

УДК 62-83:621

*А. С. Коваль, Б. Б. Скарыно, Н. С. Лагун*

**СТРУКТУРНАЯ СХЕМА МЕХАНИЧЕСКОЙ ПОДСИСТЕМЫ  
ЭЛЕКТРОПРИВОДА ЛИФТОВ ПРИ УЧЁТЕ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ  
КАНАТОВ ПОДВЕСА**

UDC 62-83:621

*A. S. Koval, B. B. Skaryno, N. S. Lagun*

**STRUCTURAL SCHEME OF THE MECHANICAL SUBSYSTEM OF ELECTRIC  
ELEVATOR DRIVE TAKING INTO ACCOUNT VARIABLE LENGTH OF ROPES  
OF CAGE SUSPENSION**

**Аннотация**

При описании механической подсистемы лифтов трехмассовой расчетной схемой изменение жесткости канатов в связи с увеличением их длины рассматривается как периодическая функция в виде ряда Фурье. При учете изменения жесткости момент упругости, определяющий силу натяжения канатов подвеса кабины и противовеса, характеризуется двумя составляющими, одна из которых определяется весом противовеса, кабины, нагрузкой кабины и усредненным значением жесткости на пути, проходимом кабиной, вторая учитывает только изменение жесткости по длине канатов.

**Ключевые слова:**

лифт, упругие свойства канатов, переходные процессы в механической подсистеме лифта, передаточные функции, ряд Фурье, жесткость канатов, трехмассовая расчетная схема, сила нажатия, изменение длины канатов, момент упругости канатов.

**Abstract**

In the description of the mechanical subsystem of elevators by means of a three-mass design scheme, the change of ropes stiffness due to the increase of their length is considered as a periodic function written as a Fourier series. While taking into account the changes in the stiffness, the elastic moment that defines tensile force of ropes of the elevator cage suspension and the counterweight is determined by two components, one being defined by the weight of the counterweight, the elevator cage itself, the cage load and the averaged value of stiffness over the distance passed by the cage, and the other taking into account only the stiffness change along the length of the ropes.

**Key words:**

elevator, elastic properties of ropes, transient processes in the elevator mechanical subsystem, transfer functions, Fourier series, stiffness of ropes, three-mass design scheme, pressing force, change of ropes length, moment of elasticity of ropes.

В настоящее время основным типом применяемого электропривода в массовых лифтах остается редукторный электропривод на базе двухскоростного асинхронного двигателя. Растет и применение частотно-регулируемого редукторного электропривода в лифтах в связи с постоянным увеличением требований к экономической эффективности

электрооборудования, используемого в жилищно-коммунальных хозяйствах городов. Дальнейшим развитием этой тенденции является внедрение безредукторного привода лифтов в зданиях жилого и коммерческого использования. Безредукторные электроприводы пассажирских и грузовых лифтов строятся на базе тихоходных асинхронных

двигателей и синхронных двигателей с постоянными магнитами, причем последние получают наибольшее распространение. Электропривод лифта можно представить в виде электрической и механической подсистем [1]. Электрическая подсистема образована собственно двигателем и системой управления с силовым преобразователем. Механическая подсистема в зависимости от кинематической схемы крепления кабины лифта может иметь различное исполнение, но с достаточной точностью описывается консервативной трехмассовой расчетной схемой, уравнения движения которой имеют вид [2, 3]:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = M - M_{12} + M_{13}; \\ J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt} = M_{12} + M_2; \\ J_3 \cdot \frac{d\omega_3}{dt} = M_3 - M_{13}; \\ \frac{dM_{12}}{dt} = C_{12} \cdot (\omega_1 - \omega_2); \\ \frac{dM_{13}}{dt} = C_{13} \cdot (\omega_3 - \omega_1), \end{cases} \quad (1)$$

где  $J_1, J_2, J_3$  – приведенные к общему валу моменты инерции двигателя, кабины лифта, противовеса соответственно, кг·м<sup>2</sup>;  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  – приведенные к общему валу угловые скорости двигателя, кабины лифта, противовеса соответственно, рад/с;  $M$  – электромагнитный момент двигателя, Н·м;  $M_{12}, M_{13}$  – приведенные к общему валу моменты взаимодействия, Н·м;  $C_{12}, C_{13}$  – коэффициенты жесткости при кручении связей, Н·м/рад.

Значения коэффициентов жесткости при растяжении определяются:

– для редукторного лифта

$$C_j = \frac{n \cdot S \cdot E \cdot R^2}{L_j \cdot i^2} \quad \text{или} \quad C_j = \frac{k_r}{L_j};$$

– для безредукторного лифта

$$C_{j\delta} = \frac{n \cdot S \cdot E \cdot R^2}{L_j} \quad \text{или} \quad C_{j\delta} = \frac{k_\delta}{L_j},$$

где  $C_j$  – коэффициенты жесткости при растяжении соответствующей ветви, Н/м;  $n$  – число канатов в ветви;  $S$  – поперечное сечение каната, м<sup>2</sup>;  $E$  – модуль упругости стального каната, МПа;  $R$  – радиус канатоведущего шкива, м;  $i$  – передаточное число редуктора;  $L_j$  – длина соответствующей ветви каната.

Это значение коэффициентов жесткости справедливо для фиксированных значений длин канатов, соответствующих нахождению кабины на заданном этаже, что справедливо при рассмотрении пускотормозных процессов в лифтах, т. к. за время пуска (торможения) длина канатов изменяется незначительно. При перемещении кабины лифта между этажами коэффициенты жесткости изменяются вместе с изменением длины канатов подвеса кабины лифта и противовеса.

Для равномерного движения кабины лифта между этажами с постоянной скоростью  $V$  и временем поездки  $t_{\text{п}}$  в одну сторону, длина каната подвеса кабины лифта изменяется в соответствии с выражением

$$L_j = V \cdot t_{\text{п}}.$$

Изменение коэффициента жесткости  $c_j$  при поездке на заданный этаж определяется выражением (редукторный лифт)

$$c_{j\text{кон}} = \frac{k_p}{L_0 - V \cdot t_{\text{п}}}, \quad (2)$$

где  $k_p$  – величина постоянная, определяемая конструкцией лифта и материалом троса;  $L_0$  – длина канатов подвеса, соответствующая этажу начального положения кабины или противовеса.

При перемещении кабины лифта вверх–вниз между двумя любыми этажами, например первым и последним, для которых значения коэффициента

жесткости  $c_{j0}$  и  $c_{jкон}$  постоянны (определяются конечной длиной каната при нахождении кабины на соответствующих этажах), примерный график изменения  $c_{12}$

в соответствии с выражением (2) имеет вид, соответствующий положению лифта в шахте (рис. 1).

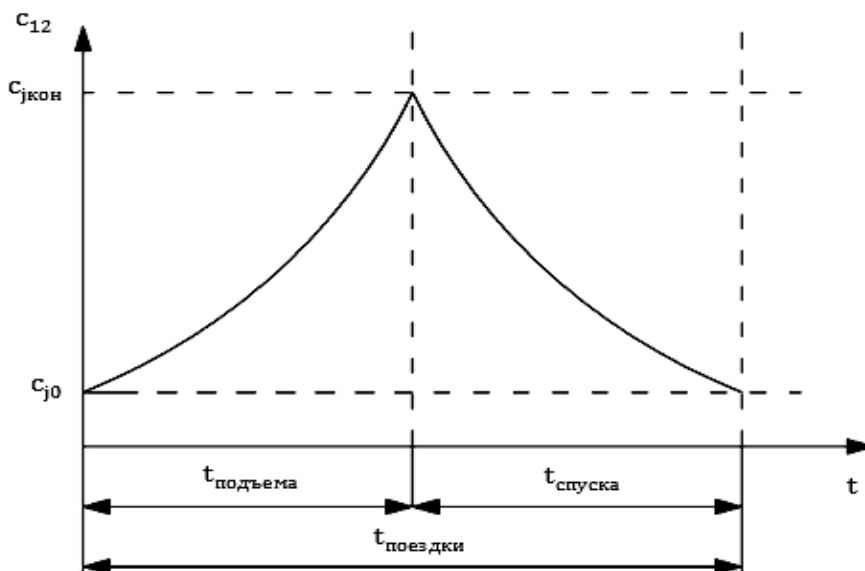


Рис. 1. Изменение  $c_{12}(t)$  при перемещении кабины лифта между этажами (подъем, спуск)

Для коэффициента жесткости  $c_{13}(t)$  другой вид (рис. 2), т. к. соответствует положению противовеса в шахте. примерный график изменения имеет

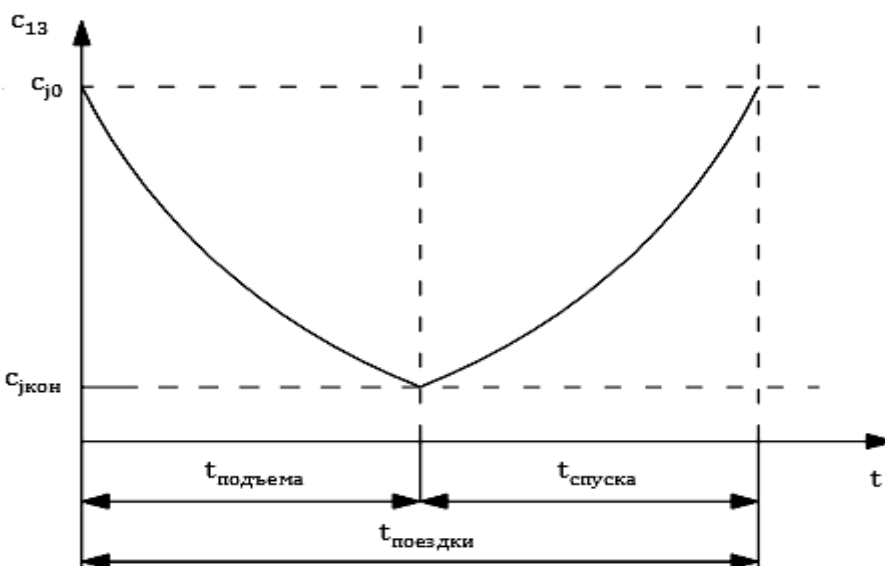


Рис. 2. Изменение  $c_{13}(t)$  при перемещении противовеса (подъем кабины, спуск кабины)

При перемещении кабины лифта вверх–вниз между этажами изменение  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$  можно рассматривать как периодический сигнал с периодом, определяемым временем движения вверх–вниз между рассматриваемыми этажами (без учета времени пуска и торможения кабины лифта). Поездки между этажами носят случайный характер, и графики изменения жесткости могут не соответствовать рис. 1 и 2, в частности, время подъема кабины может отличаться от времени спуска. При дальнейшем рассмотрении используется график «сим-

метричного» перемещения кабины:  $t_{\text{подъема}} = t_{\text{спуска}} = t_1$ .

Упростим график изменения жесткости  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$ , как показано на рис. 3. Уравнения для линейно изменяющихся в этом случае  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$  имеют вид:  $c'_{13}(t) = c'_{12}(t) = a_1 + a_0 \cdot t$  (для времени движения вверх) и  $c''_{13}(t) = c''_{12}(t) = a_2 - a_0 \cdot t$  (для времени движения вниз). Здесь  $a_1 = c_{j0}$ ,

$$a_2 = c_{\text{жкон}}, \quad a_0 = \frac{a_2 - a_1}{t_1}.$$

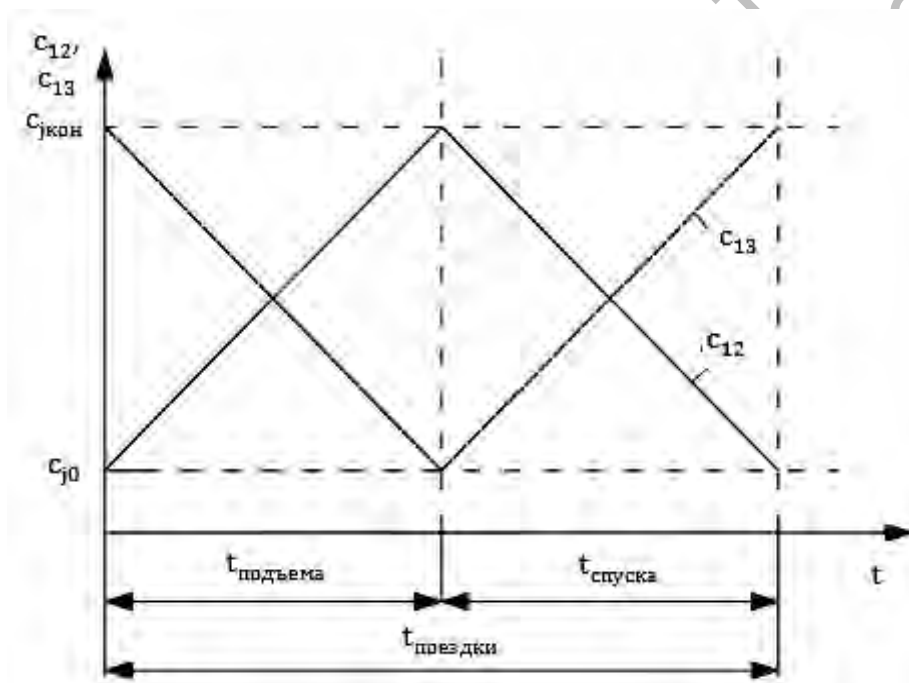


Рис. 3. Линейное изменение  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$  при изменении длины канатов

Разложим периодически изменяющееся значение жесткостей  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$  с учетом их представления (см. рис. 3) в ряд Фурье [4].

$$c(t) = A_0 + \sum_{n=1}^N \left[ A_n \cdot \cos \frac{2\pi \cdot n \cdot t}{2L} + B_n \cdot \sin \frac{2\pi \cdot n \cdot t}{2L} \right];$$

$$A_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L c(t) dt;$$

$$A_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L \left[ c(t) \cos \frac{2\pi \cdot n \cdot t}{2L} \right] dt;$$

$$B_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L \left[ c(t) \sin \frac{2\pi \cdot n \cdot t}{2L} \right] dt,$$

где  $N$  — длина ряда;  $n$  — целое число (1, 2, ...);  $t$  — время;  $2L$  — интервал зада-

ния функции.

Так как  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$  – функции четные, то коэффициент  $B_n = 0$ . Выражения ряда Фурье для  $c_{12}(t)$ ,  $c_{13}(t)$  имеют вид:

$$c_{12}(t) = A_0 - A_1 \left( \cos \frac{\pi \cdot t}{t_1} + \frac{1}{9} \cos \frac{9\pi \cdot t}{t_1} + \dots \right); \quad (3)$$

$$c_{13}(t) = A_0 + A_1 \left( \cos \frac{\pi \cdot t}{t_1} + \frac{1}{9} \cos \frac{9\pi \cdot t}{t_1} + \dots \right), \quad (4)$$

где  $A_0 = \frac{c_{j0} + c_{jкон}}{2}$ ;  $A_n = A_1 = \frac{4 \cdot (c_{jкон} - c_{j0})}{\pi^2}$ .

С учетом (3) и (4) уравнения (1) могут быть записаны как

$$\begin{cases} J_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M - M_{12} + M_{13}; \\ J_2 \frac{d\omega_2}{dt} = M_{12} + M; \\ J_3 \frac{d\omega_3}{dt} = M_3 - M_{13}; \\ \frac{dM_{12}}{dt} = \left[ A_0 - A_1 \left( \cos \frac{\pi \cdot t}{t_1} + \frac{1}{9} \cos \frac{9\pi \cdot t}{t_1} + \dots \right) \right] \cdot (\omega_1 - \omega_2); \\ \frac{dM_{13}}{dt} = \left[ A_0 + A_1 \left( \cos \frac{\pi \cdot t}{t_1} + \frac{1}{9} \cos \frac{9\pi \cdot t}{t_1} + \dots \right) \right] \cdot (\omega_3 - \omega_1). \end{cases} \quad (5)$$

Последние два уравнения (5) для основной гармонической составляющей полученного ряда Фурье можно переписать как

$$\begin{cases} \frac{dM_{12}}{dt} = \left[ A_0 - A_1 \cos \frac{\pi \cdot t}{t_1} \right] \cdot (\omega_1 - \omega_2); \\ \frac{dM_{13}}{dt} = \left[ A_0 - A_1 \cos \frac{\pi \cdot t}{t_1} \right] \cdot (\omega_3 - \omega_1). \end{cases} \quad (6)$$

Электромеханической системе безредукторного электропривода лифта, описываемой уравнениями (5) и (6), соответствует нормированная структурная схема (рис. 4) [5].

При этом

$$W_1(p) = \frac{1}{T_3 \cdot p}; \quad W_2(p) = \frac{1}{T_{пр} \cdot p};$$

$$W_3(p) = \frac{1}{T_M \cdot p}; \quad W_4(p) = \frac{1}{T_1 \cdot p};$$

$$W_5(p) = \frac{1}{T_K \cdot p};$$

$$T_1 = \frac{\beta}{C_{12}}; \quad T_3 = \frac{\beta}{C_{13}}; \quad T_M = \frac{J_1}{\beta};$$

$$T_K = \frac{J_2}{\beta}; \quad T_{пр} = \frac{J_3}{\beta}.$$

$W_{2n}(p)$  и  $W_{4n}(p)$  соответствуют гармоническим составляющим жесткостей соответствующего ряда Фурье. Основной гармонической соответствуют составляющие

$$W_{21}(p) = W_{41}(p) = \frac{k}{p^2 + \omega^2},$$

где  $\omega = \frac{\pi}{t_1}$ ;  $k = \frac{A_1}{\beta^2}$ .

Частота  $\omega$  определяется временем межэтажного разъезда при движении кабины лифта, и при нормируемых скоростях движения массовых лифтов до 2 м/с эти гармонические составляющие

низкочастотны. Наименьшее значение эта частота имеет при движении с первого на последний этаж, а наибольшее – при поэтажном разезде.

Переходные процессы в механической подсистеме лифта (см. рис. 4) при

моделировании в среде MATLAB с учетом изменения жесткостей при изменении длины каната (основная гармоническая составляющая) и без (при перемещении с первого этажа, например, на восьмой) показаны на рис. 5...8.

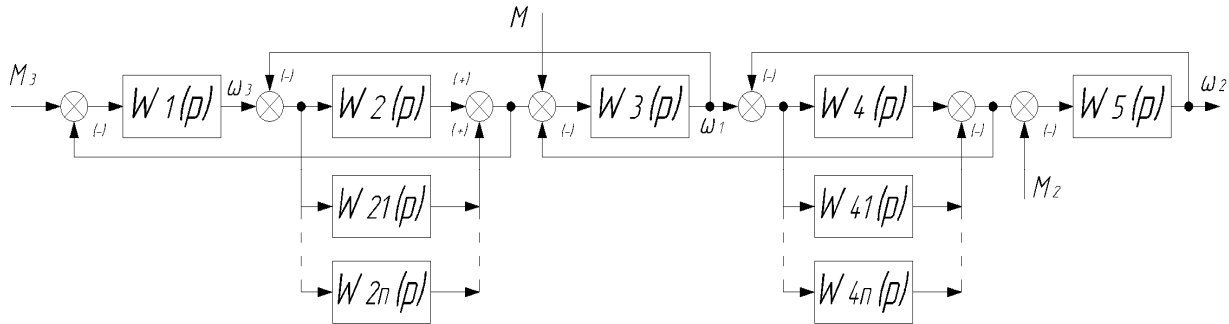


Рис. 4. Структурная схема нормированной трехмассовой консервативной системы:  $M$  – электромагнитный момент АД;  $M_2, M_3$  – приведенные к общему валу моменты, обусловленные силой тяжести;  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  – приведенные к общему валу угловые скорости вращения двигателя, кабины лифта, противовеса

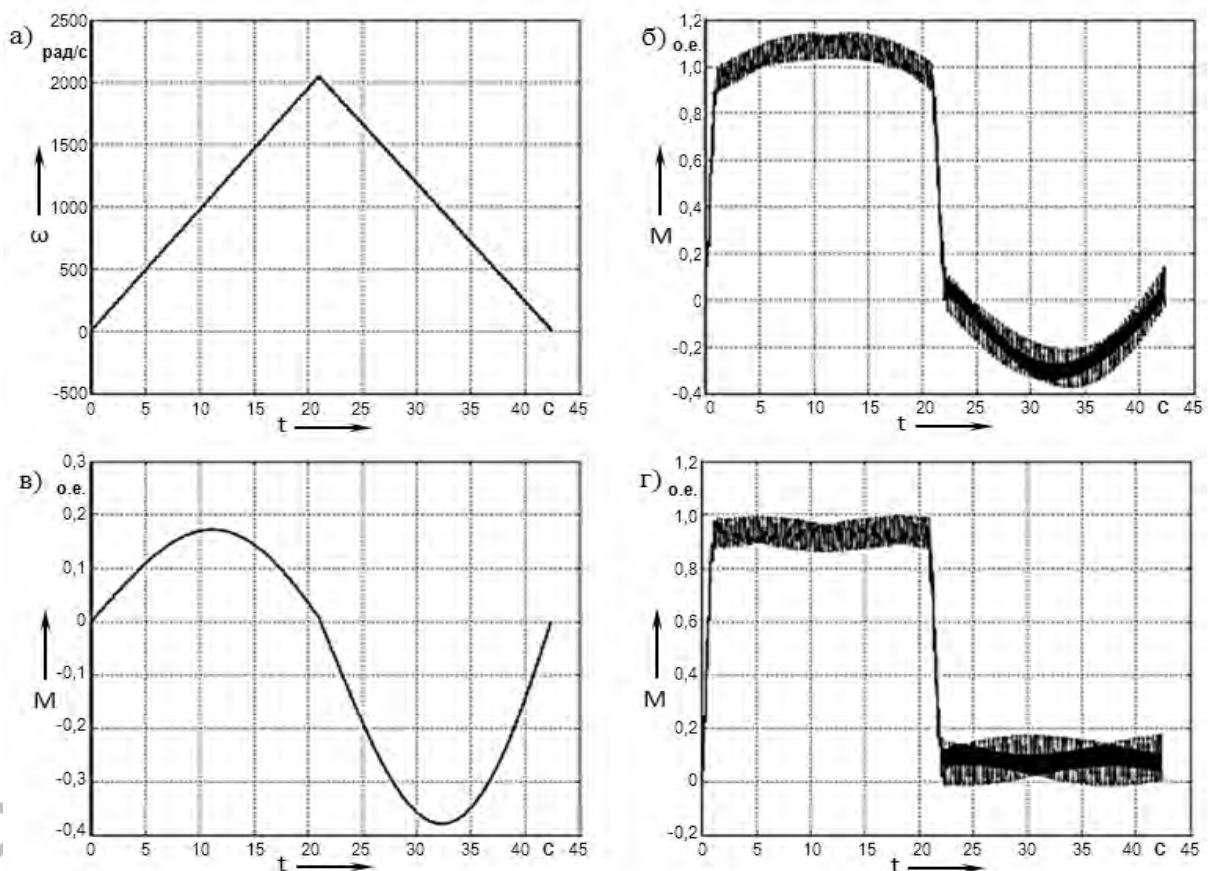


Рис. 5. Перемещение кабины лифта с первого этажа на восьмой и обратно при учёте изменения коэффициента жесткости  $c_{13}$  на длине каната (загрузка кабины 0,5 от номинальной): а –  $\omega_2$  при перемещении кабины вниз–вверх; б – составляющая момента упругости, зависящая от длины каната и загрузки кабины; в – составляющая момента упругости, зависящая от длины каната; г – момент упругости, определяющий силу натяжения в канате подвеса кабины

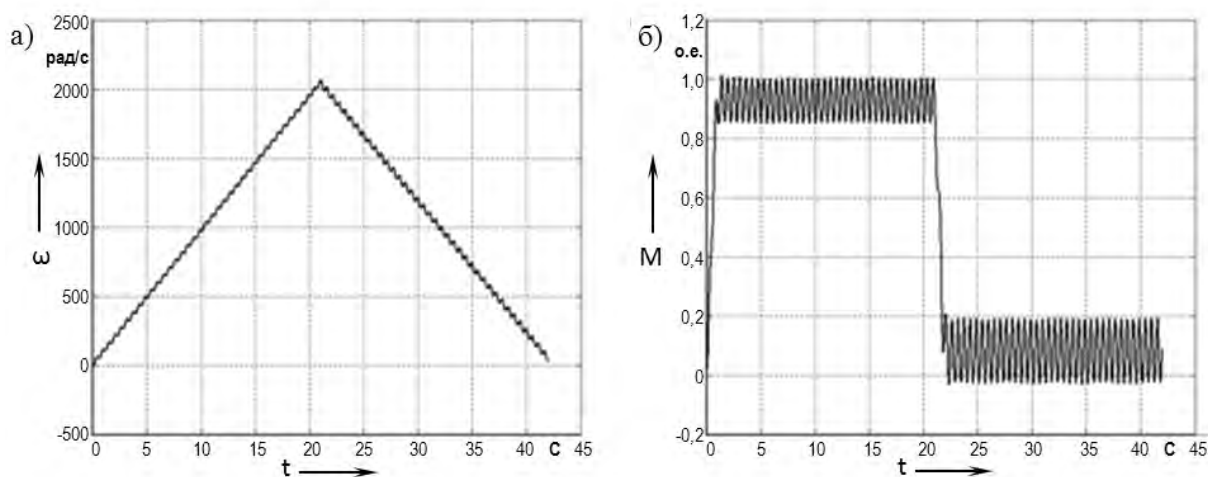


Рис. 6. Перемещение кабины лифта с первого этажа на восьмой и обратно без учёта изменения коэффициента жесткости  $c_{12}$  на длине каната (загрузка кабины 0,5 от номинальной): а –  $\omega$ ; при перемещении кабины вниз–вверх; б – момент упругости, определяющий силу натяжения в канате подвеса кабины

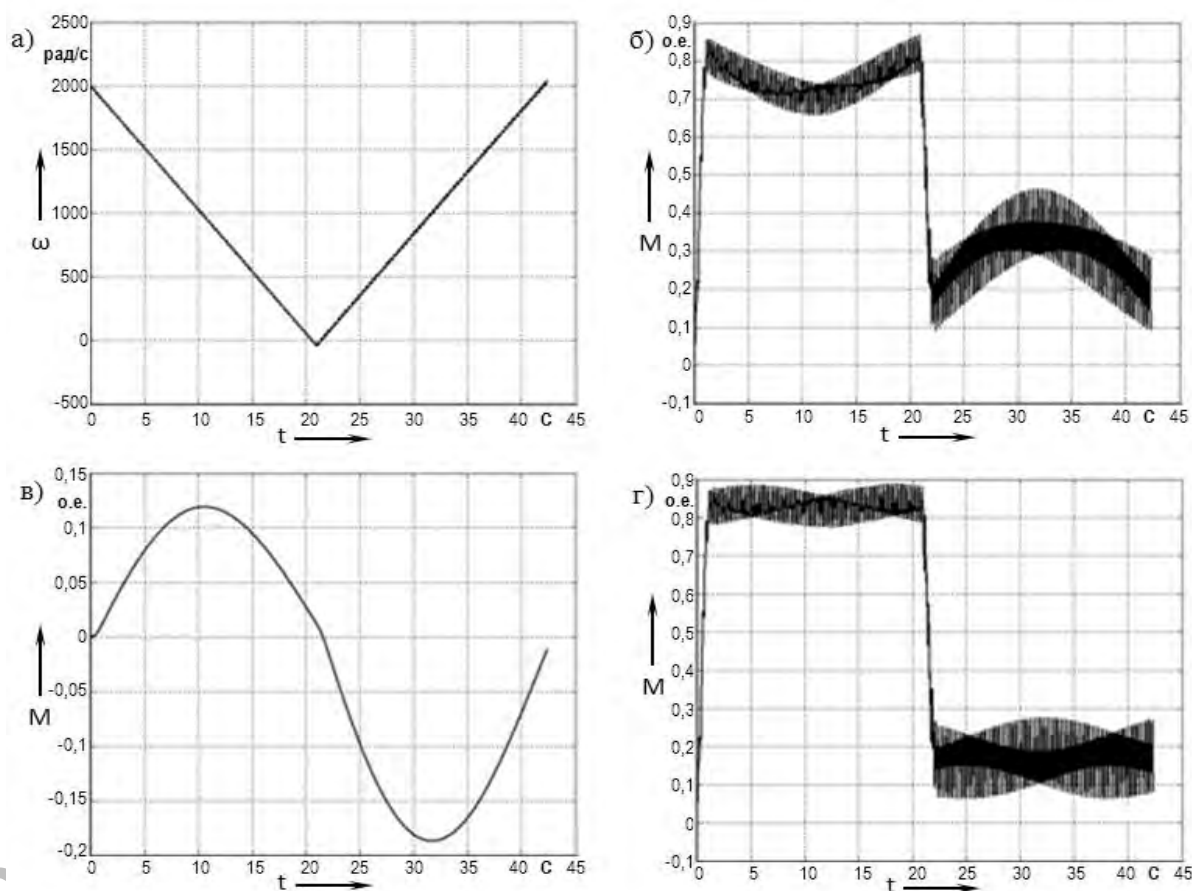


Рис. 7. Перемещение противовеса лифта с восьмого этажа на первый и обратно при учёте изменения коэффициента жесткости  $c_{13}$  на длине каната (загрузка кабины 0,5 от номинальной): а –  $\omega$ ; при перемещении противовеса вниз–вверх; б – составляющая момента упругости, зависящая от длины каната и загрузки кабины; в – составляющая момента упругости, зависящая от длины каната; г – момент упругости, определяющий силу натяжения в канате подвеса противовеса

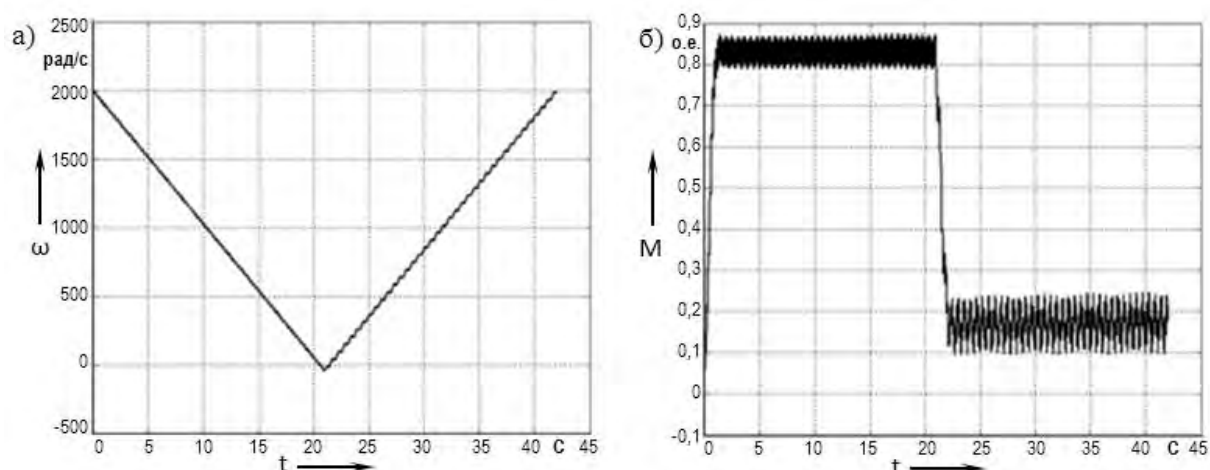


Рис. 8. Перемещение противовеса лифта с восьмого этажа на первый и обратно при постоянном коэффициенте жесткости  $C_{13}$ : а –  $\omega_3$  при перемещении противовеса вниз–вверх; б – момент упругости, определяющий силу натяжения в канате подвеса противовеса

Результаты моделирования показывают, что при учете изменения жесткости канатов с изменением их длины момент упругости, определяющий силу натяжения канатов подвеса кабины и противовеса, характеризуется двумя составляющими, одна из которых определяется весом противовеса, кабины и загрузкой кабины и усредненным значением жесткости на пути, проходимом кабиной, а вторая учитывает только изменение жесткости с изменением по длине канатов. Изменение жесткости канатов при изменении их длины не влияет на постоянную составляющую момента упругости и величину силы натяжения канатов подвеса кабины и противовеса, которые остаются постоянными и зависят от веса противовеса, кабины и её загрузки, но вызывает дополнительно низкочастотные колебания на уровне постоянной составляющей. Амплитуда и частота колебаний момента упругости зависят от пути проходимого кабиной лифта. С увеличением этого расстояния амплитуда колебаний растет, а частота, наоборот, уменьшается. В рассматриваемом примере частота колебаний составляет около 0,04 Гц, а амплитуда колебаний – примерно 2 %

от постоянной составляющей упругого момента.

### Выводы

1. Изменение жесткости канатов подвеса противовеса и кабины лифта в связи с увеличением их длины в период, равный времени межэтажных поездок в лифте, может рассматриваться как периодическая функция в виде соответствующего ряда Фурье, что позволяет учесть влияние изменения жесткости на формирование момента упругости на структурной схеме представления механической подсистемы электропривода лифта.

2. При учёте изменения жесткости канатов с изменением их длины момент упругости, определяющий силу натяжения канатов подвеса кабины и противовеса, имеет постоянную составляющую, величина которой определяется весом противовеса, кабины и её загрузкой, и, дополнительно, низкочастотную составляющую, амплитуда и частота которой зависят от расстояния, проходимого кабиной. С увеличением этого расстояния амплитуда колебаний растет, а частота, наоборот, уменьшается.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Коваль, А. С.** Электромеханическая система лифтов со скоростью до 2 м/с / А. С. Коваль, А. В. Шваяков // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2009. – № 4. – С. 113–120.
2. **Чупрасов, В. В.** Исследование динамики электроприводов лифтов : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.09.03 / В. В. Чупрасов; Моск. энергет. ин-т. – М., 1976. – 19 с.
3. Структуры систем управления автоматизированным электроприводом / О. П. Ильин [и др.] ; под ред. А. Л. Галкина. – 2-е изд. – Минск : Наука и техника, 1978. – 368 с.
4. **Анго, А.** Математика для электро- и радиоинженеров / А. Анго. – М. : Наука, 1965. – 758 с.
5. **Борцов, Ю. А.** Тиристорные системы ЭП с упругими связями / Ю. А. Борцов, Г. Г. Соколовский. – Л. : Энергия, Ленингр. отд-ние, 1979. – 159 с.

*Статья сдана в редакцию 9 февраля 2016 года*

**Александр Сергеевич Коваль**, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.  
E-mail: etf@bru.by.

**Борис Борисович Скарыно**, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.

**Никита Станиславович Лагун**, магистрант, Белорусско-Российский университет.

**Aleksandr Sergeyevich Koval**, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.  
E-mail: etf@bru.by.

**Boris Borisovich Skaryno**, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.

**Nikita Stanislavovich Lagun**, MSc student, Belarusian-Russian University.