

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

УДК 624.073.6:534.014.1

П. В. Алявдин, д-р техн. наук, проф., Ю. А. Музыкакин

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФРАГМЕНТА ПЕРЕКРЫТИЯ ЗДАНИЯ

Исследованы собственные частоты колебаний шарнирно опертого фрагмента железобетонного перекрытия зданий, состоящего из сборной многпустотной плиты и монолитных балок обвязочного пояса по контуру перекрытия. Рассмотрены как исходная расчетная модель фрагмента в виде плитно-балочной системы, так и ее упрощенная модель в виде стержневой системы. Для исходной модели выполнен расчет с использованием конечно-элементной программы ANSYS. Проведен полномасштабный натурный эксперимент для колебаний фрагмента при различных видах динамического воздействия, включая удар, гармоническую силу и возмущение по случайному закону, в виде белого шума. Аналитические и численные результаты сопоставлены с экспериментальными данными. Исследована чувствительность собственных частот колебаний фрагмента. Решена задача идентификации параметров фрагмента на основе измеренных параметров его вибрации.

Введение

Исследование собственных частот колебаний строительных конструкций имеет большое значение при решении различных задач динамики, в том числе сеймики, виброизоляции и акустики [1]; анализ путей распространения структурного шума и вибрации в здании представляет сложную инженерную задачу. В существующих зданиях под действием окружающей среды и динамических нагрузок происходит накопление микрповреждений и, соответственно, изменение механических свойств материалов. Это приводит к изменению частот собственных колебаний конструкции здания и при наличии в нем виброактивного технологического оборудования может стать причиной опасного резонанса, связанного с совпадением частот собственных колебаний конструкции и действующих на нее внешних сил. До настоящего времени при проектировании зданий данный эффект не учитывается.

В работе рассмотрен фрагмент железобетонного перекрытия типовой конструкции жилого здания с каркасной

или каркасно-стеновой несущей системой, широко применяемой в строительстве в Беларуси и странах СНГ. Фрагмент состоит из сборной многпустотной плиты и монолитных балок – несущих ригелей обвязочного пояса по контуру перекрытия. Он опирается или на колонны по углам перекрытия в случае каркасной системы, или на стены в случае каркасно-стеновой системы. Ниже проанализирован второй вариант данной системы.

Для частот собственных колебаний шарнирно опертого по торцам фрагмента получены аналитические решения на основе метода перемещений, разработанного для анализа стержневых систем [2]. Численный анализ всего фрагмента выполнен с использованием метода конечных элементов (МКЭ).

Для указанного фрагмента проведен полномасштабный натурный эксперимент с возбуждением колебаний ударом, гармонической силой и силой с изменяющейся по случайному закону частотой возмущения (белый шум).

Результаты расчета сопоставлены с полученными экспериментальными

данными. Решена задача идентификации параметров фрагмента на основе измеренных параметров его вибрации.

Описание конструкции фрагмента

Фрагмент состоит из сборной многпустотной плиты и монолитных балок – несущих ригелей обвязочного пояса по контуру перекрытия. При этом плита замоноличена по торцам в поперечные балки, но не связана по длине с продольными балками обвязочного пояса

(рис. 1). Таким образом, плита заключена в обойму в продольном направлении.

Сопряжение несущего ригеля (разрез 2–2) с многпустотной плитой осуществлено посредством выпусков рабочей арматуры из плит, заанкериваемых в несущих ригелях на длину 150 ± 10 мм, и бетонных шпонок, входящих в открытые по торцам пустоты плит [3], как предусмотрено в конструктивном решении типовой серии Б1.020.1–7.

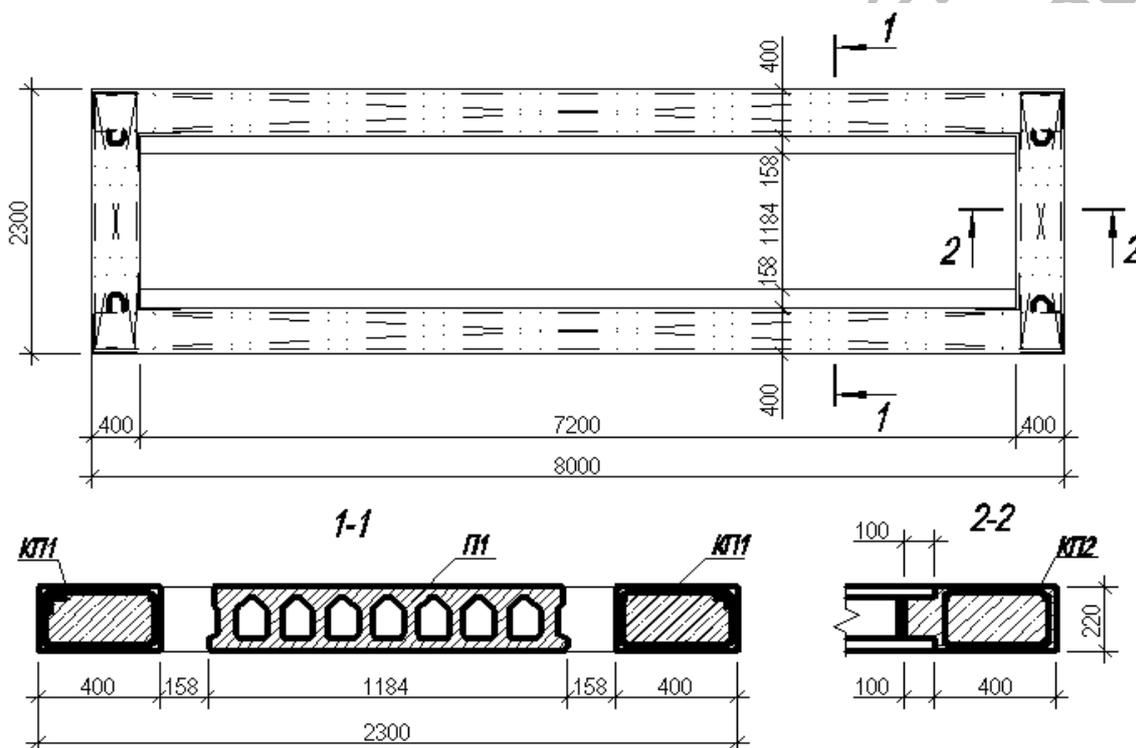


Рис. 1. Конструкция исследуемого фрагмента

Характеристики фрагмента.

Плита ПБФ 72.12.2-К7(9)8-4Т (П1 на рис. 1): бетон М400 (по испытаниям) – модуль упругости $E_b = 36,9$ ГПа; $A = 0,1582$ м²; $I = 0,891 \cdot 10^{-3}$ м⁴; $\rho = 2500$ кг/м³; осевая сжимающая сила N , возникающая в результате предварительного напряжения арматуры, $N = 0,3$ МН; арматура – канаты К7, диаметр 9 мм, количество канатов – 8 шт., $E = 190$ ГПа; количество стержней верхней арматуры

5-ВрП – 4 шт.; модуль упругости арматуры $E_s = 200$ ГПа (данные о характеристиках арматуры приняты в соответствии с [4]); приведенный модуль упругости для всего сечения $E_{red} = 38,7$ ГПа, G – модуль сдвига, $G = 0,4 E_{red} = 14,8$ ГПа.

Монолитный обвязочный пояс (КП1 и КП2 на рис. 1): бетон С25/30, модуль упругости бетона $E_b = 38,7$ ГПа, арматура S500, верхний пояс – 2Ш16, нижний пояс – 2Ш22, модуль упруго-

сти арматуры $E_s = 200$ ГПа; приведенный модуль упругости для всего сечения $E_{red} = 39,6$ ГПа, G – модуль сдвига, $G = 0,4 E_{red} = 15,8$ ГПа.

Аналитический расчет фрагмента

Расчет фрагмента выполнен методом перемещений (названным в [2] методом деформаций). Вывод уравнений колебания дважды кинематически неопределимой стержневой системы, имеющей бесконечное число динамиче-

ских степеней свободы, представлен в [5]. Принятая расчетная схема фрагмента представлена на рис. 2, б.

Параметры d, a, k, f в формулах (1)...(6) зависят от вектора физико-механических и геометрических характеристик элементов $z, z = (EI_i, GA_i, \mu_i, k^*_i, N_i, i \in 1:3) \in R^{15}$, а также от схемы соединения i -х элементов во фрагменте; i – индексы элементов, $i \in 1:3$; 1, 3 – индексы для балок обвязочного пояса соответственно; 2 – для плиты перекрытия.

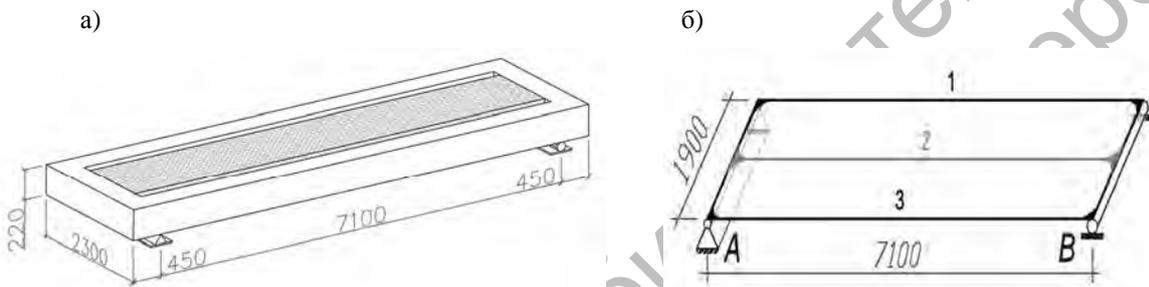


Рис. 2. Расчетная модель исследуемого фрагмента: а – исходная плитно-балочная система; б – упрощенная стержневая система

Для данных граничных условий и с учетом инерции вращения и деформаций сдвига, а также предварительного напряжения параметры d, a, k, f для каждого i -го элемента фрагмента принимают следующие значения:

$$d = l \cdot \sqrt{-P_A + \sqrt{P_A^2 + P_B}}; \quad (1)$$

$$a = l \cdot \sqrt{P_A + \sqrt{P_A^2 + P_B}}; \quad (2)$$

$$P_A = \frac{\mu\omega^2 \left(r^2 + \frac{EI}{k^*GA} \right) - N \left(1 - \frac{N}{k^*GA} \right)}{2EI}; \quad (3)$$

$$P_B = \frac{\mu\omega^2 \left(1 - \frac{\mu\omega^2 r^2 - N}{k^*GA} \right)}{EI}; \quad (4)$$

$$f = \frac{d}{1 - \frac{N}{k^*GA}} \left[1 + \frac{a^2}{l^2} \frac{EI}{k^*GA - N - \mu\omega^2 r^2} \right]; \quad (5)$$

$$k = \frac{a}{1 - \frac{N}{k^*GA}} \left[1 - \frac{d^2}{l^2} \frac{EI}{k^*GA - N - \mu\omega^2 r^2} \right]. \quad (6)$$

Два независимых уравнения равновесия моментов – на левой (A) и правой (B) опорах фрагмента:

$$\sum_{i \in 1:3} M_{Ai}(z, \omega) \pm \sum_{i \in 1:3} M_{Bi}(z, \omega) = 0, \quad (7)$$

где знаки «+» и «-» учитывают колебания с нечетным и четным количеством полуволин соответственно;

$$M_{Ai}(z, \omega) = -\frac{EI}{l} [(ka + fd)(k \sinh d - f \sin a)] / [2kf(\cosh d \cos a - 1) + (k^2 - f^2) \sinh d \sin a], \quad i \in 1:3; \quad (8)$$

$$M_{Bi}(z, \omega) = -\frac{EI}{l} [(ka + fd)(f \cosh d \sin a - k \sinh d \cos a)] / [2kf(\cosh d \cos a - 1) + (k^2 - f^2) \sinh d \sin a], \quad i \in 1:3. \quad (9)$$

Из уравнения (7) с учетом формул (8) и (9) определяется бесконечное число частот собственных колебаний ω трех элементов фрагмента (двух балок и плиты) [6, 7]. Результаты расчета представлены в табл. 1. Там же представлены результаты полномасштабного натурного эксперимента, выполненного в цехе «Института БелНИИС» [9]. Проведенные исследования отличаются между собой характером динамического воздействия: 1) удар в 1/2, 1/3 и 1/4 пролета; 2) белый шум с полосой частот

5...200 Гц от вибровозбудителя, подключенного к генератору; 3) гармоническое воздействие от вибровозбудителя на резонансной частоте ($f \approx 8,0$ Гц).

Заметим, что в данном разделе рассматривались только поперечные колебания в направлении пролета фрагмента как наиболее важные для практики; учет других, в том числе продольных и пространственных крутильных колебаний, выполняется аналогично, как аналитически, так и численно, методом КЭ [8].

Табл. 1. Результаты аналитического расчета собственных частот и форм колебаний фрагмента

Частота f_i , Гц	i -я форма	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Результаты расчета	8,48	14,1	19,02	33,26	36,7	52,09	73,74	82,9	101,1
	Экспериментальные данные	8,3	14,9	—*	32,0	41,6	47,6	72,0	85,0	102,3

Примечание — * — Значения 3-й частоты колебаний в эксперименте не были получены

Чувствительность собственных частот колебаний плитно-балочного фрагмента

Исследована чувствительность собственных частот колебаний фрагмента [10–12] в зависимости от модулей упругости бетона для пустотной плиты перекрытия и балок обвязочного пояса. Модули упругости изменялись в диапазоне от -15 до +15 % с шагом 5 %. В

данном случае выбран более широкий диапазон собственных частот колебаний, чем в табл. 1. Влияние модулей упругости на собственные частоты колебаний представлено в табл. 2. Как видно из приведенных результатов, изменения параметров системы оказывают большее влияние на высокие частоты колебаний.

Табл. 2. Влияние изменения модулей упругости от -15 до +15 % для плиты перекрытия и балок обвязочного пояса на собственные частоты колебаний

Частота f_i , Гц	Характерные i -е частоты колебаний f_i													
	1		3		4		6		7		9		10	
	f_i	%	f_i , Гц	%	f_i , Гц	%	f_i , Гц	%						
8,16	-3,9	18,27	-4,1	32,09	-3,6	49,83	-4,5	71,36	-3,3	96,42	-4,9	125,16	-3,0	
8,27	-2,5	18,54	-2,6	32,5	-2,3	50,61	-2,9	72,22	-2,1	98,02	-3,2	126,57	-1,9	
8,37	-1,3	18,79	-1,2	32,89	-1,1	51,36	-1,4	73,01	-1,0	99,6	-1,6	127,82	-0,9	
8,48	0,0	19,02	0,0	33,26	0,0	52,09	0,0	73,74	0,0	101,15	0,0	128,95	0,0	
8,58	1,2	19,25	1,2	33,62	1,1	52,79	1,3	74,42	0,9	102,68	1,5	129,97	0,8	
8,68	2,3	19,46	2,3	33,95	2,0	53,48	2,6	75,06	1,8	104,18	2,9	130,9	1,5	
8,78	3,4	19,67	3,3	34,28	3,0	54,15	3,8	75,65	2,5	105,66	4,3	131,75	2,1	

Аналогичный анализ влияния массы пустотной плиты перекрытия и балок обвязочного пояса на собственные частоты колебаний представлен на рис. 3. Масса фрагмента изменялась в диапазо-

не от 0 до +15 % с шагом 5 %. Как и ранее, здесь изменения параметров системы также оказывают большее влияние на высокие частоты колебаний.

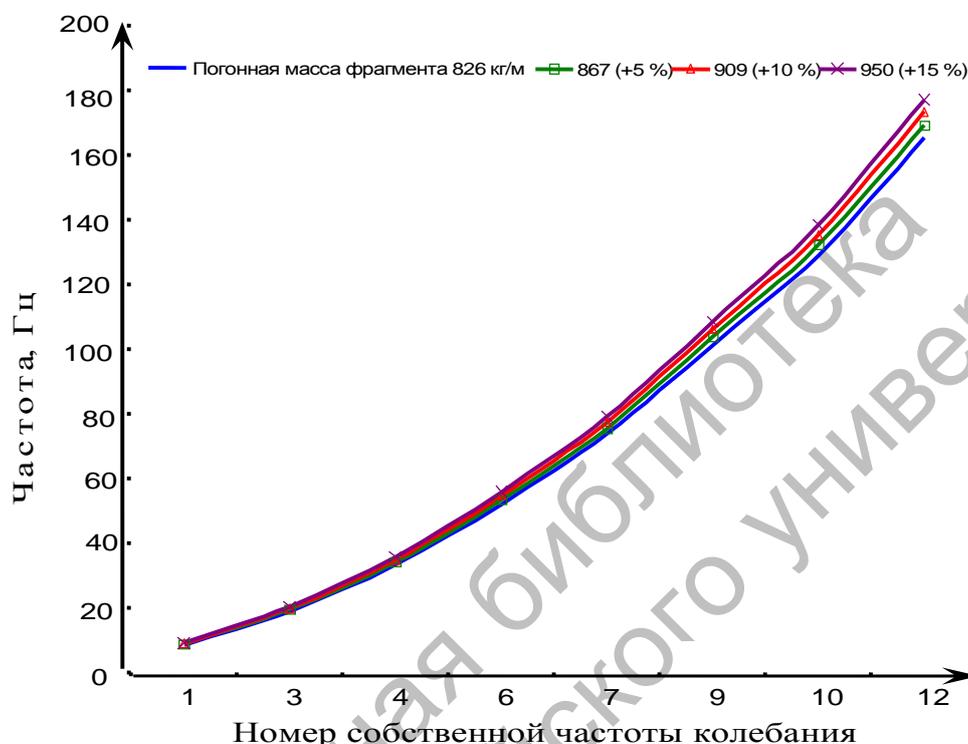


Рис. 3. Влияние массы фрагмента на собственные частоты колебаний (диапазон от 0 до +15 %)

Идентификация параметров системы

В качестве параметров идентификации для фрагмента перекрытия зданий выбраны модули упругости бетона для сечений плиты и ригелей E_p и E_r соответственно, тогда вектор искомых параметров $\mathbf{x} = (E_p, E_r) \in \mathbf{R}^n, n = 2$.

Критерий оптимальности, который необходимо минимизировать в данной задаче при выполнении аналитических условий (1)–(9), принимается в виде суммы наименьших квадратов нормированных отклонений частот:

$$\rho(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{i \in I} \left(\frac{f_{mi} - f_{ci}(\mathbf{x})}{(f_{mi} + f_{ci}(\mathbf{x})) / 2} \right)^2}, \quad (10)$$

где f_{mi} – измеренные значения частот собственных колебаний, $i \in I$; I – множество рассматриваемых частот; $f_{ci} \equiv f_{ci}(\mathbf{x})$ – значения частот собственных колебаний, вычисленные по формулам (1)–(9) и зависящие от вектора \mathbf{x} . Здесь исследовались семь частот собственных колебаний, $|I| = 7$.

Поскольку задача идентификации системы является некорректной, критерий оптимальности (10) следует видоизменить:

$$\rho_\alpha(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}) + \alpha \|\mathbf{x}\|^2, \quad (11)$$

где α – параметр регуляризации А. Н. Тихонова [13], $\alpha > 0$; $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\sum_{i \in I, n} (x_i^2)}$.

Выбор параметра регуляризации α_k на k -м шаге процесса вычислений, $k = 0, 1, \dots, K$, производим по формуле

$$\alpha_k = \alpha_0 q^k, \quad q > 0, \quad (12)$$

решая $(K + 1)$ раз для параметра α_{k+1} задачу

$$\|x_{\alpha_{k+1}} - x_{\alpha_k}\| \rightarrow \min_{k \in 0:K} \quad (13)$$

вплоть до приемлемой точности решения исходной задачи (13).

Аналогичная идентификация была выполнена также численно, с использованием метода *subproblem approximation*, реализованного в коммерческой конечно-элементной программе ANSYS [8].

Расчет задачи (13) был закончен на 10-м шаге итерации.

Полученный в обоих случаях практически один и тот же оптимальный вектор параметров системы x^* содержит следующие значения модулей упругости бетона: для плиты $E_p = 38,01$ ГПа (увеличение расчетного модуля на 3 %) и для ригелей $E_r = 33,67$ ГПа (уменьшение расчетного модуля на 13 %). Сопоставление частот собственных колебаний фрагмента, найденных расчетным путем аналитически и численно по программе ANSYS, с результатами измерений приведено в табл. 3.

Табл. 3. Сопоставление расчетных и измеренных частот собственных колебаний фрагмента

Частота	<i>i</i> -я форма колебаний						
	1	2	3	4	5	6	7
f_{mi} , Гц	8,30	14,90	32,00	47,60	72,00	102,30	121,80
f_{ci} , Гц, (5)...(11)	8,29	14,11	32,28	51,06	71,19	99,70	123,91
ε_{fi} 100 % *	0,175	5,413	0,879	7,013	1,132	2,578	1,715
f_{ci} , Гц, ANSYS	8,38	13,52	32,55	47,23	72,72	102,97	120,36
ε_{fi} 100 % *	0,96	9,71	1,70	0,78	1,00	0,65	1,19

Примечание – * – Отклонения ε_{fi} определялись по формуле $\varepsilon_{fi} = (f_{mi} - f_{ci}) / [(f_{mi} + f_{ci}) / 2]$

Выводы

В статье представлены аналитические зависимости и численные результаты, а также экспериментальные данные полномасштабного натурного эксперимента для анализа колебаний фрагмента перекрытия, состоящего из многопустотной плиты и обвязочного пояса.

1. Выполнен теоретический анализ собственных частот колебаний фрагмента перекрытия. Частоты вычислены аналитически, с учетом инерции вращения, деформаций сдвига и силы предварительного напряжения арматуры пустотной плиты перекрытия. Параллельно выполнен расчет с использо-

ванием конечно-элементной программы ANSYS.

2. Результаты расчетов плиты перекрытия согласуются с экспериментальными данными в пределах 10 %.

3. Выявлено увеличение чувствительности более высоких собственных частот колебаний фрагмента в зависимости от изменения его параметров. Установлено, что при изменении обоих модулей упругости пропорционально исходному значению в диапазоне от -15 до +15 % собственные частоты колебаний фрагмента изменяются в диапазоне от -5,2 до 4,7 % от расчетного значения. Аналогично изменение массы фрагмен-

та в диапазоне от -15 до +15 % изменяет собственные частоты колебаний в диапазоне от -8,5 до 6,7 %.

4. Решена задача идентификации параметров фрагмента на основе измеренных параметров его вибрации. Найденны следующие значения модулей упругости бетона: для плиты $E_p = 38,01$ ГПа (увеличение расчетного модуля на 3 %) и для ригелей $E_r = 33,67$ ГПа (уменьшение расчетного модуля на 13 %). Результаты, полученные на основе идентификации системы, позволяют повысить точность прогноза параметров вибрации для широкого круга задач динамики, сеймики и виброэкологии зданий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Paz, M. Structural Dynamics. Theory and computation. – Fourth Edition / M. Paz, W. Leigh. // Springer, 1997. – 840 p.
2. Колоушек, В. Динамика строительных конструкций / В. Колоушек. – М. : Стройиздат, 1965. – 632 с.
3. Плиты железобетонные многослойные предварительно-напряженные стенового безопалубочного формования. Типовая серия 0–264. Вып. 2. – 20 с.
4. СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции. – Минск : М-во архитектуры и стр-ва РБ, 2003. – 139 с.
5. Алявдин, П. В. Свободные колебания плитно-балочного фрагмента перекрытия здания / П. В. Алявдин, Ю. А. Музычкин // Механика машин, механизмов и материалов. – 2009. – № 1. – С. 62–67.
6. Borkowski, A. Mechanika budowli z elementami ujkcia komputerowego / A. Borkowski. – Warszawa : Arkady, 1984. – Т. 1. – 428 s.
7. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер. – М. : Машиностроение, 1985. – 472 с.
8. Hatch, M. R. Vibration simulation using MATLAB and ANSYS / M. R. Hatch, B. Raton // Chapman and Hall. – CRC, 2001. – 654 p.
9. Aliawdin, P. Natural frequencies of RC floor fragment with restricted displacements / P. Aliawdin, J. A. Muzychkin // Konstrukcje zespolone : konf. – Zielona Gyr : Oficyna Wydaw. Uniwersytetu Zielonogyrskiego, 2008. – Т. VIII. – S. 9–24.
10. Хог, Э. Анализ чувствительности при проектировании конструкций / Э. Хог, К. Чой, В. Комков. – М. : Мир, 1988. – 428 с.
11. Гасюнас, В. В. Проектирование динамических моделей конструкций по собственным частотам с использованием методов анализа чувствительности / В. В. Гасюнас, А. Н. Солдаткин // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1997. – Т. 3, № 2. – С. 63–74.
12. Идентификация динамической модели по результатам вибрационных испытаний фрагмента безригельного каркаса с использованием ВК SCAD, CAD Master / Л. П. Бержинская [и др.] // Архитектура и строительство. – 2007. – № 2. – С. 94–98.
13. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1974. – 286 с.

Заходнепоморский технологический университет
НИЛ строительной акустики и вибрационной безопасности РУП «Институт БелНИИС»
Материал поступил 20.04.2009

P. V. Aliawdin, J. A. Muzychkin The analysis of dynamic model of the building floor slab fragment

Natural frequencies of oscillations of the hinged fragment consisting of a hollow-core slab of reinforced-concrete flooring, embedded on end faces in a girt strip have been analyzed. Both the initial calculation model of the fragment in a slab-beam system form and its simplified model in the bar system form have been examined. For the initial model, the calculation has been made with the finite-element ANSYS program. Full-scale natural experiment for fragment oscillations has been made at various aspects of dynamic affecting, including shock, the harmonious force and perturbation under the casual law (white noise). Analytical and numerical effects have been compared with experimental data. The sensitivity of natural frequencies of the fragment oscillations has been analyzed. The task of the fragment parameters identification on the basis of its vibration data has been solved.