапрягаемой спиральной или кольцевой арматурой следует принимать (из арматуры класса S500 диаметром не более 14 мм) [2, п. 11.4.8]:

– размеры ячеек сеток – не менее 45 мм, но не более 100 мм и не более 1/4 размера меньшей стороны сечения;

– шаг сеток – не менее 60 мм, но не более 150 мм и не более 1/3 размера меньшей стороны сечения;

– диаметр навивки спиралей или диаметр колец – не менее 200 мм;

– шаг навивки спиралей или шаг колец – не менее 40 мм, но не более 100 мм и не более 1/5 диаметра бетонного сечения, ограниченного спиралью или кольцом.

При усилении торцов внецентренно-сжатых элементов устанавливают не менее четырех сеток на длине  $15\varnothing$  – если продольная арматура гладкая,  $10\varnothing$  – если продольная арматура имеет периодический профиль, считая от торца конструкции.

Для внецентренно-сжатых элементов из монолитного бетона диаметр продольных рабочих стержней принимают не менее 12 мм. В колоннах с размером меньшей стороны сечения 250 мм и более диаметр продольной арматуры принимают не менее 16 мм ( $\varnothing_{\min} = 16$  мм) [2, п. 11.4.9.1].

Диаметры стержней поперечной арматуры во внецентренно-сжатых линейных элементах принимают:

– в вязаных каркасах – не менее  $0,25\varnothing$  рабочей арматуры, но не более 12 мм ( $\varnothing_{sw,\max} = \min\{0,25\varnothing; 12 \text{ мм}\}$ );

– в сварных каркасах – не менее диаметра, устанавливаемого из условия сварки с наибольшим назначенным по расчету диаметром продольной арматуры, но не более 14 мм ( $\varnothing_{sw,\max} = 14$  мм).

## 5 Принципы проверки сопротивления сечений и конструирования растянутых элементов

Разрушение центрально растянутых элементов происходит после того, как в бетоне образуются сквозные трещины, он выключается из работы, а напряжения в арматуре для сечения, пронизанного трещиной, достигают предельных значений (физического или условного предела текучести).

Условие равновесия для центрально-растянутого элемента имеет вид:

$$N_{Ed} = F_{s1} = f_{yd} A_{s1}. \quad (5.1)$$

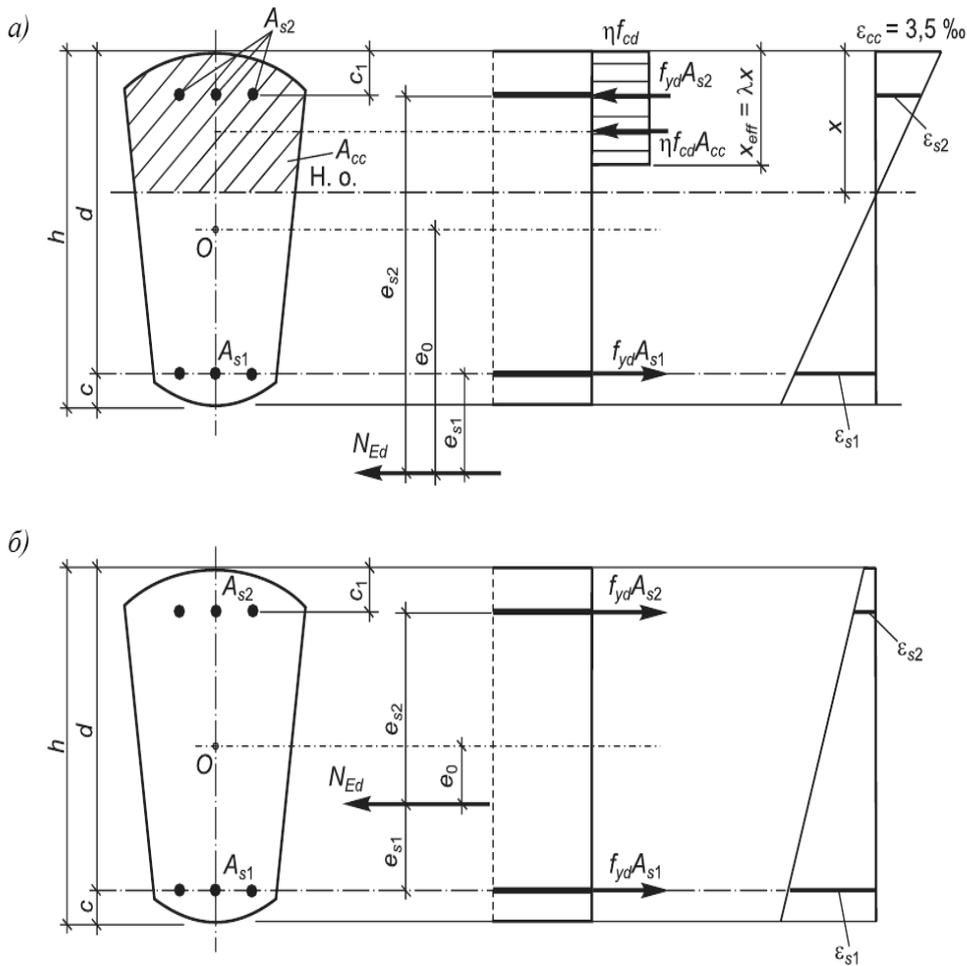
При расчете внецентренно растянутых элементов рассматривают два характерных случая в зависимости от расположения в сечении растягивающего усилия  $N_{Ed}$ .

Расчет сопротивления внецентренно растянутых железобетонных элементов в сечениях, нормальных к продольной оси элемента, производят в зависимости от положения расчетной продольной силы при  $e_0 = e_e$  (без учета случайного эксцентриситета) в двух случаях: случай большого эксцентриситета и случай малого эксцентриситета (рисунок 5.1) [2, п. 8.1.4.10].

Если расчетная продольная сила приложена за пределами расстояния между равнодействующими в арматуре площадями сечений  $A_{s1}$  и  $A_{s2}$  (при большом эксцентриситете, см. рисунок 5.1, а), тогда расчет сопротивления элементов производят, принимая прямоугольную эпюру напряжений в сжатой зоне бетона как для изгибаемых элементов, из условий:

$$N_{Ed} e_{s1} \leq f_{cd} S_c + f_{yd} A_{s2} \cdot (d - c_1); \quad (5.2)$$

$$N_{Ed} \leq f_{yd}A_{s1} + f_{yd}A_{s2} - f_{cd}A_c. \quad (5.3)$$



*a* – при большом эксцентриситете ( $M_{Ed1} > 0$ ); *б* – при малом эксцентриситете ( $M_{Ed1} < 0$ )

Рисунок 5.1 – Схемы распределения напряжений и относительных деформаций в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно-растянутого железобетонного элемента, при проверке предельных состояний несущей способности [2, рисунок 8.12]:

Для прямоугольных сечений

$$N_{Ed}e_{s1} \leq f_{cd}bx_{eff} \cdot (d - 0,5x_{eff}) + f_{yd}A_{s2} \cdot (d - c_1). \quad (5.4)$$

При этом высоту сжатой зоны бетона определяют из условия

$$f_{yd}A_{s1} - f_{yd}A_{s2} - N_{Ed} = f_{cd}bx_{eff}. \quad (5.5)$$

Если полученное из условия (5.5) значение  $x_{eff} > \xi_{lim}d$ , то в условии (5.4) принимают  $x_{eff} = \xi_{lim}d$ .

Неравенства (5.2) и (5.3) применяют только в том случае, когда центр тяжести сжатой арматуры расположен по отношению к наиболее сжатой грани сечения ближе, чем центр тяжести сжатой зоны сечения. В противном случае

сопротивление сечения внецентренно-растянутого элемента при большом эксцентриситете определяют из условия

$$N_{Ed} \cdot (e_{s1} + d - c_1) \leq f_{yd} A_{s1} \cdot (d - c_1). \quad (5.6)$$

Проверку внецентренно растянутых элементов при совместном действии изгибающих моментов и продольных сил *при малом эксцентриситете* (см. рисунок 5.1, б) производят исходя из следующих требований:

- в работе сечения не учитывают растянутый бетон;
- напряжения во всей растянутой арматуре, расположенной в сечении, равны расчетному сопротивлению  $f_{yd}$ .

В соответствии с данными условиями расчет внецентренно-растянутых элементов для этого случая производят из условий:

$$N_{Ed} e_{s2} \leq f_{yd} A_{s1} \cdot (d - c_1); \quad (5.7)$$

$$N_{Ed} e_{s1} \leq f_{yd} A_{s2} \cdot (d - c_1). \quad (5.8)$$

## Список литературы

- 1 Основы проектирования строительных конструкций: СН 2.01.01–2019. – Введ. 16.11.2019 (с отменой ТКП ЕН 1990–2011 (02250)). – Минск: М-во архитектуры и стр-ва Респ. Беларусь, 2020. – 89 с.
- 2 Бетонные и железобетонные конструкции: СП 5.03.01–2020. – Введ. 16.09.2020 (с отменой СНиП 2.03.01–84 и СНБ 5.03.01–02). – Минск: М-во архитектуры и стр-ва Респ. Беларусь, 2020. – 245 с.
- 3 Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования: курс лекций / Под ред. Т. М. Пецоляда, В. В. Тура. – Брест: БГТУ, 2003. – 380 с.
- 4 Арматура ненапрягаемая для железобетонных конструкций. Технические условия: СТБ 1704–2012 (с изменениями). – Введ. 01.01.2013 (взамен СТБ 1704–2006). – Минск: М-во архитектуры и стр-ва РБ, 2010. – 26 с.
- 5 Тур, В. В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил / В. В. Тур, А. А. Кондратчик. – Брест: БГТУ, 2000. – 400 с.
- 6 Байков, В. Н. Железобетонные конструкции. Общий курс / В. Н. Байков, Э. Е. Сигалов. – Москва: Стройиздат, 1985. – 767 с.
- 7 Гольшев, А. Б. Проектирование железобетонных конструкций: справочное пособие / А. Б. Гольшев. – Киев: Будівельник, 1990. – 496 с.
- 8 Дрозд, Я. Н. Предварительно-напряженные железобетонные конструкции / Я. Н. Дрозд, Г. П. Пастушков. – Минск: Высшая школа, 1984. – 250 с.
- 9 Попов, Н. Н. Проектирование и расчет железобетонных и каменных конструкций / Н. Н. Попов, А. В. Забегаев. – Москва: Высшая школа, 1989. – 320 с.

## Приложение А (справочное)

Таблица А.1 – Сортамент арматурных стержней согласно СТБ 1704–2012 [4] (ненапрягаемая арматура)

Номинальный диаметр, мм	Площадь поперечного сечения, мм <sup>2</sup> , при числе стержней										Масса 1 п. м, кг	Выпускаемый диаметр для стальной классов	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9		S240	S500
4	12,6	25	38	50	63	76	88	101	113	113	0,090		+
5	19,6	39	59	79	98	118	137	157	177	177	0,139		+
5,5	23,8	47,6	71,4	95,2	119	142,8	166,6	190,4	214,2	214,2	0,187		+
6	28,3	57	85	113	142	170	198	226	255	255	0,222	+	+
8	0,50,3	101	151	201	251	302	352	402	453	453	0,395	+	+
9	0,63,6	127	191	254	318	382	445	509	572	572	0,499	+	+
10	0,78,5	157	236	314	393	471	550	628	707	707	0,617	+	+
12	113,1	226	339	452	565	679	792	905	1018	1018	0,888	+	+
14	153,9	308	462	616	769	923	1077	1231	1385	1385	1,208	+	+
16	201,1	402	603	804	1005	1206	1407	108	1810	1810	1,578	+	+
20	314,2	628	941	1256	1571	1885	2199	2514	2828	2828	2,466	+	+
25	490,9	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	4418	3,853	+	+
28	615,8	1232	1847	2463	3079	3695	4310	4926	5542	5542	4,834	+	+
32	804,2	1608	2413	3217	4021	4825	5630	6434	7238	7238	6,313	+	+
40	1256	2513	3770	5026	6283	7540	8796	10053	11309	11309	9,864	+	+

Таблица А.2 – Соотношения между диаметрами свариваемых стержней в сварных сетках и каркасах, изготавливаемых с помощью точечной сварки

Диаметр стержня одного направления, мм	10	12	14	16	20	25	28	32	40
Наименьший допустимый диаметр стержня другого направления, мм	4	4	4	4	5	8	8	8	10

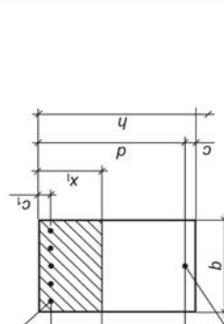
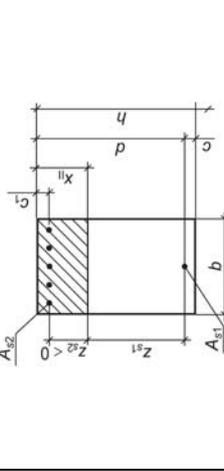
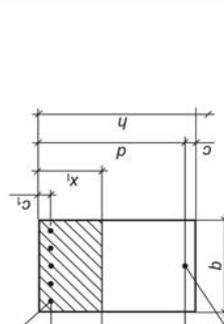
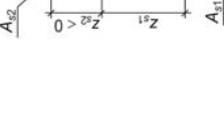
## Приложение Б (справочное)

В таблицах Б.1–Б.2 приведено определение моментов инерции для железобетонных элементов согласно [2, приложение Е].

Таблица Б.1 – Формулы для определения момента инерции для изгибаемых элементов двутаврового сечения [2, таблица Е.1]

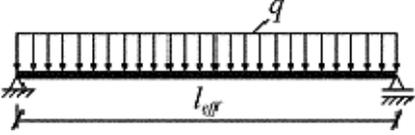
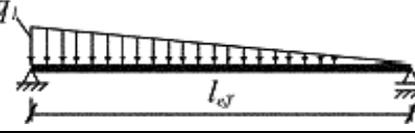
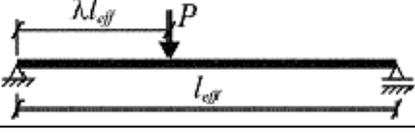
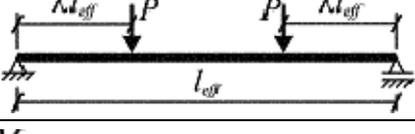
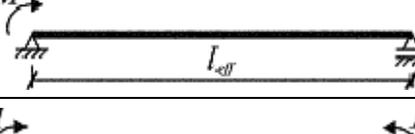
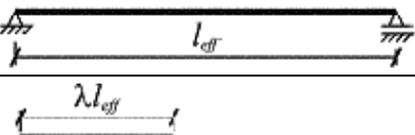
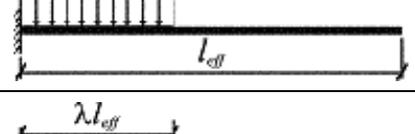
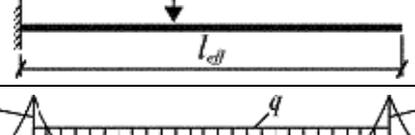
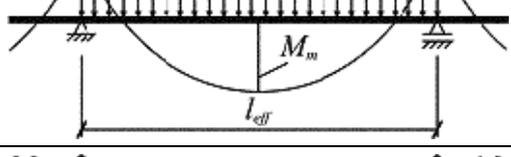
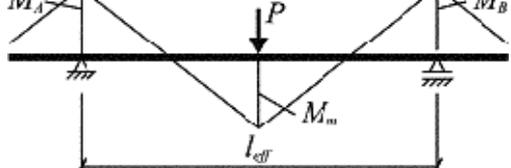
Изгибаемые элементы двутаврового сечения	
без трещин	с трещинами
$x_1 = k_{x1} h; \rho_{l1} = \frac{A_{s1}}{b_w h}$ $\alpha_1 = \frac{h'_f}{h}; \alpha_2 = \frac{b'_f - b_w}{b_w}; \alpha_3 = \frac{h_f}{h}; \alpha_4 = \frac{b'_f - b_w}{b_w}$	$x_{11} = k_{x11} d; \rho_{l11} = \frac{A_{s1}}{b_w d}$ $\alpha_1 = \frac{h'_f}{d}; \alpha_2 = \frac{b'_f - b_w}{b_w}$
$k_{x1} = \frac{0,5 + C_1}{1 + D_1}$	$k_{x11} = -C_{11} + \sqrt{C_{11}^2 + D_{11}}$
$C_1 = 0,5\alpha_1^2\alpha_2 + \alpha_3\alpha_4 \cdot (1 + 0,5\alpha_3) + A_1$	$C_{11} = \alpha_1\alpha_2 + B_{11}$
$D_1 = \alpha_1\alpha_2 + \alpha_3\alpha_4 + B_1$	$D_{11} = \alpha_1^2\alpha_2 + 2A_{11}$
$A_1 = \alpha_e \rho_{l1} \cdot \frac{d}{h} \cdot \left(1 + \frac{A_{s2} c_1}{A_{s1} d}\right)$	$A_{11} = \alpha_e \rho_{l11} \cdot \left(1 + \frac{A_{s2} c_1}{A_{s1} d}\right)$
$B_1 = \alpha_e \rho_{l1} \cdot \left(1 + \frac{A_{s2}}{A_{s1}}\right)$	$B_{11} = \alpha_e \rho_{l11} \cdot \left(1 + \frac{A_{s2}}{A_{s1}}\right)$
$I_1 = k_1 \cdot \frac{b_w h^3}{12}$	$I_{11} = k_{11} \cdot \frac{b_w d^3}{12}$
$k_1 = 1 + 12 \cdot (0,5 - k_{x1})^2 + \alpha_2 \alpha_1^3 +$ $+ 12 \alpha_2 \alpha_1 \cdot (k_{x1} - 0,5 \alpha_1)^2 + \alpha_4 \alpha_3^3 +$ $+ 12 \alpha_4 \alpha_3 \cdot (1 - k_{x1} - 0,5 \alpha_3)^2 +$ $+ 12 \alpha_e \rho_{l1} \cdot \left(\frac{d}{h} - k_{x1}\right)^2 + 12 \alpha_e \rho_{l1} \cdot \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \left(k_{x1} - \frac{c_1}{h}\right)^2$	$k_{11} = 4 \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot k_{x11}^3 - 4 \alpha_2 \cdot (k_{x11} - \alpha_1)^3 +$ $+ 12 \alpha_e \rho_{l11} \cdot (1 - k_{x11})^2 +$ $+ 12 \alpha_e \rho_{l11} \cdot \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \left(k_{x11} - \frac{c_1}{d}\right)^2$

Таблица Б.2 – Формулы для определения момента инерции для изгибаемых элементов прямоугольного сечения [2, таблица Е.2]

Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с двойным армированием	Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с трещинами	Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с трещинами	Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с трещинами
без трещин	без трещин	без трещин	с трещинами
			
$x_1 = k_{x1} h; \rho_{11} = \frac{A_{s1}}{bh}$	$x_1 = k_{x1} h; \rho_{11} = \frac{A_{s1}}{bh}$	$x_{11} = k_{x11} d; \rho_{111} = \frac{A_{s1}}{bd}$	$x_{11} = k_{x11} d; \rho_{111} = \frac{A_{s1}}{bd}$
$k_{x1} = \frac{0,5 + A_1}{1 + B_1}$	$k_{x1} = \frac{0,5 + A_1}{1 + B_1}$	$k_{x11} = -B_{11} + \sqrt{B_{11}^2 + 2A_{11}}$	$k_{x11} = -B_{11} + \sqrt{B_{11}^2 + 2A_{11}}$
$A_1 = \alpha_e \rho_{11} \cdot \frac{d}{h} \left( 1 + \frac{A_{s2} c_1}{A_{s1} d} \right)$	$A_1 = \alpha_e \rho_{11} \cdot \frac{d}{h}$	$A_{11} = \alpha_e \rho_{111} \cdot \left( 1 + \frac{A_{s2} c_1}{A_{s1} d} \right)$	$A_{11} = \alpha_e \rho_{111}$
$B_1 = \alpha_e \rho_{11} \cdot \left( 1 + \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \right)$	$B_1 = \alpha_e \rho_{11}$	$B_{11} = \alpha_e \rho_{111} \cdot \left( 1 + \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \right)$	$B_{11} = \alpha_e \rho_{111}$
$I_1 = k_1 \cdot \frac{bh^3}{12}$	$I_1 = k_1 \cdot \frac{bh^3}{12}$	$I_{11} = k_{11} \cdot \frac{bd^3}{12}$	$I_{11} = k_{11} \cdot \frac{bd^3}{12}$
$k_1 = 1 + 12 \cdot (0,5 - k_{x1})^2 + 12 \alpha_e \rho_{11} \cdot \left( \frac{d}{h} - k_{x1} \right)^2 + 12 \alpha_e \rho_{11} \cdot \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \left( k_{x1} - \frac{c_1}{h} \right)^2$	$k_1 = 1 + 12 \cdot (0,5 - k_{x1})^2 + 12 \alpha_e \rho_{11} \cdot \left( \frac{d}{h} - k_{x1} \right)^2$	$k_{11} = 4k_{x11}^3 + 12 \alpha_e \rho_{111} \cdot (1 - k_{x11})^2 + 12 \alpha_e \rho_{111} \cdot \frac{A_{s2}}{A_{s1}} \cdot \left( k_{x11} - \frac{c_1}{d} \right)^2$	$k_{11} = 4k_{x11}^3 + 12 \alpha_e \rho_{111} \cdot (1 - k_{x11})^2$

## Приложение В (справочное)

Таблица В.1 – Величина коэффициента  $\alpha_k$  для определения прогибов изгибаемых элементов

Схема нагружения	Коэффициент $\alpha_k$	Примечание
	$\frac{5}{48}$	
	0,102	
	$\frac{3 - 4\lambda^2}{48(1 - \lambda)}$	При $\lambda = 0,5$ $\alpha_k = \frac{1}{12}$
	$\frac{1}{8} - \frac{\lambda^2}{6}$	
	0,0625	
	$\frac{1}{8}$	
	$\frac{\lambda(3 - 4\lambda^2)}{12}$	При $\lambda = 1$ $\alpha_k = \frac{1}{4}$
	$\frac{\lambda(3 - \lambda)}{6}$	При $\lambda = 1$ $\alpha_k = \frac{1}{3}$
	$\frac{5}{48} \left( 1 - \frac{M_A + M_B}{10M_m} \right)$	
	$\frac{1}{12} \left( 1 - \frac{M_A + M_B}{10M_m} \right)$	