

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технологии металлов»

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

*Методические рекомендации к самостоятельной работе
для студентов специальностей
1-37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей
(по направлениям)», 1-37 01 07 «Автосервис»
очной формы обучения*

Часть 1



Могилев 2021

УДК 539.3/.6
ББК 30.121
М55

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технологии металлов» «7» января 2021 г., протокол № 7

Составитель ст. преподаватель С. В. Гонорова

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. П. Прудников

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочими программами дисциплины «Механика материалов» для студентов специальностей 1-37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей (по направлениям)», 1-37 01 07 «Автосервис» очной формы обучения. Содержат материалы для выполнения расчетно-проектировочных заданий.

Учебно-методическое издание

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Часть 1

Ответственный за выпуск	Д. И. Якубович
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 66 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение :
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2021

Содержание

Введение.....	4
1 Общие требования к оформлению заданий.....	5
2 Расчетно-проектировочное задание № 1. Геометрические характеристики плоских сечений.....	6
2.1 Определение центра тяжести сечения.....	6
2.2 Определение моментов инерции сечения при параллельном переносе осей.....	7
2.3 Определение главных центральных моментов инерции сечения.....	8
2.4 Определение геометрических характеристик составного сечения	9
3 Расчетно-проектировочное задание № 2. Расчет на прочность статически определимой балки при изгибе.....	14
3.1 Общие понятия и определения.....	14
3.2 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в балке...	14
3.3 Правила контроля построения эпюр в балке.....	16
3.4 Расчет на прочность при изгибе	16
4 Расчетно-проектировочное задание № 3. Расчет на жесткость статически определимой балки при изгибе.....	24
Список литературы.....	31

Введение

Целью выполнения расчетно-проектировочных заданий является закрепление теоретических знаний и приобретение навыков в определении геометрических характеристик плоских сечений и в расчетах элементов конструкций при плоском поперечном изгибе.

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочей программой курса «Механика материалов» для студентов специальностей «Техническая эксплуатация автомобилей» и «Автосервис».

1 Общие требования к оформлению заданий

Исходные данные к выполнению задания и необходимые методические материалы студент получает у преподавателя.

Рекомендуется изучить теоретический материал по теме задания [1, 2] и ознакомиться с решением типовых задач [3–5]. Расширенные сведения о физико-механических свойствах материалов и геометрических характеристиках некоторых типовых поперечных сечений можно получить в [1–5].

Расчет задания производится в последовательности, предусмотренной методическими рекомендациями. Обязательными являются краткие, без сокращения слов, пояснения к расчетам. Расчеты ведутся в СИ. Для определения искомой величины записывается формула, затем в формулу подставляются значения, записывается результат и указывается единица измерения. Точность вычислений зависит от характера поставленной задачи.

Сроки выполнения и защиты индивидуальных заданий определяются преподавателем в соответствии с рабочей программой курса.

Пояснительная записка выполняется на листе формата А4, графическая часть – на листе формата А4 или А3. Допускается выполнение чертежей на миллиметровой бумаге.

После проверки задания преподавателем и исправления указанных недочетов студент получает допуск к защите задания.

Для защиты задания студент должен знать теоретический материал и уметь использовать его для решения типовых задач по теме соответствующего раздела курса.

2 Расчетно-проектировочное задание № 1. Геометрические характеристики плоских сечений

2.1 Определение центра тяжести сечения

При решении задач принято приводить реальные конструкции к расчетным схемам (моделям). Ряд элементов конструкций и деталей машин при этом принято представлять в виде бруса. Брус является основным объектом исследований.

Для расчета бруса на прочность, жесткость и устойчивость требуется определять геометрические характеристики его поперечного сечения. Поперечное сечение расположено в плоскости, перпендикулярной оси бруса. Ось бруса в свою очередь является геометрическим местом точек, совпадающих с центрами тяжести поперечных сечений [1, 2].

Расчет геометрических характеристик необходимо начинать с определения положения центра тяжести поперечного сечения. При этом сложное или составное сечение разбивают на простые фигуры.

Для расчета координат центра тяжести сечения выбирают произвольную систему координат – начальные оси. Выбор начала координат произвольных осей не влияет на положение центра тяжести сечения. Можно рекомендовать в качестве начальных осей выбрать собственные оси инерции одной из фигур, составляющих сечение.

Чтобы рассчитать координаты центра тяжести сложного или составного сечения, используют формулы

$$x_c = \frac{\sum_1^n S_{yi}}{\sum_1^n A_i} = \frac{\sum_1^n A_i \cdot x_i}{\sum_1^n A_i}; \quad y_c = \frac{\sum_1^n S_{xi}}{\sum_1^n A_i} = \frac{\sum_1^n A_i \cdot y_i}{\sum_1^n A_i}, \quad (2.1)$$

где n – количество простых фигур, составляющих сечение;

S_{xi}, S_{yi} – статические моменты инерции площади простого сечения относительно произвольных осей x и y ;

A_i – площадь простой фигуры, составляющей сечение;

x_i, y_i – координаты центра тяжести простой фигуры в выбранной системе координат.

Нужно обратить внимание, что статический момент инерции сохраняет алгебраический знак.

Через центр тяжести сечения проходят центральные оси сечения, которые принято обозначать x_c и y_c . Центральными осями сечения являются оси симметрии сечения. Статический момент инерции сечения относительно центральных осей инерции равен нулю.

2.2 Определение моментов инерции сечения при параллельном переносе осей

При решении практических задач необходимо определять моменты инерции простого произвольного сечения относительно осей, различным образом ориентированных в его плоскости [1–5]. Перейти от существующей системы координат x и y к любой новой системе x_1 и y_1 можно за счет параллельного переноса осей в новое положение, показанное на рисунке 2.1.

Осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 можно рассчитать по формулам

$$I_{x_1} = \int_A x_1^2 dA = I_x + c^2 \cdot A;$$

$$I_{y_1} = \int_A y_1^2 dA = I_y + d^2 \cdot A;$$

$$I_{x_1 y_1} = \int_A x_1 \cdot y_1 dA = I_{xy} + c \cdot d \cdot A, \quad (2.2)$$

где dA – элементарная часть площади поперечного сечения A ;

I_x, I_y – осевые моменты сечения относительно произвольных осей x и y ;

c и d – межосевые расстояния (см. рисунок 2.1).

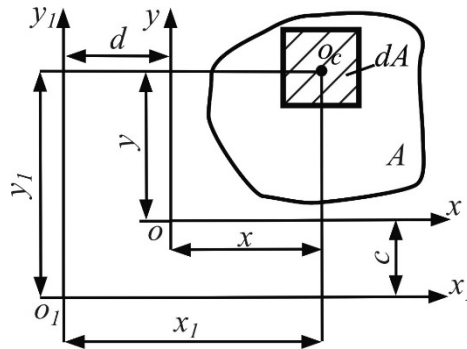


Рисунок 2.1 – Параллельный перенос осей

Для сложного или составного сечения, состоящего из нескольких фигур, приведенные формулы представляются в виде

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= \sum_1^n (I_{x_i} + c_i^2 \cdot A_i); \\ I_{y_1} &= \sum_1^n (I_{y_i} + d_i^2 \cdot A_i); \\ I_{x_1 y_1} &= \sum_1^n (I_{x_i y_i} + c_i \cdot d_i \cdot A_i). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Осевые моменты инерции всегда положительны.

Следует обратить внимание, что межосевые расстояния подставляют в формулу для расчета центробежного момента инерции с учетом знаков. Знаки межосевых расстояний определяются относительно рассматриваемых осей.

Центробежный момент инерции может быть положительным, отрицательным и равным нулю [1–5].

Для сечений, имеющих хотя бы одну ось симметрии, центробежный момент инерции равен нулю.

Это правило распространяется на большинство простых геометрических фигур (прямоугольник, круг, равнобедренный треугольник и т. д.), а также на такие распространенные профили проката, как двутавр и швеллер. Правило знаков для центробежного момента инерции уголка представлено на рисунке 2.2.

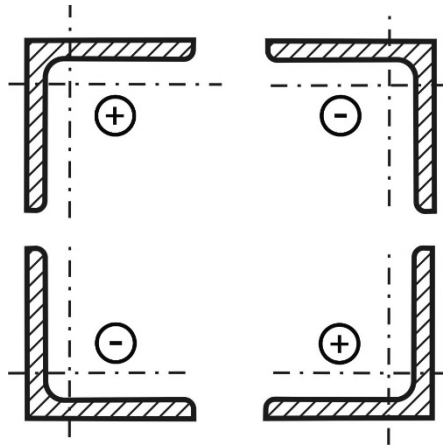


Рисунок 2.2 – Правило знаков центробежного момента инерции уголка

2.3 Определение главных центральных моментов инерции сечения

Практическое значение для расчетов элементов конструкций имеют главные центральные оси сечения и геометрические характеристики относительно этих осей [1–5].

Главными центральными называют взаимно перпендикулярные оси, проходящие через центр тяжести сечения. Относительно этих осей центробежный момент инерции равен нулю.

Обозначают главные оси инерции буквами u и v .

Положение главных центральных осей в общем случае определяется углом поворота центральных осей в положение главных центральных осей. Угол поворота можно рассчитать по формуле [1–5]

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left(-\frac{2 \cdot I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} \right) \text{ или } \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \cdot I_{x_c y_c}}{I_{y_c} - I_{x_c}} \right), \quad (2.4)$$

где $I_{x_c y_c}$ – центробежный момент инерции относительно центральных осей сечения;

I_{x_c}, I_{y_c} – центральные моменты инерции сечения.

Угол поворота отсчитывается от центральных осей. Если значение угла поворота положительное, то его откладывают от центральных осей против хода часовой стрелки. Соответственно, знак «минус» указывает на то, угол нужно откладывать по ходу часовой стрелки.

Главные центральные моменты инерции являются экстремальными (максимальными и минимальными). Величины этих моментов в общем случае определяются по формуле

$$I_{u,v} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4 \cdot I_{x_c y_c}^2}, \quad (2.5)$$

где I_u – максимальный главный момент инерции;
 I_v – минимальный главный момент инерции.

Сумма моментов инерции относительно любых взаимно перпендикулярных осей не меняется при их повороте, значит, будет справедливо равенство

$$I_{x_c} + I_{y_c} = I_u + I_v . \quad (2.6)$$

Центробежный момент инерции

$$I_{uv} = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 + I_{x_c y_c} \cdot \cos 2\alpha_0 = 0 . \quad (2.7)$$

В некоторых случаях отдельно определять главные центральные моменты инерции не требуется. В частности, когда сечение имеет хотя бы одну ось симметрии, его центробежный момент инерции будет равен нулю. Тогда центральные оси сечения и главные центральные оси инерции совпадают, а центральные моменты инерции являются главными.

2.4 Определение геометрических характеристик составного сечения

Пример 1 (для выполнения расчетно-проектировочного задания № 1) –

Для составного сечения, состоящего из неравнополочного уголка $80 \times 60 \times 6$ и швеллера № 20 (рисунок 2.3, а), требуется определить главные центральные моменты инерции сечения и положение главных центральных осей.

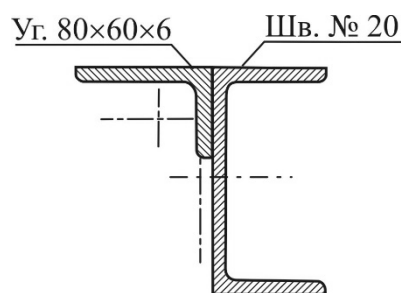


Рисунок 2.3 – Исходные данные к расчету геометрических характеристик

Решение

Заданное сечение (см. рисунок 2.3) состоит из профилей проката: 1 – швеллер, 2 – неравнополочный уголок, для которых запишем геометрические характеристики относительно собственных главных центральных осей.

Для швеллера № 20 из таблиц ГОСТ 8240–97

$$A_1 = 23,4 \text{ см}^2; I_{x_1} = 1520 \text{ см}^4; I_{y_1} = 113 \text{ см}^4, I_{x_1 y_1} = 0 .$$

Для неравнополочного уголка $80 \times 60 \times 6$ из таблиц ГОСТ 8510–86

$$A_2 = 8,15 \text{ см}^2; I_{x_2} = 25,18 \text{ см}^4; I_{y_2} = 52,06 \text{ см}^4; I_{x_2 y_2} = -20,98 \text{ см}^4.$$

Следует обратить внимание на положение уголка в заданном сечении (см. рисунок 2.3). В рассматриваемом случае оси и моменты инерции уголка, указанные в ГОСТ 8510-86, меняем местами.

Знак центробежного момента инерции уголка определяется правилом, представленным на рисунке 2.2.

Чертеж сечения приведен на рисунке 2.4, размеры профилей на чертеже указаны в миллиметрах.

Для расчета координат центра тяжести сечения выбираем систему центральных осей $x_1 o_1 y_1$, начало которой совпадает с центром тяжести швеллера o_1 . Координаты центров тяжести профилей относительно выбранных начальных осей (см. рисунок 2.4)

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0;$$

$$x_2 = -(24,7 + 20,7) = -45,4 \text{ мм} = -4,54 \text{ см}; \quad y_2 = \frac{200}{2} - 14,9 = 85,1 \text{ мм} = 8,51 \text{ см}.$$

Указываем координаты центров тяжести профилей (см. рисунок 2.4).

Определяем координаты центра тяжести составного сечения $x_c y_c$ относительно начальных осей по формулам (2.1):

$$x_c = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} = \frac{23,4 \cdot 0 + 8,15 \cdot (-4,54)}{31,55} = -1,17 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{23,4 \cdot 0 + 8,15 \cdot 8,51}{31,55} = 2,19 \text{ см}.$$

Показываем координаты центра тяжести сечения на чертеже. В точке o_c $(-1,17 \text{ см}; 2,19 \text{ см})$ находится центр тяжести сечения, через который проходят центральные оси $x_c y_c$. Все показанные на чертеже оси параллельны друг другу (см. рисунок 2.4).

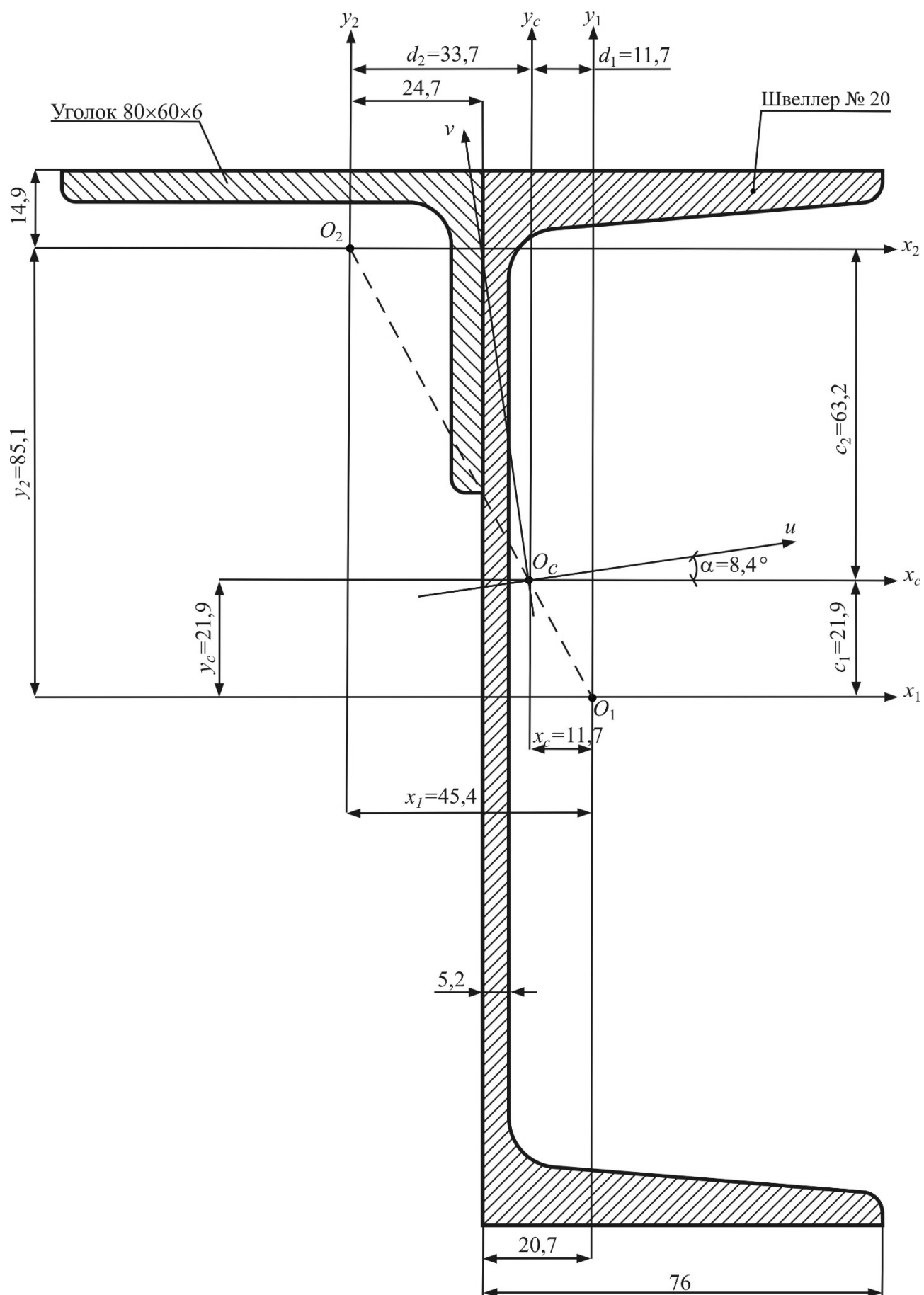


Рисунок 2.4 – Составное сечение

Для вычисления осевых центральных моментов инерции и центробежного момента инерции составного сечения используем формулы (2.3), которые в данном случае записываются в виде

$$I_{x_c} = (I_{x_1} + c_1^2 \cdot A_1) + (I_{x_2} + c_2^2 \cdot A_2);$$

$$I_{y_c} = (I_{y_1} + c_1^2 \cdot A_1) + (I_{y_2} + c_2^2 \cdot A_2);$$

$$I_{x_c y_c} = (I_{x_1 y_1} + c_1 \cdot d_1 \cdot A_1) + (I_{x_2 y_2} + c_2 \cdot d_2 \cdot A_2).$$

Рассчитываем межосевые расстояния от осей $x_c y_c$ до центральных осей каждого из профилей и указываем их на чертеже сечения (см. рисунок 2.4):

$$c_1 = y_C = 2,19 \text{ см}; \quad c_2 = y_2 - c_1 = 85,1 - 21,9 = 63,2 \text{ мм} = 6,32 \text{ см};$$

$$d_1 = x_C = 11,7 = 1,17 \text{ см}; \quad d_2 = x_2 - d_1 = 45,4 - 11,7 = 33,7 \text{ мм} = 3,37 \text{ см}.$$

$$I_{x_c} = (1520 + (-2,19)^2 \cdot 23,4) + (25,18 + 6,32^2 \cdot 8,15) = 1982,94 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_c} = (113 + 1,17^2 \cdot 8,15) + (52,06 + (-3,37)^2 \cdot 8,15) = 289,65 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c y_c} = (0 + (-2,19) \cdot 1,17 \cdot 23,4) + (-20,98 + 6,32 \cdot (-3,37) \cdot 8,15) = -254,52 \text{ см}^4.$$

Положение главных центральных осей определяем углом поворота по формуле (2.4):

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \cdot I_{x_c y_c}}{I_{y_c} - I_{x_c}} \right) = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2 \cdot (-254,52)}{289,65 - 1982,94} \right) = 8,4^\circ.$$

Определяем главные центральные моменты инерции сечения, используя формулу (2.5):

$$I_{u,v} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4 \cdot I_{x_c y_c}^2},$$

$$I_{u,v} = \frac{1982,94 + 289,65}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(1982,94 - 289,65)^2 + 4 \cdot (-254,52)^2} = 1136,29 \pm 884,07;$$

$$I_u = 1136,29 + 884,07 = 2020,37 \text{ см}^4; \quad I_v = 1136,29 - 884,07 = 252,22 \text{ см}^4.$$

Проводим проверку вычислений по формулам (2.6) и (2.7) :

$$I_{x_c} + I_{y_c} = 1982,94 + 289,65 = 2272,59 \text{ см}^4; \quad I_U + I_V = 2020,37 + 252,22 = 2272,59 \text{ см}^4.$$

$$\begin{aligned} I_{uv} &= \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 + I_{x_c y_c} \cdot \cos 2\alpha_0 = \\ &= \frac{1982,94 - 289,65}{2} \cdot \sin 2 \cdot 8,4^\circ + (-254,52) \cdot \cos 2 \cdot 8,4^\circ = 0. \end{aligned}$$

Контрольные вопросы

- 1 Запишите формулы для определения координат центра тяжести сечения.
- 2 В каких случаях положение центра тяжести сечения можно определить без соответствующих расчетов?
- 3 Какие оси называют центральными осями сечения?
- 4 Относительно каких осей сечения статические моменты инерции равны нулю?
- 5 Для каких сечений центробежный момент инерции будет равен нулю?
- 6 Запишите выражения для определения осевых и центробежного моментов инерции при параллельном переносе осей.
- 7 Какие оси называют главными центральными осями сечения?
- 8 Запишите выражения для определения величин главных центральных моментов инерции сечения.
- 9 Какие существуют зависимости между геометрическими характеристиками при повороте осей?
- 10 В каких случаях можно установить положение главных центральных осей без соответствующих расчетов?
- 11 Изменится ли сумма осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей при повороте этих осей?
- 12 Как определить угол поворота центральных осей в положение главных центральных осей?
- 13 Запишите правило знаков при определении центробежного момента инерции уголка.

3 Расчетно-проектировочное задание № 2. Расчет на прочность статически определимой балки при изгибе

3.1 Общие понятия и определения

Изгиб – это такой вид деформаций, при котором происходит искривление первоначально прямой оси бруса [1, 2].

Брус, работающий преимущественно на изгиб, называют балкой.

Ось балки представляет собой прямую линию. Поперечное сечение балки образует секущей плоскостью, перпендикулярной оси бруса.

Изгиб связан с возникновением в поперечных сечениях балки изгибающего момента M . Если плоскость действия изгибающего момента совпадает с одной из главных осей сечения, то изгиб называется прямым. Нагрузки при этом могут действовать как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости. Тогда изгибающий момент может быть обозначен M_x или M_y . В этом случае индекс x или y указывает на главную центральную ось сечения, относительно которой действует момент [1–5].

Изгиб называется чистым, если в поперечных сечениях бруса возникает только изгибающий момент M .

Изгиб называется поперечным, если в поперечных сечениях бруса возникают изгибающий момент M и поперечная сила Q .

Поперечная сила может быть обозначена Q_x и Q_y . Здесь также индекс x или y указывает на главную центральную ось сечения, относительно которой действует поперечная сила.

Так как при изучении данной темы будут рассматриваться балки, нагрузки к которым приложены в вертикальной плоскости, то в дальнейшем поперечную силу и изгибающий момент будем обозначать Q и M соответственно, без указания индекса.

3.2 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в балке

При построении эпюр в балке используется метод сечений.

В уравнения для определения поперечных сил и изгибающих моментов включаются не только заданные нагрузки, но и реакции, возникающие в опорах балки. Поэтому построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов начинается с определения реакций опор.

Балка разбивается на участки, границами которых являются характерные сечения, такие как: опорные сечения; сечения, в которых приложены сосредоточенные силы или моменты; сечения, ограничивающие действие равномерно распределенной нагрузки.

Затем для построения эпюр проводят оси (нулевые линии) для построения эпюры поперечных сил (эпюры Q) и эпюры изгибающих моментов (эпюры M). Указанные оси (нулевые линии) представляют собой прямые линии, параллельные оси балки.

В пределах каждого выделенного участка показывают произвольное поперечное сечение на некотором расстоянии от начала участка.

Для каждого сечения в общем виде записываются выражения для определения поперечных сил и изгибающих моментов для произвольного поперечного сечения каждого участка балки, учитывая дифференциальные зависимости [1–5]

$$q = \frac{dQ}{dz}; \quad Q = \frac{dM}{dz}; \quad q = \frac{d^2M}{dz^2}. \quad (3.1)$$

Также при составлении уравнений необходимо руководствоваться правилами и определениями.

Поперечная сила Q в произвольном поперечном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций на нормаль к оси бруса всех сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Правило знаков для поперечной силы приведено на рисунке 3.1.

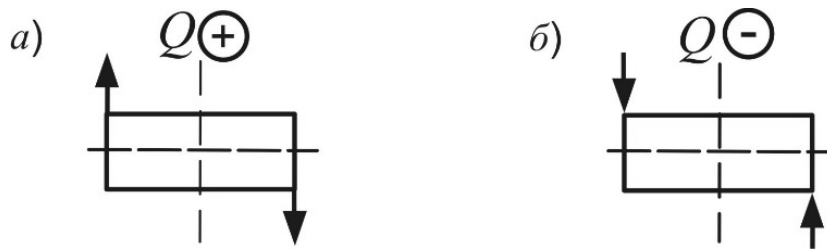


Рисунок 3.1 – Правило знаков для поперечной силы

Изгибающий момент M в произвольном поперечном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов от внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Правило знаков для изгибающего момента приведено на рисунке 3.2.

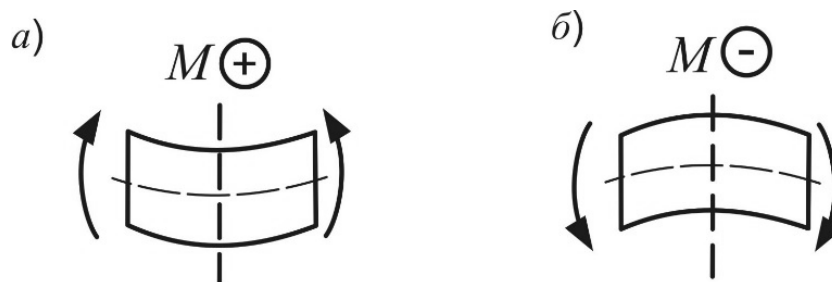


Рисунок 3.2 – Правило знаков для изгибающего момента

Полученные выражения позволяют определить численные значения внутренних силовых факторов в характерных сечениях.

Полученные значения внутренних силовых факторов (ординаты эпюры) откладывают перпендикулярно оси эпюры (нулевой линии). Положительные

значения ординат на эпюре поперечных сил откладывают вверх от оси эпюры, а отрицательные – вниз.

Эпюра изгибающих моментов строится со стороны сжатого волокна. Это значит, что положительные значения изгибающих моментов откладывают вверх от оси эпюры, а отрицательные – вниз.

3.3 Правила контроля построения эпюр в балке

Следуя дифференциальным зависимостям (3.1), можно сформулировать основные правила контроля построения эпюр [1–5]:

- на участках с равномерно распределенной нагрузкой эпюра Q очерчивается прямой наклонной линией, а эпюра M – квадратной параболой. Если на участке с равномерно распределенной нагрузкой линия, очерчивающая эпюру, пересечет ось эпюры, то необходимо выполнить исследование на экстремум;

- в сечении, где приложена внешняя сосредоточенная сила, на эпюре Q наблюдается скачок на величину и в направлении действия внешней силы. Значение изгибающего момента в этом сечении не изменяется. Но линии, очерчивающие эпюру моментов на смежных участках, будут сопрягаться с изломом;

- в сечении, где приложен внешний сосредоточенный момент, на эпюре M будет наблюдаться скачок на величину и в направлении действия внешнего момента. На эпюре Q изменений не будет;

- если на концевой опоре или на консоли приложен внешний сосредоточенный момент, то изгибающий момент на опоре или консоли будет равен по величине внешнему моменту;

- если на консоли приложена внешняя сосредоточенная сила, то изгибающий момент на конце консоли будет равен нулю, а поперечная сила равна по величине внешней сосредоточенной силе;

- если на консоли приложена распределенная нагрузка, на конце консоли изгибающий момент и поперечная сила будут равны нулю.

3.4 Расчеты на прочность при изгибе

При прямом поперечном изгибе балки в ее поперечных сечениях возникают нормальные σ и касательные τ напряжения.

Оценка прочности балки по нормальным напряжениям для балки постоянной жесткости производится исходя из условия прочности [1–5]

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma], \quad (3.2)$$

где $M_{\max}$ – наибольший по абсолютной величине изгибающий момент, определяемый из соответствующей эпюры;

W_x – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение.

Допустимым является перенапряжение балки. Величина отклонения истинных напряжений от допускаемого значения может быть рассчитана по формуле

$$\delta = \frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100 \%. \quad (3.3)$$

При этом должно выполняться условие $\delta \leq 5 \%$.

Оценка прочности балки по касательным напряжениям для балки постоянной жесткости производится исходя из условия прочности [1–5]

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x^*}{b^* \cdot I_x} \leq [\tau], \quad (3.4)$$

где $Q_{\max}$ – наибольшая по абсолютной величине поперечная сила, определяемая из соответствующей эпюры;

S_x^* – статический момент части сечения, находящейся над исследуемым слоем;

b^* – ширина исследуемого слоя;

I_x – осевой момент инерции поперечного сечения.

Для определения нормальных напряжений в любом слое произвольного поперечного сечения применяется формула Навье [1–5]

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y, \quad (3.5)$$

где M_x – изгибающий момент от сил в рассматриваемом сечении;

y – ордината, определяющая положение рассматриваемого слоя поперечного сечения;

I_x – осевой момент инерции поперечного сечения.

Ордината отсчитывается от нейтральной оси сечения. В данном случае внешние нагрузки действуют в вертикальной плоскости, поэтому нейтральная ось совпадает с главной центральной осью x рассматриваемого сечения.

Нормальные напряжения по высоте сечения изменяются по линейному закону. Эпюра нормальных напряжений очерчивается наклонной прямой, проходящей через центр тяжести сечения.

Чтобы установить знаки нормальных напряжений, необходимо обратить внимание на знак изгибающего момента в рассматриваемом сечении:

– если сжаты верхние волокна балки (значение момента положительное), то в них соответственно будут возникать сжимающие нормальные напряжения. Нижние волокна балки будут растянуты;

– если сжаты нижние волокна (значение момента отрицательное), то в них соответственно будут возникать сжимающие нормальные напряжения. Верхние волокна балки будут растянуты.

Для определения касательных напряжений при поперечном изгибе в любом слое произвольного сечения используется формула Журавского [1–5]

$$\tau_{\max} = \frac{Q \cdot S_x^*}{b^* \cdot I_x}, \quad (3.6)$$

где Q – поперечная сила в рассматриваемом сечении.

Эпюра касательных напряжений очерчивается параболой. Наибольшие касательные напряжения по высоте сечения действуют в нейтральном слое. Знак данного напряжения совпадает со знаком поперечной силы в рассматриваемом сечении.

Для построения эпюры распределения нормальных и касательных напряжений поперечная сила и момент берутся в опасном сечении балки. В качестве опасного принимается сечение, в котором одновременно действуют максимальные изгибающий момент и поперечная сила, величины которых устанавливаются по соответствующим эпюрам. Если это условие не выполняется, то необходимо проанализировать значения внутренних силовых факторов в нескольких сечениях и выбрать из них наиболее опасное. При этом предпочтение нужно отдать тому из сечений, где будет действовать больший по величине момент.

При прямом поперечном изгибе материал балки в общем случае испытывает плоское напряженное состояние. Оценка прочности материала балки в опасной точке опасного сечения производится с помощью теорий прочности. Так как исследуемая в работе балка изготовлена из стали (пластичного материала), то проверка прочности выполняется с использованием III и IV теорий прочности [1–5]:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \leq [\sigma]; \quad (3.7)$$

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq [\sigma]. \quad (3.8)$$

Пример 1 (для выполнения расчетно-проектировочного задания № 2) –

Для балки, изображенной на рисунке 3.3, требуется :

– подобрать двутавровое поперечное сечение при заданном допуске напряжении $[\sigma]$;

- проверить прочность выбранного двутаврового сечения по нормальным напряжениям;
- проверить прочность выбранного двутаврового сечения по касательным напряжениям при заданном допускаемом напряжении $[\tau]$;
- построить эпюры распределения нормальных и касательных напряжений в опасном сечении;
- проверить прочность балки по третьей теории прочности в опасном сечении;
- дать заключение о прочности балки.

Для расчетов принять $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $[\tau] = 100 \text{ МПа}$.

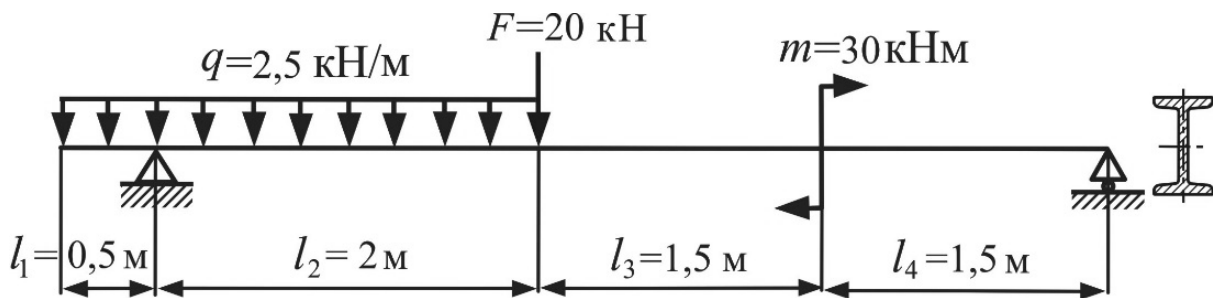


Рисунок 3.3 – Исходные данные к расчету на прочность

Решение

Определяем реакции опор балки в соответствии с рисунком 3.4, а:

$$\sum M_A = 0; 2,5 \cdot 0,5 \cdot 0,25 - 2,5 \cdot 2 \cdot 1 - 20 \cdot 2 - 30 + R_B \cdot 5 = 0; R_B = 14,94 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; 2,5 \cdot 0,5 \cdot 5,25 - 2,5 \cdot 2 \cdot 1 + 20 \cdot 3 - 30 - R_A \cdot 5 = 0; R_A = 11,31 \text{ кН}.$$

Проверка правильности расчета реакций из уравнения равновесия:

$$\sum Y = 0; -2,5 \cdot 2,5 + 11,31 - 20 + 14,94 = 0.$$

Разбиваем балку на четыре участка. Используя метод сечений, для каждого из участков записываем выражения для определения поперечной силы Q и изгибающего момента M . При составлении этих выражений учитываем правила знаков поперечных сил (см. рисунок 3.1) и изгибающих моментов (см. рисунок 3.2). Расчет значений поперечных сил и изгибающих моментов выполняем для характерных сечений балки.

Участок 1: $0 \leq z_1 \leq 0,5 \text{ м}$.

$$Q_1 = -2,5 \cdot z_1; M_1 = -2,5 \cdot \frac{z_1^2}{2};$$

$$z_1 = 0; Q_1 = 0; M_1 = 0; \quad z_1 = 0,5 \text{ м}; Q_1 = -1,25 \text{ кН}; M_1 = -0,313 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

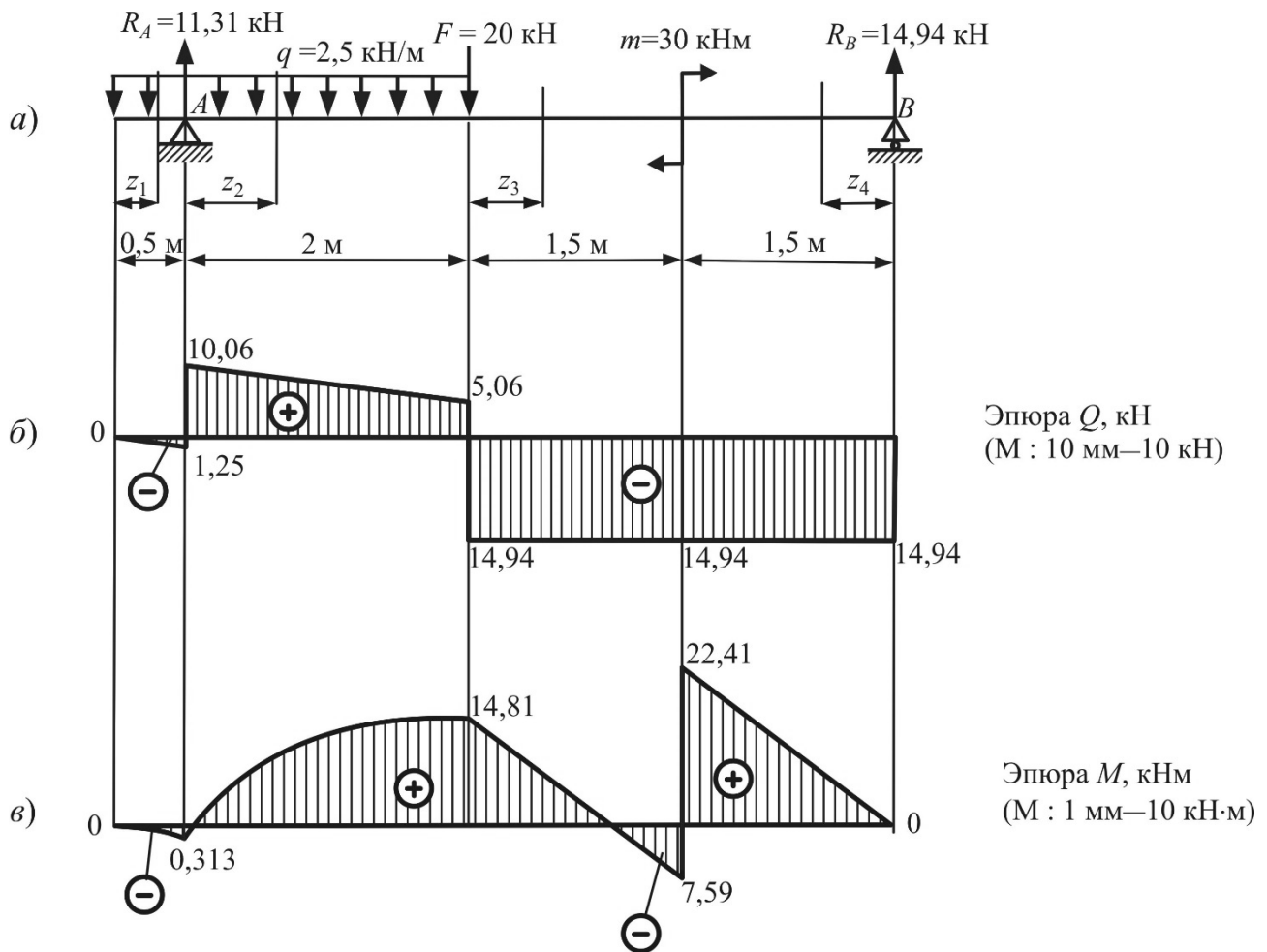


Рисунок 3.4 – Построение эюр поперечных сил и изгибающих моментов

Участок 2: $0 \leq z_2 \leq 2 \text{ м}$.

$$Q_2 = -2,5 \cdot (0,5 + z_2) + 11,31 = 10,06 - 2,5 \cdot z_2; \quad M_2 = -2,5 \cdot \frac{(0,5 + z_2)^2}{2} + 11,31 \cdot z_2;$$

$$z_2 = 0; Q_2 = 10,06 \text{ кН}; M_2 = -0,313 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$z_2 = 2 \text{ м}; Q_2 = 5,06 \text{ кН}; M_2 = 14,82 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 3: $0 \leq z_3 \leq 1,5 \text{ м}$.

$$Q_3 = -2,5 \cdot 2,5 + 11,31 - 20 = -14,94 \text{ кН};$$

$$M_3 = -2,5 \cdot 2,5 \cdot \left(\frac{2,5}{2} + z_3 \right) + 11,31 \cdot (2 + z_3) - 20 \cdot z_3 = -14,94 \cdot z_3 + 14,82;$$

$$z_3 = 0; M_3 = 14,82 \text{ кН} \cdot \text{м}; z_3 = 1,5 \text{ м}; M_3 = -7,59 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 4: $0 \leq z_4 \leq 1,5 \text{ м}$:

$$Q_4 = -14,94 \text{ кН}; M_4 = 14,94 \cdot z_4;$$

$$z_4 = 0; M_4 = 0; z_4 = 1,5 \text{ м}; M_4 = 22,41 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюры поперечных сил (см. рисунок 3.4, б) и изгибающих моментов (см. рисунок 3.4, в).

С помощью эпюры изгибающих моментов установим положение опасного сечения, в котором $M_{\max} = 22,41 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (см. рисунок 3.4, в).

Из условия прочности по нормальным напряжениям (3.2) определим расчетное значение осевого момента сопротивления поперечного сечения:

$$W_x^p = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{22,41 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 140 \text{ см}^3.$$

По расчетному значению осевого момента сопротивления выбираем двутавр № 18 в соответствии с ГОСТ 8239–89. Геометрические характеристики и размеры выбранного двутавра

$$A = 23,4 \text{ см}^2; I_x = 1290 \text{ см}^4; W_x = 143 \text{ см}^3; S_x^* = 81,4 \text{ см}^3;$$

$$h = 180 \text{ мм}; b = 90 \text{ мм}; t = 8,1 \text{ мм}; s = 5,1 \text{ мм}.$$

Проверяем прочность выбранного двутаврового сечения по нормальным напряжениям, используя условие (3.2):

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{22,41 \cdot 10^3}{143 \cdot 10^{-6}} = 156,6 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

По эпюре поперечных сил устанавливаем значение максимальной по модулю силы $Q_{\max} = 14,94 \text{ кН}$ (см. рисунок 3.4, б). Для этого сечения проверяем прочность по касательным напряжениям, используя формулу (3.4):

$$\tau_{\max} = \frac{14,94 \cdot 10^3 \cdot 81,4 \cdot 10^{-6}}{5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 18,49 \text{ МПа} < [\tau] = 100 \text{ МПа}.$$

Для построения эпюр распределения нормальных и касательных напряжений выбираем опасное сечение по длине балки, где $M_{\max} = 22,41$ кН·м и $Q_{\max} = 14,94$ кН (см. рисунок 3.4, б, в).

Определяем величины нормальных напряжений в характерных точках поперечного сечения с использованием формулы (3.5):

$$\sigma_A = \frac{22,41 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 10^{-3}}{1290 \cdot 10^{-8}} \cdot 90 \cdot 10^{-3} = 156,7 \text{ МПа};$$

$$\sigma_D = \frac{22,41 \cdot 10^3}{1290 \cdot 10^{-8}} \cdot (90 - 8,1) \cdot 10^{-3} = 142,3 \text{ МПа}.$$

$$|\sigma_A| = |\sigma_B|; |\sigma_D| = |\sigma_E|; \sigma_C = 0.$$

Эпюра распределения нормальных напряжений показана на рисунке 3.5. В данном случае в опасном сечении растянуты нижние волокна (знак «плюс» на эпюре), верхние – сжаты (знак «минус» на эпюре).

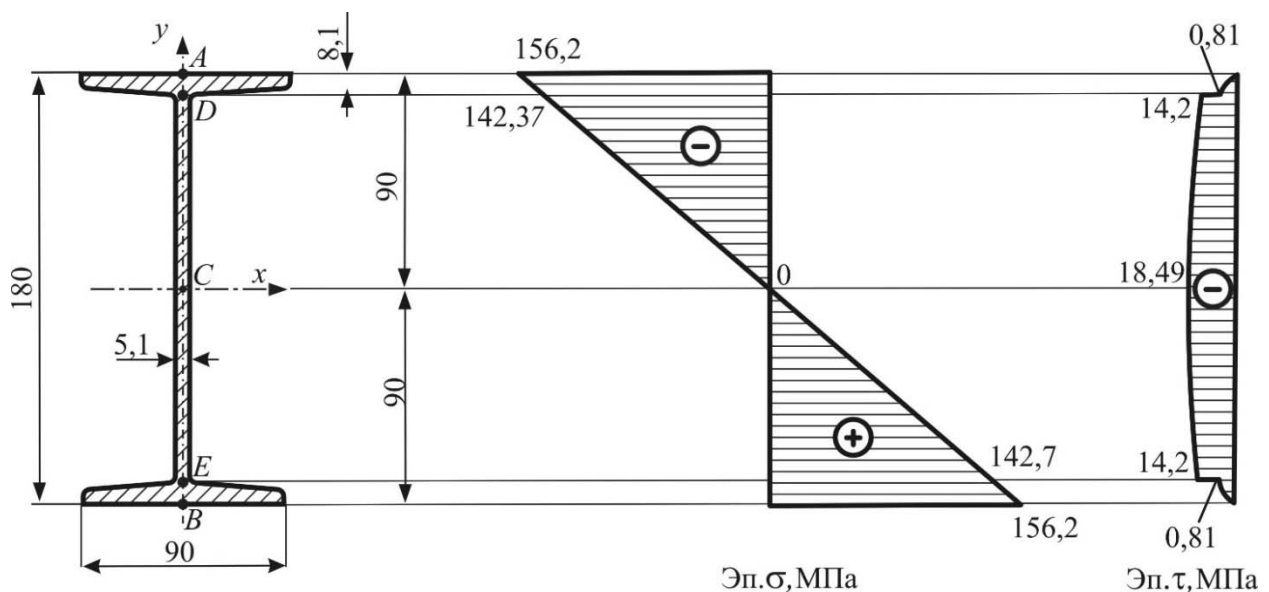


Рисунок 3.5 – Построение эпюр нормальных и касательных напряжений

Определяем величины касательных напряжений в характерных точках поперечного сечения:

$$\tau_A = \tau_B = 0, \text{ т. к. } S_x^* = 0.$$

Над слоем, к которому принадлежит точка D , находится полка двутавра, которую условно принято заменять прямоугольником. Статический момент инерции полки двутавра

$$S_x^* = A^* \cdot y_c = (9 \cdot 0,81) \cdot \left(9 - \frac{0,81}{2}\right) = 62,7 \text{ см}^3.$$

Считаем, что ширина исследуемого слоя, на котором находится точка D , равна ширине полки двутавра: $b^* = b = 90$ мм. В соответствии с формулой (3.6)

$$\tau_D = \frac{14,94 \cdot 10^3 \cdot 62,7 \cdot 10^{-6}}{90 \cdot 10^{-3} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 0,81 \text{ МПа}.$$

Считаем, что ширина исследуемого слоя, на котором находится точка D , равна толщине стенки двутавра: $b^* = s = 5,1$ мм. Тогда

$$\tau_D = \frac{14,94 \cdot 10^3 \cdot 62,7 \cdot 10^{-6}}{5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 14,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_D = \tau_E.$$

$$\tau_C = \frac{14,94 \cdot 10^3 \cdot 81,4 \cdot 10^{-6}}{5,1 \cdot 10^{-3} \cdot 1290 \cdot 10^{-8}} = 18,49 \text{ МПа}.$$

Проверяем прочность балки по третьей теории прочности (формула (3.7)) в опасной точке опасного сечения:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{142,3^2 + 4 \cdot 14,2^2} = 145,1 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Вывод: в качестве поперечного сечения принять двутавр № 18, для которого выполняются условия прочности по нормальным и касательным напряжениям, а также по третьей теории прочности.

Контрольные вопросы

- 1 Какой вид деформаций называется изгибом?
- 2 В каком случае имеет место прямой изгиб?
- 3 Какие внутренние силовые факторы возникают при чистом изгибе?
- 4 Какие внутренние силовые факторы возникают при поперечном изгибе?
- 5 Что такое нейтральная линия (ось)?
- 6 Какие напряжения возникают при чистом изгибе?
- 7 Какие напряжения возникают при поперечном изгибе?
- 8 Какая формула используется для определения нормальных напряжений при изгибе?

9 В каких точках по высоте поперечного сечения возникают наибольшие нормальные напряжения?

10 По какому закону изменяются нормальные напряжения по высоте поперечного сечения?

11 Как определяют знак нормальных напряжений при изгибе?

12 Запишите условие прочности по нормальным напряжениям.

13 Как выбирается опасное сечение для проверки прочности по нормальным напряжениям?

14 Какая формула используется при определении касательных напряжений при поперечном изгибе?

15 В каких точках по высоте сечения возникают наибольшие касательные напряжения?

4 Расчетно-проектировочное задание № 3. Расчет на жесткость статически определимой балки при изгибе

Расчет на жесткость при изгибе сводится к определению возникающих деформаций – прогиба y и угла поворота θ [1–5].

Для определения деформаций в балках постоянной жесткости используется метод начальных параметров (метод Коши–Крылова).

Уравнение метода начальных параметров для определения прогиба [1–5]

$$y_z = y_0 + \Theta_0 \cdot z + \frac{1}{EI_x} \left[\pm m \cdot \frac{(z-a)^2}{2} \pm F \frac{(z-a)^3}{6} \pm q \frac{(z-c)^4}{24} \pm q \frac{(z-d)^4}{24} \right], \quad (4.1)$$

где y_0 – начальный прогиб;

Θ_0 – начальный угол поворота;

z – координата сечения, для которого определяем деформации;

E – модуль упругости первого рода для материала балки;

I_x – осевой момент поперечного сечения балки;

a, b, c, d – координаты точек приложения внешних нагрузок, как показано на рисунке 4.1.

Произведение EI_x является жесткостью балки при изгибе [1–5].

Правила расчета прогибов по методу начальных параметров [1–5]:

– начало декартовой системы координат помещается в крайнем левом сечении балки. Сама балка при этом должна находиться в первой четверти системы координат;

– при расчете прогибов в уравнения метода начальных параметров включают нагрузки, действующие слева от рассматриваемого сечения (см. рисунок 4.1, $a, б$);

- при определении знаков для нагрузок, входящих в уравнения, берется правило знаков изгибающего момента (см. рисунок 3.2);
- если заданная распределенная нагрузка не достигает сечения, для которого определяется прогиб, то ее продлевают до требуемого сечения и прикладывают компенсирующую нагрузку (см. рисунок 4.1, б).

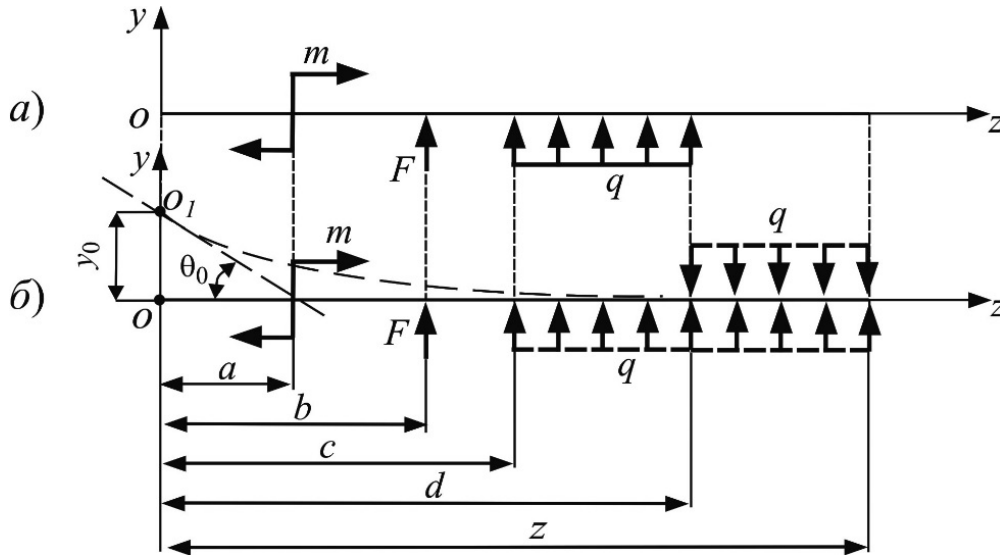


Рисунок 4.1 – К определению прогибов

Начальный прогиб и начальный угол поворота (см. рисунок 4.1, б), которые возникают в крайнем левом сечении балки (при $z = 0$), принято называть начальными параметрами.

В таблице 4.1 приведены различные способы закрепления балок и начальные параметры, а также записаны условия на опорах.

Таблица 4.1 – Определение начальных параметров

Способ закрепления балки	Начальные параметры	Условия на опорах
	$y_0 = 0; \Theta_0 \neq 0$	$z = l; y_B = 0$
	$y_0 \neq 0; \Theta_0 \neq 0$	$\begin{cases} z = l_A; y_A = 0; \\ z = l_B; y_B = 0 \end{cases}$
	$y_0 = 0; \Theta_0 = 0$	Не рассматриваются
	$y_0 \neq 0; \Theta_0 \neq 0$	$\begin{cases} z = l_A; y_A = 0; \\ z = l_A; \Theta_A = 0 \end{cases}$

Порядок расчета деформаций по методу начальных параметров.

1 Определить опорные реакции.

2 В крайнее левое сечение балки поместить начало координат осей zy .

3 В указанной системе координат определить координаты точек приложения внешних нагрузок, к которым также относят реакции опор.

4 В зависимости от способа закрепления крайнего левого сечения балки и условий на опорах определить начальные параметры (см. таблицу 4.1).

5 Определить деформации в указанном сечении балки.

Проверка жесткости балки выполняется из условия жесткости

$$y_{\max} \leq [y], \quad (4.2)$$

где $y_{\max}$ – максимальный по модулю прогиб в опасном сечении балки;

$[y]$ – допускаемый прогиб.

Расчет величины допускаемого прогиба производится из выражения

$$[y] = \frac{L}{200},$$

где L – длина пролета (расстояние между опорами).

Пример 1 (для выполнения расчетно-проектировочного задания № 3) –

Для заданной на рисунке 4.2 балки требуется:

- определить реакции опор;
- построить эпюру прогибов для заданной балки, применив уравнение метода начальных параметров для определения прогибов в пяти точках;
- проверить жесткость балки;
- дать заключение о жесткости балки.

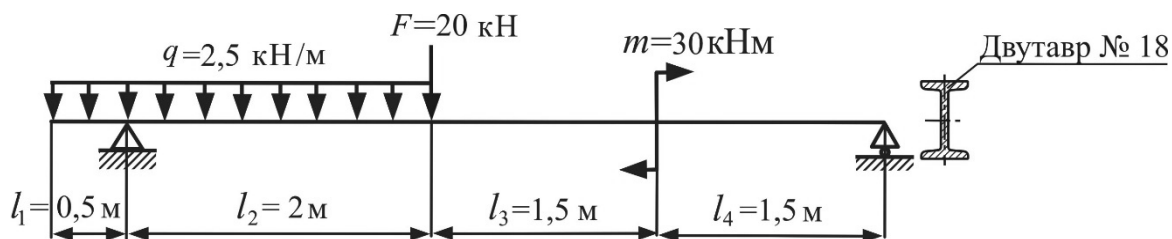


Рисунок 4.2 – Исходные данные к расчету на жесткость

Решение

Определяем реакции опор балки в соответствии с рисунком 4.3, а:

$$\sum M_A = 0; 2,5 \cdot 0,5 \cdot 0,25 - 2,5 \cdot 2 \cdot 1 - 20 \cdot 2 - 30 + R_B \cdot 5 = 0; R_B = 14,94 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; 2,5 \cdot 0,5 \cdot 5,25 - 2,5 \cdot 2 \cdot 1 + 20 \cdot 3 - 30 - R_A \cdot 5 = 0; R_A = 11,31 \text{ кН.}$$

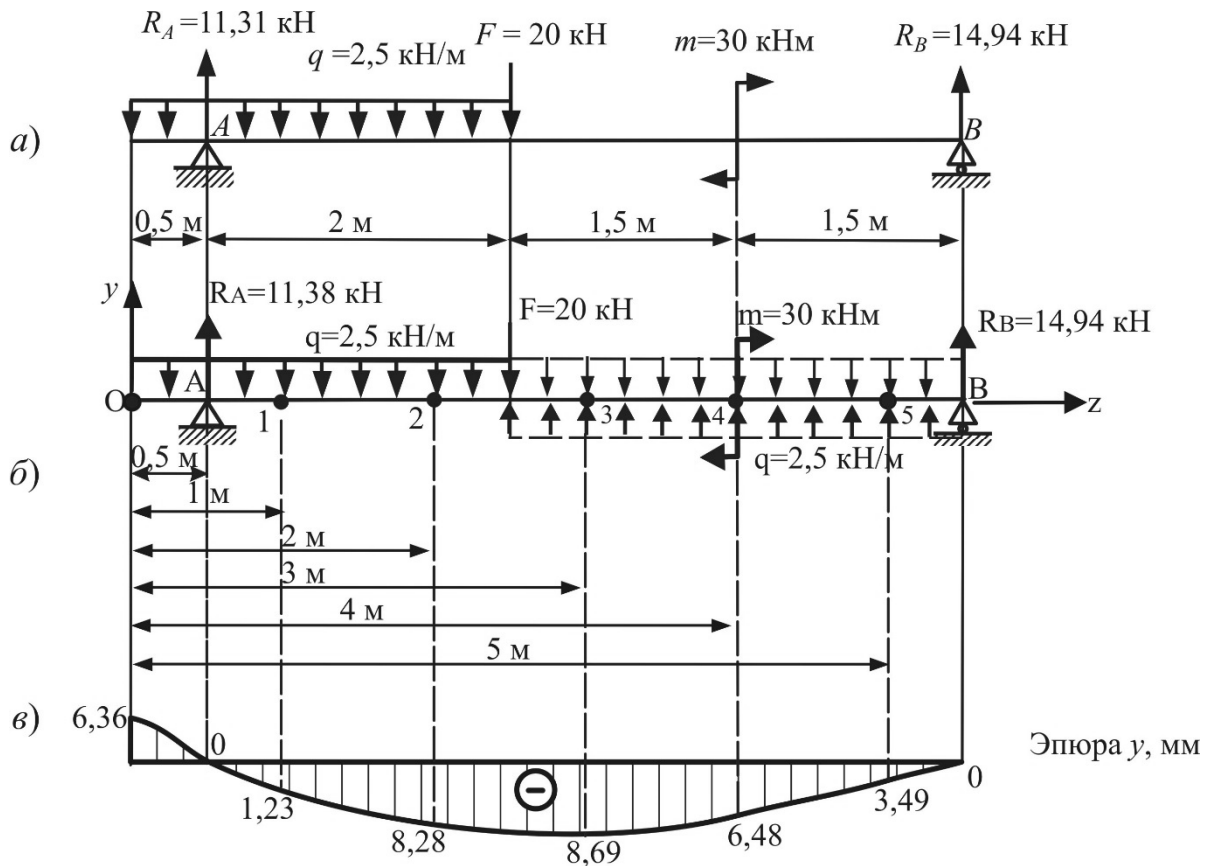


Рисунок 4.3 – Построение эпюры прогибов

Проверка правильности расчета реакций из уравнения равновесия:

$$\sum Y = 0; -2,5 \cdot 2,5 + 11,31 - 20 + 14,94 = 0.$$

Запишем уравнение метода начальных параметров (4.1) применительно к рассматриваемой балке:

$$EI_x y_z = y_0 + \Theta_0 \cdot z + \frac{1}{EI_x} \left[-q \cdot \frac{(z-0)^4}{24} + R_A \cdot \frac{(z-0,5)^3}{6} - F \cdot \frac{(z-2,5)^3}{6} + \right. \\ \left. + q \cdot \frac{(z-2,5)^4}{24} + m \cdot \frac{(z-4)^2}{2} \right].$$

Жесткость балки

$$E \cdot I_x = 2 \cdot 10^{11} \cdot 1290 \cdot 10^{-8} = 2580 \cdot 10^3 \text{ кН} \cdot \text{м}^2 = 2580 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

Из условия закрепления балки (см. таблицу 4.1) определяем начальные параметры:

$$\begin{cases} z = l_A = 0,5 \text{ м}; & y_A = 0; \\ z = l_B = 5,5 \text{ м}; & y_B = 0. \end{cases}$$

Запишем уравнения метода начальных параметров для опорных точек:

$$y_A = y_0 + \Theta_0 \cdot 0,5 + \frac{1}{2580} \left[-2,5 \cdot \frac{(0,5-0)^4}{24} \right] = y_0 + \Theta_0 \cdot 0,5 - 2,52 \cdot 10^{-3} = 0;$$

$$y_B = y_0 + \Theta_0 \cdot 5,5 + \frac{1}{2580} \left[-2,5 \cdot \frac{5,5^4}{24} + 11,31 \cdot \frac{(5,5-0,5)^3}{6} - 20 \cdot \frac{(5,5-2,5)^3}{6} + \right. \\ \left. + 2,5 \cdot \frac{(5,5-2,5)^4}{24} + 30 \cdot \frac{(5,5-4)^2}{2} \right] = y_0 + \Theta_0 \cdot 5,5 + 0,0359 = 0.$$

Тогда условия закрепления записываются в виде

$$\begin{cases} y_A = y_0 + \Theta_0 \cdot 0,5 - 2,52 \cdot 10^{-3} = 0; \\ y_B = y_0 + \Theta_0 \cdot 5,5 + 0,0359 = 0. \end{cases}$$

Решение полученной системы позволяет определить начальные параметры

$$y_0 = 6,36 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \quad \Theta_0 = -7,68 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Определяем прогибы, подставляя в уравнение метода начальных параметров различные значения z .

Точка 0: $z = 0$.

$$y_z = y_0 = 6,36 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 6,36 \text{ мм.}$$

Точка А: $z = 0,5 \text{ м}$.

$$y_z = 0 \text{ — опорное сечение.}$$

Точка 1: $z = 1$ м.

$$y_z = 6,36 \cdot 10^{-3} + (-7,68 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 + \frac{1}{2580} \left[-2,5 \cdot \frac{1^4}{24} + 11,31 \cdot \frac{(1-0,5)^3}{6} \right] =$$

$$= -1,23 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -1,23 \text{ мм.}$$

Точка 2: $z = 2$ м .

$$y_z = 6,36 \cdot 10^{-3} + (-7,68 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 + \frac{1}{2580} \left[-2,5 \cdot \frac{2^4}{24} + 11,31 \cdot \frac{(2-0,5)^3}{6} \right] =$$

$$= -8,28 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -8,28 \text{ мм.}$$

Точка 3: $z = 3$ м .

$$y_z = 6,36 \cdot 10^{-3} + (-7,68 \cdot 10^{-3}) \cdot 3 + \frac{1}{2580} \left[-2,5 \cdot \frac{3^4}{24} + 11,31 \cdot \frac{(3-0,5)^3}{6} - 20 \cdot \frac{(3-2,5)^3}{6} + \right.$$

$$\left. + 2,5 \frac{(3-2,5)^4}{24} \right] = -8,69 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -8,69 \text{ мм.}$$

Точка 4: $z = 4$ м .

$$y = 6,36 \cdot 10^{-3} + (-7,68 \cdot 10^{-3}) \cdot 4 + \frac{1}{2580} \left[-2,5 \cdot \frac{4^4}{24} + 11,31 \cdot \frac{(4-0,5)^3}{6} - 20 \cdot \frac{(4-2,5)^3}{6} + \right.$$

$$\left. + 2,5 \frac{(4-2,5)^4}{24} \right] = -7,53 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -7,53 \text{ мм.}$$

Точка 5: $z = 5$ м .

$$y_z = 3,34 \cdot 10^{-3} + (-6,68 \cdot 10^{-3}) \cdot 5 + \frac{1}{2580} \left[-2,5 \cdot \frac{5^4}{24} + 11,31 \cdot \frac{(5-0,5)^3}{6} - 20 \cdot \frac{(5-2,5)^3}{6} + \right.$$

$$\left. + 2,5 \frac{(5-2,5)^4}{24} + 30 \cdot \frac{(5-4)^3}{6} \right] = -3,49 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -3,49 \text{ мм.}$$

Точка В: $z = 5,5$ м; $y_z = 0$ – опорное сечение.

Строим эпюру прогибов.

В соответствии с эпюрой прогибов максимальный по модулю прогиб $y_{\max} = 8,69$ мм (см. рисунок 4.3, в).

Допускаемый прогиб

$$[y] = \frac{L}{200} = \frac{5}{200} = 0,025 \text{ м} = 25 \text{ мм.}$$

Проверяем жесткость балки по условию жесткости (4.2):

$$y_{\max} = 8,69 \text{ мм} < [y] = 0,025 \text{ м.}$$

Вывод: жесткость балки обеспечивается, если в качестве поперечного сечения принять двутавр № 18.

Контрольные вопросы

- 1 Что представляет собой упругая линия балки?
- 2 Какие перемещения возникают при изгибе балки?
- 3 Что такое прогиб?
- 4 Как определяется кривизна балки при изгибе?
- 5 Запишите дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.
- 6 Как определяется жесткость при изгибе?
- 7 Можно ли использовать метод начальных параметров при определении деформаций для балок переменной жесткости?
- 8 Как необходимо расположить начало координат произвольных осей при расчете перемещений по методу начальных параметров?
- 9 Запишите уравнение метода начальных параметров для определения прогиба в произвольном сечении.
- 10 Запишите уравнение метода начальных параметров для определения угла поворота в произвольном сечении.
- 11 Какие внешние нагрузки включают в уравнения при расчете перемещений по методу начальных параметров?
- 12 Что такое начальные параметры?
- 13 Чему равны начальный прогиб и начальный угол поворота, если на левом конце балки расположена заделка?
- 14 Чему будет равен начальный прогиб, если левый конец балки шарнирно закреплен? Как в этом случае определить начальный угол поворота?
- 15 Сформулируйте условие жесткости при изгибе.

Список литературы

1 **Дарков А. В.** Сопротивление материалов : учебник / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – 5-е изд., перераб. и доп., репринт. изд. – Москва : Альянс, 2018. – 624 с.

2 **Волосухин, В. А.** Сопротивление материалов: учебник / В. А. Волосухин, В. Б. Логвинов, С. И. Евтушенко. – 5-е изд. – Москва: РИОР; ИНФРА-М, 2014. – 543 с.

3 **Муморцев, А. Н.** Сборник задач по сопротивлению материалов : учебное пособие / А. Н. Муморцев, Е. А. Фролов. – Москва : ФОРУМ ; ИНФРА-М, 2015. – 112 с. : ил.

4 **Кривошапко, С. Н.** Сопротивление материалов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С. Н. Кривошапко. – Москва : Юрайт, 2016. – 413 с.

5 Сопротивление материалов. Практикум : учебно-методическое пособие / С. И. Зиневич [и др.]. – Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2015. – 316 с.: ил.