

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОПУСКАНИЯ СВЕТА СТЕКЛОМ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ

И. У. ПРИМАК, А. В. ХОМЧЕНКО  
Белорусско-Российский университет  
Могилев, Беларусь

Как известно, поляризационно-оптический метод является одним из эффективных методов определения напряжений в стекле. В связи с этим в работе рассматривались возможности данного метода по исследованию динамики температурных полей и напряжений в листе стекла.

Расчет коэффициента пропускания света нормально падающего на лист стекла основывается на выражении

$$I = I_0 \sin^2 \left( k_0 d C \int_{-1/2}^{1/2} (\sigma_1 - \sigma_2) dz' \right),$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  – главные напряжения, обусловленные нагреванием или охлаждением стекла;  $I_0$  – коэффициент, учитывающий отражение света от поверхностей листа стекла и угол между главными напряжениями и некоторым направлением;  $2d$  – толщина листа стекла;  $k_0$  – волновое число;  $C$  – фотоупругая постоянная стекла.

Согласно [1], компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = x, y$ ) и главные напряжения связаны соотношением

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}.$$

Учитывая, что, согласно [2],  $\sigma_{xy} = O(\delta^2)$ ,  $\sigma_{xx} - \sigma_{xx}^{(0)} = O(\delta^2)$ ,  $\sigma_{yy} - \sigma_{yy}^{(0)} = O(\delta^2)$  при  $\delta \rightarrow 0$  (где  $\delta$  – отношение длины к толщине листа стекла;  $\sigma_{xx}^{(0)}$  и  $\sigma_{yy}^{(0)}$  – первые члены асимптотических разложений Пуанкаре для соответствующих напряжений), получаем  $\sigma_1 = \sigma_{xx}^0 + O(\delta^2)$ ,  $\sigma_2 = \sigma_{yy}^0 + O(\delta^2)$  при  $\delta \rightarrow 0$ . Это позволяет записать

$$\bar{I} = I / I_0 \approx \sin^2 \left( k_0 d C \int_{-1/2}^{1/2} (\sigma_{xx}^0 - \sigma_{yy}^0) dz' \right).$$

Используя решение термоупругой задачи [2], имеем

$$\bar{I} = \sin^2 \left( \frac{2k_0 d \alpha_T C E (T_0 - T_C)}{1 - \nu} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_k A_i B_j e^{-at \left( \frac{\varepsilon_k^2}{d^2} + \frac{\mu_i^2}{L^2} + \frac{p_j^2}{b^2} \right)} \frac{\sin(0,5\varepsilon_k)}{\varepsilon_k} \times \right. \\ \left. \times \left[ \cos(\mu_i) \cos(p_j y') - \cos(p_j) \cos(\mu_i x') \right] \right), \quad (1)$$

где  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  – нормированные координаты,  $x' = x/L$ ,  $y' = y/b$ ,  $z' = z/d$ ;  $2L$  и  $2b$  – длина и ширина листа стекла соответственно ( $L > b \gg d$ );  $T_0$  – начальная температура стекла;  $T_C$  – температура окружающей среды;  $E$  – модуль упругости;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\alpha_T$  – коэффициент линейного теплового расширения;  $a$  – коэффициент температуропроводности;

$$C_k = \frac{2 \sin(\varepsilon_k)}{\varepsilon_k + 0,5 \sin(2\varepsilon_k)}; A_i = \frac{2 \sin(\mu_i)}{\mu_i + 0,5 \sin(2\mu_i)}; B_j = \frac{2 \sin(p_j)}{p_j + 0,5 \sin(2p_j)} \quad (k, i, j \in N),$$

в которых коэффициенты  $\varepsilon_k$ ,  $\mu_i$  и  $p_j$  находятся при решении уравнений  $\operatorname{ctg}(\varepsilon_k) = \varepsilon_k \lambda / \alpha_z d$ ,  $\operatorname{ctg}(\mu_i) = \mu_i \lambda / \alpha_x L$ ,  $\operatorname{ctg}(p_j) = p_j \lambda / \alpha_y b$  ( $k, i, j \in N$ ), здесь  $\alpha_z$ ,  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  – коэффициенты теплоотдачи;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

На основе выражения (1) выполнено численное моделирование пропускания света (длина волны – 0,63 мкм) листом стекла с размерами  $d = 3 \cdot 10^{-3}$  м,  $L = 0,2$  м,  $b = 0,1$  при остывании ( $T_0 = 600$  К и  $T_C = 273$  К). Результаты расчетов представлены на рис. 1. В соответствии с этими результатами отмечаем, что наибольшее значение разности между напряжениями достигается вблизи краев листа стекла.

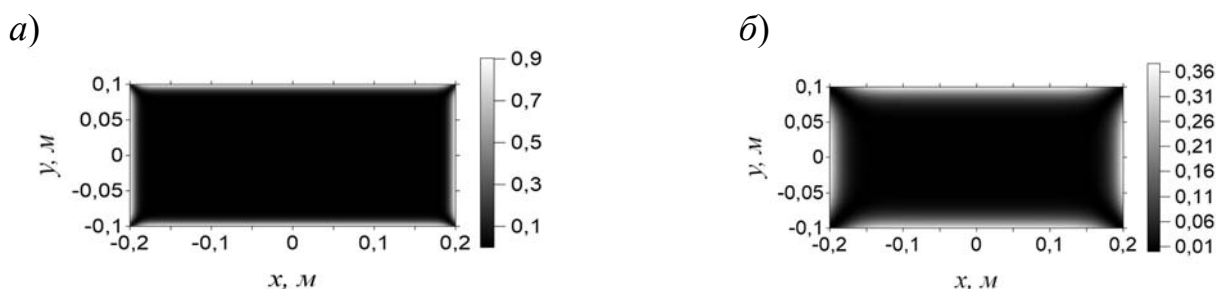


Рис. 1. Распределения  $\bar{T}(x, y)$  при охлаждении через 200 с (а) и 1500 с (б)

Предложена процедура определения коэффициентов  $a$  и  $\lambda$  на основе обработки картины распределения коэффициента пропускания стекла с использованием метода наименьших квадратов. Обработка картин пропускания, представленных на рис. 1, с использованием этой процедуры продемонстрировала возможность определения температурных констант с погрешностью  $\sim 10\%$ .

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Боли, Б.** Теория температурных напряжений / Б. Боли, Дж. Уэйнер. – Москва: Мир, 1964. – 517 с.
2. **Примак, И. У.** К проблеме решения термоупругой задачи в безопасном стекле для наземного транспорта / И. У. Примак, А. В. Хомченко // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 23–24 апр. 2020 г. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2020. – С. 504–506.