
УДК 621.83.06

А. П. Прудников, А. Д. Бодунова

СКОРОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ПЛАНЕТАРНОЙ ТОРОВОЙ ВИНТОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

UDC 621.83.06

A. P. Prudnikov, A. D. Bodunova

SLIDING SPEEDS IN PLANETARY TORUS HELICAL TRANSMISSION

Аннотация

В результате проведенного кинематического анализа получены зависимости для определения угловых скоростей пальцев составных роликов и скоростей скольжения, возникающих при взаимодействии пальцев с беговыми дорожками. Выполнено сравнение скоростей скольжения в зацеплении передачи для случаев установки пальцев в составном ролике с натягом, в подшипниках качения и скольжения. На базе построенной математической модели выполнен анализ факторов, влияющих на скорость скольжения.

Ключевые слова:

механическая передача, промежуточные тела качения, составной ролик, скорость скольжения.

Abstract

As a result of the kinematic analysis, the dependences have been obtained to determine angular velocities of pins of the composite rollers and sliding speeds arising from the interaction between the pins and the grooves. Sliding speeds in the transmission engagement have been compared for the cases of pins being installed in a composite roller with an interference fit, in rolling and plain bearings. Based on the mathematical model constructed, an analysis of the factors influencing the sliding speed has been carried out.

Keywords:

mechanical transmission, intermediate rolling bodies, composite roller, sliding speed.

Введение

Одной из главных характеристик любой передачи является ее эффективность при передаче энергии. Планетарная торовая винтовая передача [1] обладает коэффициентом полезного действия (КПД), сопоставимым с червячными передачами, а также аналогичным широким диапазоном передаточных чисел (до 100 в одной ступени). Повышение КПД передачи позволяет снизить затраты энергии на работу приводной техники и за счет увеличения отношения полезно использованной энергии к суммарному количеству энергии, по-

данному на ведущее звено, снизить габаритные размеры передачи при сохранении требуемой нагрузочной способности и повысить ее ресурс. Снижение потерь энергии позволит также решить проблему недостаточного отвода тепла вследствие малых габаритных размеров передачи.

Одним из резервов повышения КПД планетарной торовой винтовой передачи является снижение потерь на трение при взаимодействии элементов составного ролика со звеньями передачи. Составной ролик взаимодействует посредством своих пальцев одновременно с беговыми дорожками на веду-

шем и заторможенном звене. Потери мощности на трение пропорциональны возникающим в передаче силам трения и скоростям скольжения. Снижение скоростей скольжения в передаче также позволит уменьшить износ контактирующих деталей, приводящий к уменьшению размера площади несущей поверхности, увеличению концентрации нагрузки и контактных напряжений.

В данном исследовании определим угловые скорости элементов составного ролика, проанализируем факторы, влияющие на величины скоростей скольжения в зацеплении звеньев передачи, и определим пути снижения скоростей скольжения.

Рассмотрим радиальную компоновку планетарной торовой винтовой передачи (как менее трудоёмкую с точки зрения изготовления и сборки) и три варианта конструкции составного ролика:

– пальцы установлены в составном ролике с натягом и не вращаются, что исключает возможность их перекоса и повышает надежность передачи;

– пальцы установлены в подшипниках качения, что значительно снижает потери на трение, но увеличивает габаритные размеры передачи, усложняет ее конструкцию и снижает надежность;

– пальцы установлены в подшипниках скольжения (бронзовых или пластмассовых втулках), что с точки зрения возникающих преимуществ и недостатков является промежуточным вариантом по сравнению с вышеперечисленными.

Для всех указанных случаев пальцы могут выполняться с цилиндрической или сферической наружной поверхностью.

Кинематический анализ

В случае если пальцы не вращаются, то скорость их перемещения относительно беговой дорожки равна скорости скольжения.

Длина винтовой линии, образую-

щей беговую дорожку на ведущем звене, определяется по формуле

$$L_1 = \int_0^{2\pi \cdot Z_1} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta_1}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta_1}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\theta_1}\right)^2}, \quad (1)$$

где z, x, y – уравнения винтовой линии для беговой дорожки ведущего звена радиальной компоновки передачи [1, формулы (10)–(12)], m ; θ_1 – центральный угол, рад.

Средняя скорость скольжения при перемещении пальца относительно беговой дорожки на ведущем звене определяется по формуле

$$v_{41\phi} = \frac{L_1 \cdot n_1}{60 \cdot Z_1}, \quad (2)$$

где n_1 – частота вращения ведущего звена, мин^{-1} ; Z_1 – число витков винтовой линии, образующей беговую дорожку на ведущем звене.

Аналогичным образом определяется средняя скорость скольжения, возникающая при перемещении пальца составного ролика относительно беговой дорожки на заторможенном звене:

$$v_{43\phi} = \frac{L_3 \cdot n_1}{60 \cdot Z_1}, \quad (3)$$

где L_3 – длина винтовой линии, образующей беговую дорожку на заторможенном звене, m ;

$$L_3 = \int_0^{2\pi/Z_3} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta_3}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta_3}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\theta_3}\right)^2}; \quad (4)$$

z, x, y – уравнения винтовой линии для беговой дорожки заторможенного звена радиальной компоновки передачи [1, формулы (13)–(15)], m ; θ_3 – центральный угол, рад; Z_3 – число витков винтовой линии, образующей беговую дорожку на заторможенном звене.

В случае если пальцы установлены

в подшипниках качения, то угловую скорость вращения пальца составного ролика определим с учетом допущения, что палец катится по беговой дорожке. В этом случае должно выполняться равенство

$$L_1 = 2\pi \cdot r_{4p} \cdot k_{41об}, \quad (5)$$

где r_{4p} – расстояние от оси вращения пальца до середины его линии контакта с беговой дорожкой, м; $k_{41об}$ – число оборотов пальца, необходимое для его прохождения вдоль всей беговой дорожки на ведущем звене.

С учетом зависимостей (1) и (5) средняя угловая скорость пальца, контактирующего с беговой дорожкой на ведущем звене, равна

$$\omega_{41} = \frac{L_1 \cdot \omega_1}{2\pi \cdot r_{4p} \cdot Z_1}, \quad (6)$$

где ω_1 – угловая скорость ведущего звена, с^{-1} .

Аналогичным образом определяется средняя угловая скорость пальца, контактирующего с беговой дорожкой на заторможенном звене:

$$\omega_{43} = \frac{L_3 \cdot \omega_1}{2\pi \cdot r_{4p} \cdot Z_1}, \quad (7)$$

где

$$L_3 = 2\pi \cdot r_{4p} \cdot k_{43об}; \quad (8)$$

$k_{43об}$ – число оборотов пальца, необходимое для его прохождения вдоль всей беговой дорожки на заторможенном звене.

Из условия отсутствия проскальзывания в месте контакта пальца и беговой дорожки следует, что линейные скорости должны быть равны. Если это условие не соблюдается, существует скольжение, которое сопровождается потерями мощности, нагревом и интенсивным износом контактирующих по-

верхностей. Соответственно, величина скорости скольжения определяется как разность линейных скоростей на поверхностях пальца и беговой дорожки.

Поскольку составной ролик вращается относительно своей оси, то его палец перемещается по окружности в радиальном направлении относительно оси вращения ведущего звена. При этом изменяется скорость перемещения беговой дорожки, а также окружная скорость на наружной поверхности пальца вдоль оси его вращения.

Угловая скорость пальца, взаимодействующего с беговой дорожкой на ведущем звене, равна

$$\omega_{41} = \frac{\omega_1 \cdot R_{1cp} \cdot r_{4p}}{\cos\alpha_1}, \quad (9)$$

где R_{1cp} – расстояние от оси вращения ведущего звена до середины его линии контакта с пальцем, м; α_1 – угол наклона кривой, образующей беговую дорожку на ведущем звене, рад.

$$R_{1cp} = R_{42} + (R_4 + r_{4p} \cdot \tan\varphi) \times \\ \times \sin\varphi - \frac{r_{4p}}{\cos\varphi}, \quad (10)$$

где R_{42} – расстояние от оси вращения ведомого звена до оси вращения составного ролика, м; R_4 – измеренное вдоль оси пальца расстояние от оси вращения составного ролика до середины линии контакта пальца с беговой дорожкой, м; φ – угол поворота составного ролика (рис. 1), рад.

Поскольку пальцы составного ролика могут быть выполнены со сферической и цилиндрической наружной поверхностью, то для случая цилиндрической поверхности r_{4p} равно радиусу цилиндрической поверхности, а для случая сферической поверхности определяется по формуле

$$r_{4p} = r_p \cdot \cos\beta, \quad (11)$$

где r_p – радиус сферической поверхности пальца, м; β – угол отклонения реакции, действующей на палец со стороны беговой дорожки, от плоскости, пер-

пендикулярной оси вращения пальца (для пальца с цилиндрической наружной поверхностью равен нулю), рад.

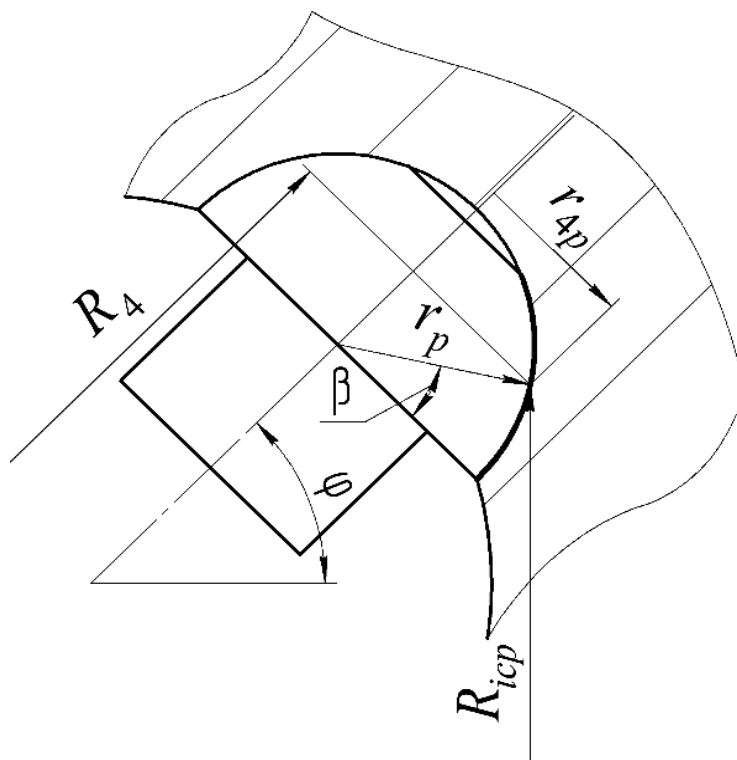


Рис. 1. Схема контакта пальца составного ролика с беговой дорожкой

Угловую скорость пальца, взаимодействующего с беговой дорожкой на заторможенном звене, определим, применив метод остановки [2, с. 194] ведомого звена:

$$\omega_{43} = \frac{\omega_1 \cdot R_{3cp} \cdot r_{4p}}{u \cdot \cos \alpha_3}, \quad (12)$$

где R_{3cp} – расстояние от оси вращения ведущего звена до середины его линии контакта с пальцем, определяется по аналогии с формулой (10), м; α_3 – угол наклона кривой, образующей беговую дорожку на ведущем звене, рад; u – передаточное число передачи.

Скорость скольжения в любой j точке контакта пальца с беговой дорожкой определяется по формулам

$$v_{41\phi j} = \frac{\omega_1 \cdot R_{1cpj}}{\cos \alpha_1} - \omega_{41} \cdot r_{4pj}; \quad (13)$$

$$v_{43\phi j} = \frac{\omega_1}{u \cdot \cos \alpha_3} \cdot R_{3cpj} - \omega_{43} \cdot r_{4pj}. \quad (14)$$

В случае если пальцы установлены в подшипниках скольжения, то они перекатываются по беговым дорожкам и при этом скользят по поверхности гнезд (отверстий), в которых они установлены в составном ролике.

При равномерном вращении пальца составного ролика и перемещения вдоль беговой дорожки выполняется условие равенства мощностей

$$M_{4i} \cdot \omega_{4i} = F_{ic} \cdot v_{ic}, \quad (15)$$

где i – индекс звена, вдоль относительно которого перемещается палец (1 – ведущее звено, 3 – заторможенное звено); M_{4i} – момент трения на пальце, находящемся в контакте с i -м звеном, Н·м; ω_{4i} – угловая скорость вращения пальца, находящегося в контакте с i -м звеном,

рад/с; F_{ic} – сила трения, возникающая на линии контакта пальца и беговой дорожки на i -м звене, Н; v_{ic} – скорость перемещения беговой дорожки i -го звена относительно пальца, м/с.

На рис. 2 представлена схема контакта пальца с беговой дорожкой.

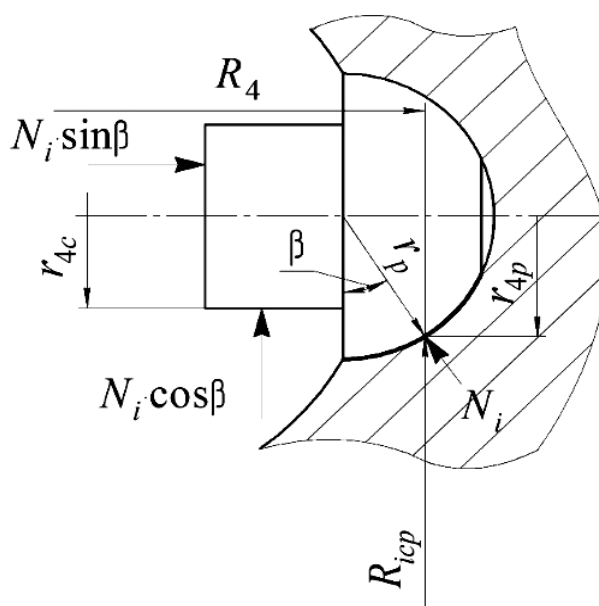


Рис. 2. Схема контакта пальца с беговой дорожкой при установке в подшипнике скольжения

Примем допущение, что действующая на палец со стороны беговой дорожки реакция N_i приложена по середине линии контакта и обеспечивает по ней равномерное распределение давления, а также постоянство коэффициента трения в зоне контакта. Учтем силы трения, возникающие на пальце составного ролика при его взаимодействии как с беговой дорожкой, так и непосредственно самим роликом, в котором палец установлен. На основании этого определим силу и момент трения:

$$F_{ic} = N_i \cdot \delta_k; \quad (16)$$

$$M_{4i} = N_i \cdot \delta_k \cdot r_{4p} + N_i \cdot \cos\beta \cdot \delta_c \times \\ \times r_{4c} + N_i \cdot \sin\beta \cdot \delta_c \cdot \frac{r_{4c}}{2}, \quad (17)$$

где N_i – реакция, действующая на палец составного ролика со стороны соответствующей беговой дорожки, Н; δ_k – коэффициент трения качения; δ_c – коэффициент трения скольжения; r_{4c} – радиус поверхности пальца, посредством которой он установлен в подшипнике скольжения, м.

Скорость перемещения беговой дорожки i -го звена относительно пальца определяется по формуле

$$v_{4i\phi} = \frac{L_i \cdot \omega_1}{2 \cdot \pi \cdot Z_1}. \quad (18)$$

Средняя угловая скорость пальца составного ролика определяется по формуле

$$\omega_{4i} = \frac{\omega_1 \cdot L_i \cdot \delta_k}{2\pi \cdot Z_1 \cdot \left(\delta_k \cdot r_{4p} + \cos\beta \cdot \delta_c \cdot r_{4c} + \sin\beta \cdot \delta_c \cdot \frac{r_{4c}}{2} \right)}. \quad (19)$$

Рассчитав угловые скорости вращения пальцев составного ролика, можно определить скорость скольжения в любой j точке контакта пальца с соответствующей беговой дорожкой по формулам (13) и (14).

Скорости скольжения на цилиндрической $v_{4i\phi n}$ и торцовой $v_{4i\phi m}$ поверхностях пальца, посредством которых он установлен в составном ролике, определяются по формулам

$$v_{4i\phi n} = \omega_{4i} \cdot r_{4c}; \quad (20)$$

$$v_{4i\phi m} = \omega_{4i} \cdot \frac{r_{4c}}{2}. \quad (21)$$

Основные потери мощности в планетарной торовой винтовой передаче, приводящие к снижению ее КПД, вызываются скольжением пальцев при их взаимодействии с беговой дорожкой и составным роликом. Указанные потери мощности при установке пальцев составного ролика в подшипниках скольжения определяются по формуле

$$P_{nom} = n_y \cdot \sum_{p=1}^2 (v_{4i\phi} \cdot F_{ic} + N_i \cdot \delta_c \times (v_{4i\phi n} \cdot \cos\beta + v_{4i\phi m} \cdot \sin\beta)), \quad (22)$$

где n_y – среднее число составных роликов, передающих нагрузку.

При работе планетарной торовой винтовой передачи часть составных роликов не участвует в передаче нагрузки. Это происходит в момент, когда один из пальцев не взаимодействует с беговой дорожкой заторможенного звена вследствие компоновки и геометрических параметров передачи. При этом второй палец взаимодействует с беговой дорожкой на ведущем звене, чтобы со-

ставной ролик продолжал вращаться, но на нагрузку он не передает.

Количество составных роликов, пальцы которых не передают нагрузку, определяется размерами ведомого вала, которые, в свою очередь, зависят от передаваемой нагрузки.

Поскольку ролики установлены на ведомом звене с равным угловым шагом и беговые дорожки на ведущем и заторможенном звеньях выполнены винтовыми, то можно утверждать, что число составных роликов, не передающих усилие, исходя из геометрических параметров звеньев передачи пропорционально отношению $\gamma/(2\pi)$. Соответственно, формула для определения числа составных роликов, передающих нагрузку, имеет вид:

$$n_y = \left(1 - \frac{2\gamma}{\pi} \right) \cdot n, \quad (23)$$

где

$$\gamma = \arccos \left(1 - \frac{R_{s3} - (R_{42} - R_4)}{R_4} \right); \quad (24)$$

R_{s3} – радиус отверстия в заторможенном звене, необходимого для установки ведомого звена, м; n – номинальное количество составных роликов в передаче.

Одним из способов снижения потерь мощности в соответствии с формулой (22) является уменьшения скорости скольжения в зацеплении. С учетом допущения о равномерности распределения давления в зоне контакта, а также одинаковом материале звеньев передачи, можно заключить, что скорости износа будут пропорциональны скорости скольжения [3, с. 358]. Следовательно, снижение скоростей скольжения приведет к увеличению КПД

и ресурса передачи.

С этой целью проанализируем факторы, влияющие на величины скоростей скольжения на пальцах составного ролика. Анализ проведем на примере планетарной торовой винтовой передачи со следующими параметрами: число витков винтовой линии для соответствующих беговых дорожек $Z_1 = 4$, $Z_2 = 12$; $u = 21$; $n = 7$; $R_{42} = 25$ мм; $\delta_r = 0,002$; $\delta_c = 0,05$ с учетом $n_1 = 1000$ мин⁻¹.

Сравнение исследуемых случаев установки пальцев в составном ролике позволило установить, что минимальные скорости скольжения наблюдаются при установке пальца в подшипнике качения. Однако при этом значительно увеличиваются габариты передачи и снижается ее нагрузочная способность. Такая передача может применяться только в качестве кинематической.

В случае установки пальцев в подшипниках скольжения по сравнению с установкой их в составном ролике с натягом скорость скольжения на пальце, взаимодействующем с беговой дорожкой: на ведущем звене будет меньше на 20 %; на заторможенном – на 28 %.

Для анализа факторов, влияющих на скорость скольжения, построим математическую модель на основе методов планирования эксперимента. Иссле-

дуем случай, когда пальцы установлены в подшипниках скольжения, как оптимальный с точки зрения обеспечения баланса минимальных скоростей скольжения при малых габаритных размерах передачи. Влияние величины скорости скольжения будем оценивать с помощью потери мощности, определяемой по формуле (22). Силы, действующие на палец со стороны беговых дорожек, определим с помощью полученной ранее математической модели [4]; так, при вращающем моменте на ведомом звене $M_2 = 250$ Н·м $N_1 = 392$ Н; $N_3 = 931$ Н.

В качестве факторов, влияющих на скорость скольжения, рассмотрим:

– нормированный фактор z_1 – форма наружной поверхности пальцев, посредством которой он контактирует с беговой дорожкой: сферическая и цилиндрическая;

– нормированный фактор z_2 – размеры пальца: $r_p = [3; 6]$ (примем $r_{4c} = 0,8 \cdot r_p$);

– нормированный фактор z_3 – размеры составного ролика: $R_4 = [15; 20]$ мм.

В табл. 1 приведена матрица планирования эксперимента и полученные результаты посредством выведенных в ходе кинематического анализа зависимостей и разработанной модели.

Табл. 1. Матрица планирования

Номер эксперимента	z_0	z_1	z_2	z_3	z_{12}	z_{13}	z_{23}	z_{123}	P_{nom}	P'_{nom}
1	+	-	-	-	+	+	+	-	77,64	77,95
2	+	+	-	-	-	-	+	+	74,63	74,2825
3	+	-	+	-	-	+	-	+	74,75	74,5075
4	+	+	+	-	+	-	-	-	70,56	70,84
5	+	-	-	+	+	-	-	+	81,4	81,6725
6	+	+	-	+	-	+	-	-	78,24	78,005
7	+	-	+	+	-	-	+	-	78,57	78,23
8	+	+	+	+	+	+	+	+	74,26	74,5625

Коэффициенты модели определяются на базе [5, формула (4.57)].

Математическая модель для трехфакторного эксперимента получит сле-

дующий вид:

$$\begin{aligned}
 P'_{\text{ном}} = & 76,26 - 1,83 \cdot z_1 - 1,72 \cdot z_2 + \\
 & + 1,86 \cdot z_3 - 0,29 \cdot z_1 \cdot z_2 - 0,034 \cdot z_1 \times \\
 & \times z_3 + 0,019 \cdot z_2 \cdot z_3 + \\
 & + 0,0038 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Значимость коэффициентов модели определим путем сравнения результатов, полученных с помощью зависимостей (22) и (25). Полученное отклонение не должно превышать 1 %.

Исключив незначимые коэффициенты, получим следующую модель:

$$\begin{aligned}
 P'_{\text{ном}} = & 76,26 - 1,83 \cdot z_1 - \\
 & - 1,72 \cdot z_2 + 1,86 \cdot z_3. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Значения, предсказанные полученной моделью, приведены в табл. 1, причем отклонение от результатов, найденных по формуле (22), не превышает 0,5 %.

Заключение

Таким образом, для планетарной торовой винтовой передачи в ходе проведенного кинематического анализа получены зависимости для определения скоростей скольжения, возникающих в процессе взаимодействия пальцев составных роликов с беговыми дорожками.

Установлено, что для передачи с рассмотренными параметрами в случае установки пальцев в подшипниках скольжения по сравнению с установкой их с натягом скорость скольжения будет меньше на 20 %...30 %.

Полученная математическая модель показала, что на величину скоростей скольжения и, соответственно, КПД передачи влияют (в порядке убывания степени влияния) размеры составного ролика, форма наружной поверхности пальцев, размеры пальца.

С точки зрения снижения скоростей скольжения и износа пальцев и повышения КПД передачи целесообразно применять составные ролики минимального радиуса с цилиндрической наружной поверхностью пальцев максимально возможного радиуса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prudnikov, A. P. Planetary torus helical transmission / A. P. Prudnikov // International Conference on Mechanical Engineering and Modern Technologies. – 2020. – Vol. 795. – P. 1–6.
2. Иванов, М. Н. Детали машин: учебник для машиностроительных специальностей вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – Москва: Абрис, 2013. – 408 с.
3. Филонов, И. П. Теория механизмов, машин и манипуляторов / И. П. Филонов, П. П. Анципорович, В. К. Акулич. – Минск: Дизайн ПРО, 1998. – 656 с.
4. Прудников, А. П. Определение действующих сил в планетарной торовой винтовой передаче / А. П. Прудников // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2020. – С. 68.
5. Пашкевич, В. М. Научные основы технологии машиностроения. Обработка и анализ экспериментальных данных: учебное пособие / В. М. Пашкевич. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2018. – 236 с.

Статья сдана в редакцию 5 апреля 2021 года

Александр Петрович Прудников, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.
E-mail: prudnikov_a@tut.by.

Анастасия Дмитриевна Бодунова, магистрант, Белорусско-Российский университет.
E-mail: bodunok.98@mail.ru.

Aleksandr Petrovich Prudnikov, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.
E-mail: prudnikov_a@tut.by.

Anastasiya Dmitrievna Bodunova, master's degree student, Belarusian-Russian University.
E-mail: bodunok.98@mail.ru.