УДК 629.13

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОГО ТЯГАЧА С ПОЛУПРИЦЕПОМ С НЕГОЛОНОМНЫМИ СВЯЗЯМИ

С. Ю. БИЛЫК, И. С. САЗОНОВ, В. Д. РОГОЖИН
Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь

Колесные машины относятся к неголономным механическим системам. Механика неголономных систем оформилась как самостоятельный раздел аналитической механики (механики Ньютона) в 1894 г. в книге Г. Герца (1857–1894). Ему принадлежат термины «голономные и неголономные системы».

Связью, наложенной на систему материальных точек $B_j (j = 1, 2, ..., N)$, называется условие, налагаемое в процессе движения системы на координаты точек x_j $(j = 1, 2, ..., N)$ скорости $\dot{x}_j$ и ускорения $\ddot{x}_j$. Данные условия выражаются уравнениями, имеющими вид [1]:

$$f(x_j, \dot{x}_j, \ddot{x}_j, t) = 0. \tag{1}$$

Если дифференциальное уравнение, выражающее связь, неинтегрируемое, т. е. его нельзя привести к некоторому эквивалентному соотношению вида

$$f(x_j, t) = C, \tag{2}$$

т. е. только между координатами точек x_j и t, то такая связь называется неголономной. В зависимости от того, входят ли в это уравнение только вторые или первые производные от координат, неголономная связь может быть первого или второго порядка.

Понятие интегрируемости и неинтегрируемости дифференциальных уравнений подразумевает следующее [3]:

– нахождение конечных уравнений только между координатами точек системы в определенной области их изменения, эквивалентных данным дифференциальным уравнениям;

– нахождение координат $x_j = \varphi_j(t)$ как определенных функций, удовлетворяющих данной неголономной связи, представленной дифференциальным уравнением.

Неголономная связь может быть неинтегрируемой и интегрируемой.

Например, связь

$$x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y}_j + z \cdot \dot{z} = 0. \quad (3)$$

голономна, т. к. из ее уравнения следует уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 0$, т. е. конечное соотношение, выражающее зависимость между координатами.

При решении инженерных задач, например, исследование динамики движения колесных машин, часто приходится решать задачи определения законов движения в зависимости от времени, а также определения реакций связей качения колес с опорной поверхностью с целью определения тяговой динамики и устойчивости курсового движения. Математические модели, позволяющие решение поставленных задач, включают динамические уравнения движения машин и уравнение кинематических связей, накладываемых на качение колеса. При этом, наибольшую сложность представляет создание уравнений кинематических связей [2].

Цель исследований – разработать математическую модель движения неголономной механической системы, состоящей из колесного тягача и колесного полуприцепа с целью исследования кинематических параметров его движения и определения реакций связей колес с опорной поверхностью.

Нами получена совокупность динамических уравнений и уравнений кинематических связей качения колеса, которая позволяет моделирование движения колесного тягача с прицепом и определение боковых сил, действующих на колеса тягача и прицепа, а также определить мощностные потери, возникающие из-за возникновения увода колес при криволинейном движении.

Разработана методика составления динамических уравнений криволинейного движения колесного тягача с полуприцепом (поезд) и уравнений неголономных связей колес поезда. Методика позволяет определить закон движения поезда по любой криволинейной траектории при заданных законах поворота управляемых колес тягача, моментах, передаваемых от силовой установки к ведущим колесам тягача, реакции связи колес с опорной поверхностью (боковые силы, действующие на колеса), а также определить потери мощности, связанные с возникновением углов увода колес.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Управление движением колесных машин: монография / С. Н. Поддубко [и др.]; под общ. ред. И. С. Сазонова. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2018. – 511 с.: ил.

2. **Ким, В. А.** Методология создания адаптивных САБ АТС на основе силового анализа: монография / В. А. Ким. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2003. – 346 с.

3. **Лагранж, Ж.** Аналитическая механика / Ж. Лагранж. – Москва: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1950. – 440 с.