РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ГРАФОВ В MAPLE 14 [1]

Д.В. Беренс, М.В. Пуцик, **А.И. Якимов**

Аннотация. В статье представлены основные функции системы компьютерной алгебры *Maple* версии 14 для решения задач теории графов. Дано описание методики решения задач теории графов. Представлено подробное описание решения задачи о максимальном потоке в графе с нагруженными ребрами.

Ключевые слова: *Maple*, компьютерная алгебра, теория графов, учебный процесс.

1. Введение

Maple 14 представляет собой один из наиболее мощных математических пакетов. Работать с ним можно как в режиме интерактивного диалога, так и путем составления и отладки программ на специальном *Maple*-языке, ориентированном на сложные математические вычисления, в частности при решении задач теории графов.

Для работы с графами в *Maple* 14 предназначена библиотека *GraphTheory*. Команда подключения этой библиотеки – стандартная, т. е. достаточно воспользоваться оператором *with: > with(GraphTheory):*.

Основные функции, используемые при решении задач с графами: *Graph()* – задание графа; *AddEdge()* – добавление ребер в граф; *AddVertex()* – добавление вершин в граф; *DeleteEdge()* – удаление ребер из графа; *DeleteVertex()* – удаление вершин из графа; *DrawGraph()* – построение графа; *AdjacencyMatrix()* – нахождение матрицы смежности; *IncidenceMatrix()* – нахождение матрицы инцидентности; *MaxFlow()* – нахождение максимального потока в транспортной сети и др. [1].

2. Методика применения *Maple* при изучении теории графов

Например, для создания графа *G* с 6 вершинами и 8 дугами используется функция *Graph()*, в скобках через запятую указывают вершины, которые соединяют дуги:

>G:=Graph({{1,2},{1,3},{2,3},{2,5},{3,4},{4,5},{4,6},{5,6}}): .

Используя функции *Vertices()* и *Edges()* можно посмотреть вершины и дуги, имеющиеся в графе *G*, *соответственно*:

> Vertices(G)

[1, 2, 3, 4, 5,6]

> Edges (G)

{{1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {2, 5}, {3, 4}, {4, 5}, {4, 6}, {5, 6}} .

После создания графа указывают веса дуг, например, при помощи матрицы весов дуг *A1*, используя функцию *Matrix()*:

>A1:=Matrix([[0,6,1,0,0,0],[6,0,2,0,3,0],[1,2,0,3,0,0],[0,0,3,0,1,2],[0,3,0,1,0,5], [0,0,0,2,5,0]]).

[1] Работа выполнена в порядке личной инициативы по дисциплине «Дискретная математика»

Функция *DijkstrasAlgorithm()* находит кратчайший путь между заданными вершинами графа, скобках указывают граф, первую вершину и последнюю:

> *DijkstrasAlgorithm (G,1,6)* [2].

3 Решение задачи о максимальном потоке в графе с нагруженными ребрами

Для начала создаем матрицу весов ребер:

$>with(GraphTheory):$

$A := Matrix([[0, 5, 3, 8, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 4, 9, 6, 0, 0], [0, 0, 0, 2, 7, 0, 4, 0], [0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 6, 5, 6], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 9], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]])$

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 9 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 7 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Потом создаем сам орграф:

$>N := Digraph(A, weighted)$

Graph 1: a directed weighted graph with 8 vertices and 15 arc(s)

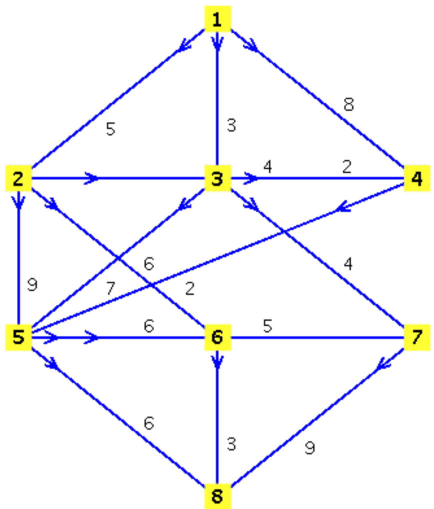
Проверяем орграф на наличие истока и стока:

$>IsNetwork(N)$

$$\{1\}, \{8\}$$

Видим, что исток – 1, а сток – 8.
Нарисуем этот граф.

$>DrawNetwork(N)$



Теперь найдем его максимальный поток:

>*MaxFlow*(*N*, 1, 8)

$$10, \begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Максимальный поток его равен десяти.

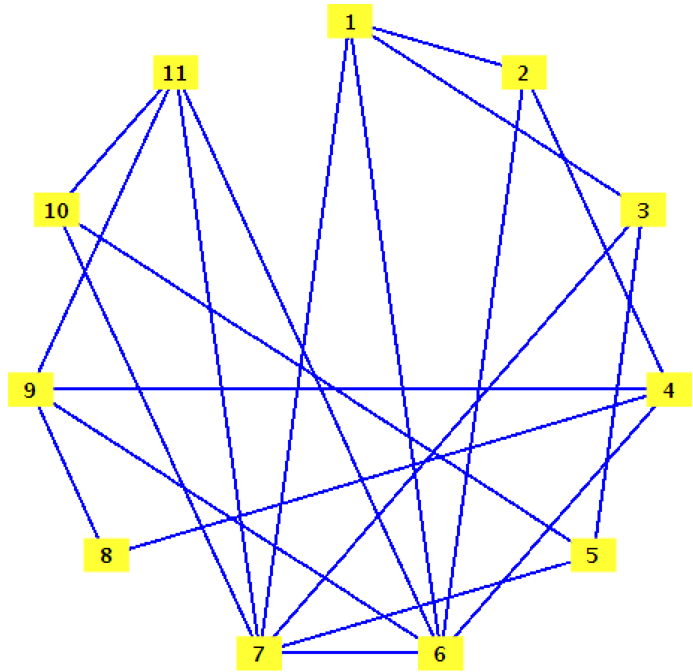
Теперь рассмотрим всё ещё раз на более крупном примере.

Создадим граф *G* с 11 вершинами и 21 дугой.

>G:=Graph({{1,2},{1,3},{1,6},{1,7},{2,4},{2,6},{3,5},{3,7},{4,6},{4,8},{4,9},{5,7},{5,10},{6,7},{6,9},{6,11},{7,10},{7,11},{8,9},{9,11},{10,11}}): .

Построим заданный граф [3].

> DrawGraph(G)



Теперь посмотрим, сколько вершин в графе *G* и какие они имеют номера.

> Vertices(G)

$$[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]$$

После функции через запятую перечислены вершины.

Теперь посмотрим, какие дуги имеются в этом же графе.

>Edges(G)

{{1, 2}, {1, 3}, {1, 6}, {1, 7}, {2, 4}, {2, 6}, {3, 5}, {3, 7}, {4, 6}, {4, 8}, {4, 9}, {5, 7}, {5, 10}, {6, 7}, {6, 9}, {6, 11}, {7, 10}, {7, 11}, {8, 9}, {9, 11}, {10, 11}}

И снова после функции через запятую в фигурных скобках перечислены дуги.

4. Заключение

Алгоритмы решения задач открыты для оперативного изменения хода решения и разработки обучаемым своего оригинального способа решения.

В максимальной степени используются иллюстрирующие и тестирующие возможности компьютера.

Для изучения и применения функций *Maple* 14 при решении задач теории графов разработаны методические указания, используемые лабораторном практикуме по дисциплине «Дискретная математика» [4, 5], «Математические модели информационных процессов и управления» [6].

Использование *Maple* в дисциплине «Дискретная математика» и «Математические модели информационных процессов и управления» позволяет сконцентрировать внимание студента на алгоритмах решения задач.

В ходе учебного процесса обеспечивается интенсификация освоения знаний студентами.

Литература

1. **Кирсанов, М. Н.** Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы / М. Н. Кирсанов. – М.: Физматлит, 2007. – 168 с.: ил.
2. **Беренс, Д. В.** Maple 14 и задачи теории графов / Д. В. Беренс, И. В. Лялькин, М. В. Пуцик; науч. рук. А. И. Якимов // 51-я студенческая научно-техническая конференция Белорусско-Российского университета: материалы конф., редкол.: И. С. Сазонов (гл. ред.) [и др.]; 21-22 мая 2015 г. – Могилев: Белорус. - Рос. ун-т, 2015. – С. 19.
3. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Математическое программирование: Учеб. пособие/ А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод [и др.]; Под общ. ред. А. В. Кузнецова. – Мн.: Выш. шк., 2003. – 382с.: ил.
4. **Якимов, А. И.** Дискретная математика : Методические указания к лабораторной работе «Решение задач теории графов в системе компьютерной алгебры Maple» для студентов по направлению подготовки 231000 Программная инженерия / А. И. Якимов, Д. В. Беренс, М. В. Пуцик // – Могилев, ГУ ВПО «Бел. - Рос. ун-т», 2015. – 20 с.
5. **Якимов, А. И.** Дискретная математика : Методические указания к лабораторной работе «Задачи теории графов в системе компьютерной алгебры Maple» для студентов по направлению подготовки 230100 Информатика и вычислительная техника / А. И. Якимов, Д. В. Беренс, М. В. Пуцик // – Могилев, ГУ ВПО «Бел. - Рос. ун-т», 2015. – 22 с.
6. **Якимов, А. И.** Математические модели информационных процессов и управления : Методические указания к лабораторной работе «Теория графов в математической системе Maple» для студентов по специальности 1-53 01 02 Автоматизированные системы обработки информации / А. И. Якимов, Д. В. Беренс, М. В. Пуцик // – Могилев, ГУ ВПО «Бел. - Рос. ун-т», 2015. – 21 с.

Беренс Дарья Владимировна
Студентка инженерно-экономического факультета
Белорусско-Российский университет, г. Могилев
Тел.: +375(29) 544-33-74
E-mail: berensdar@rambler.ru
Пуцик Мария Владимировна
Студентка инженерно-экономического факультета
Белорусско-Российский университет, г. Могилев
Тел.: +375 (44) 746-58-13
E-mail: putsyk@gmail.com
Якимов Анатолий Иванович
Доцент кафедры Автоматизированные системы управления, канд. техн. наук
Белорусско-Российский университет, г. Могилев
Тел.: +375(222) 25-24-47
E-mail: ykm@tut.by