

УДК 621.878.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЦИКЛОВОЙ МАШИНЫ

О. В. ПУЗАНОВА

Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь.

Математическая модель динамики цикловой машины с одной степенью подвижности, жесткими звеньями и голономными стационарными связями может быть построена в форме уравнения Лагранжа второго рода

$$a(q)\ddot{q} + \frac{1}{2}a'(q)\dot{q}^2 = Q + Q_c,$$

где q – обобщенная координата; $a(q)$ – инерционный коэффициент; Q – обобщенная движущая сила; Q_c – обобщенная сила сопротивления.

В математическую модель динамики цикловой машины должна входить механическая характеристика источника энергии, отражающая зависимость между законами изменения во времени входного параметра управления двигателя $u(t)$, обобщенной координаты выходного звена $q(t)$ и движущей силы $Q(t)$.

При $Q = 0$ на режиме холостого хода для электродвигателей и гидравлических двигателей с объемным и дроссельным управлением применяется идеальная кинематическая характеристика $\dot{q} = f(u)$.

В тепловых и пневматических двигателях, когда двигатель считают источником энергии в форме силы или момента, используют идеальную силовую характеристику $Q = f(u)$.

В общем случае рассмотрения статических режимов, когда u , \dot{q} , Q практически не изменяются, используют статические характеристики $\dot{q} = f(u, Q)$ или $Q = f(u, \dot{q})$.

Для учета инертности процессов двигателя в статическую характеристику вводится производная от $Q(t)$. Так получается динамическая характеристика двигателя

$$\dot{q} = f(u, \tau\dot{Q} + Q) \text{ или } \tau\dot{Q} + Q = f(u, \dot{q}),$$

где τ – собственная постоянная времени двигателя.

Для штатных режимов работы цикловой машины с асинхронным электродвигателем используют линейную часть его нелинейной статической характеристики. Тогда для динамических режимов

$$Q \approx \frac{2Q_{\text{дн}}k_{\text{зап}}}{\sigma_{\text{к}}} \left(1 - \frac{p_{\text{п}}}{v} \dot{q} \right),$$

где $Q_{\text{дн}}$ – значение номинального момента двигателя; $\sigma_{\text{к}}$ – параметр критического скольжения ротора при отставании от магнитного поля, управляемого частотой ν ; $p_{\text{п}}$ – число пар полюсов магнитной системы электродвигателя; $k_{\text{зап}}$ – коэффициент запаса, учитывающий возможные допустимые перегрузки.

Электрическая постоянная времени двигателя τ определяется в виде

$$\tau = \frac{1}{\nu \sigma_{\text{к}}}.$$

Составлена математическая модель динамики цикловой машины, состоящей из асинхронного электродвигателя переменного тока (мощность 0,5 кВт, номинальная частота 600 об/мин, $k_{\text{зап}} = 2$, $p_{\text{п}} = 3$, $\nu = 50$ Гц, $\sigma_{\text{к}} = 1,166$, момент инерции ротора $J_{\text{р}} = 0,05$ кг·м²), редуктора (передаточное отношение $i = 10$) и исполнительного механизма в виде эллипсографа (длина кривошипа $l_1 = 0,1$ м, длина шатуна 0,2 м, масса ползунов $m = 5$ кг, момент инерции кривошипа $J_1 = 0,5$ кг·м²), при этом к одному из ползунов приложена постоянная нагрузка $P = 200$ Н.

Уравнение динамической характеристики двигателя на его линейном участке имеет вид:

$$0,017\dot{Q} + Q = 27,3(1 - 0,06\dot{q}).$$

С учетом редуктора это уравнение приведено к оси кривошипа:

$$0,17\dot{Q} + 10Q = 273(1 - 0,06\dot{q}).$$

Приведенный к кривошипу момент инерции модели механизма

$$J(q) = J_{\text{р}}i^2 + J_1 + 4ml_1^2 = 5,7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Обобщенная сила сопротивления (приведенный момент сил сопротивления)

$$Q_{\text{с}}(q) = -2Pl_1 \sin q = -4 \sin q.$$

Модель представляет собой систему, состоящую из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} 0,17\dot{Q} + 10Q = 273(1 - 0,06\dot{q}); \\ 5,7\ddot{q} = Q - 4 \sin q. \end{cases}$$

Эта модель может применяться для динамического анализа цикловой машины.