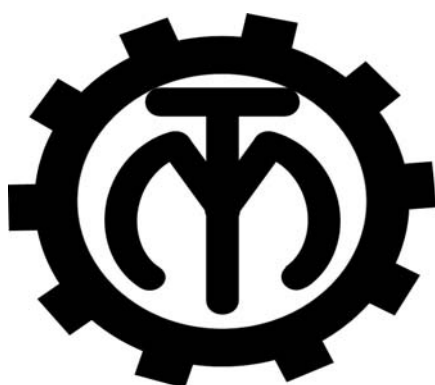


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технология машиностроения»

# **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

*Методические рекомендации к практическим занятиям  
для студентов специальности 1-53 01 01  
«Автоматизация технологических процессов  
и производств (по направлениям)»  
очной формы обучения*



Могилев 2021

УДК 621.01:519.6  
ББК 34.5:22.18  
М34

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технология машиностроения» «5» марта 2021 г.,  
протокол № 8

Составитель д-р техн. наук, проф. В. М. Пашкевич

Рецензент канд. техн. наук, доц. М. М. Кожевников

Даны задания для практических занятий по дисциплине «Математическое моделирование автоматизированных технологических процессов», приведены методические рекомендации по их выполнению, перечень необходимой литературы.

Учебно-методическое издание

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Ответственный за выпуск	В. М. Шеменков
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 46 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2021

## Содержание

1 Моделирование наиболее производительного технологического маршрута в ГПС.....	4
2 Моделирование наиболее сбалансированного технологического маршрута в ГПС.....	6
3 Моделирование оптимального оснащения обрабатывающего центра.....	8
4 Оптимизация суммарного поля допуска.....	10
5 Моделирование оптимальной траектории режущего инструмента...	11
6 Моделирование оптимального варианта раскроя материала.....	13
7 Оптимизация режимов резания при многоходовой обработке.....	14
8 Интерполяция и экстраполяция данных.....	15
9 Численное решение уравнений.....	16
10 Численное дифференцирование.....	18
11 Численное решение дифференциальных уравнений.....	19
12 Выделение тренда и сглаживание функций.....	20
13 Построение эмпирических моделей по методу наименьших квадратов.....	22
14 Построение эмпирических моделей на основе методики планирования эксперимента.....	31
Список литературы.....	35

# 1 Моделирование наиболее производительного технологического маршрута в ГПС

## Задание

Определить наиболее производительный технологический маршрут, учитывающий время на обработку и время на транспортировку заготовки от станка к станку. Технологический процесс изготовления включает пять операций. ГПС состоит из пяти станков. Варианты заданий приведены в таблицах 1 и 2 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы.

Таблица 1 – Варианты заданий

Первая цифра номера	Номер матрицы транспортировки
0	1
1	2
2	3

Таблица 2 – Варианты заданий

Вторая цифра номера	Номер матрицы назначений
0	1
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7
7	8
8	9
9	10

Матрица транспортировки № 1

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
C <sub>1</sub>	0	6	7	3	5
C <sub>2</sub>	7	0	11	9	3
C <sub>3</sub>	1	5	0	4	2
C <sub>4</sub>	3	8	4	0	10
C <sub>5</sub>	12	5	2	6	0

Матрица транспортировки № 2

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
C <sub>1</sub>	0	4	5	3	5
C <sub>2</sub>	5	0	7	5	4
C <sub>3</sub>	1	6	0	10	8
C <sub>4</sub>	4	8	6	0	3
C <sub>5</sub>	2	3	9	6	0

Матрица транспортировки № 3

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
C <sub>1</sub>	0	10	12	7	6
C <sub>2</sub>	3	0	11	9	4
C <sub>3</sub>	6	5	0	7	8
C <sub>4</sub>	7	9	8	0	15
C <sub>5</sub>	10	5	7	6	0

Матрица назначений № 1

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	5		8		10
O <sub>2</sub>		6	7	12	
O <sub>3</sub>	4	2		7	3
O <sub>4</sub>	8		4	9	
O <sub>5</sub>		7			5

Матрица назначений № 2

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		4	5		2
O <sub>2</sub>	1	8		6	
O <sub>3</sub>	7		4		10
O <sub>4</sub>		9	7	3	
O <sub>5</sub>	8			9	7

Матрица назначений № 3

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	4		9		8
O <sub>2</sub>		3	6	10	
O <sub>3</sub>	9			8	6
O <sub>4</sub>			4	9	
O <sub>5</sub>	2	8			7

Матрица назначений № 4

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	3			3	
O <sub>2</sub>		9	12		4
O <sub>3</sub>	8	6		10	6
O <sub>4</sub>		5	6	8	
O <sub>5</sub>	10		5		7

Матрица назначений № 5

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		4	6	8	
O <sub>2</sub>	5	9			6
O <sub>3</sub>	7		5	3	
O <sub>4</sub>		10		7	5
O <sub>5</sub>	9		5		8

Матрица назначений № 6

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	3		10		5
O <sub>2</sub>		4	9	2	
O <sub>3</sub>	5	2		6	3
O <sub>4</sub>	2		12	9	
O <sub>5</sub>		1			7

Матрица назначений № 7

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		2	6	4	
O <sub>2</sub>	10	4			12
O <sub>3</sub>	7		8	5	
O <sub>4</sub>		3		8	10
O <sub>5</sub>	9		4		9

Матрица назначений № 8

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		4	9	2	
O <sub>2</sub>	7		5	3	6
O <sub>3</sub>	5	6	8		
O <sub>4</sub>		3		8	10
O <sub>5</sub>	9		4		9

Матрица назначений № 9

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>				3	
O <sub>2</sub>	10	9	12		4
O <sub>3</sub>	7	6		10	6
O <sub>4</sub>		5	6	8	
O <sub>5</sub>	9		5		7

Матрица назначений № 10

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>			8	4	
O <sub>2</sub>	5	6	7		12
O <sub>3</sub>	3	2		5	
O <sub>4</sub>			4	8	10
O <sub>5</sub>	8	7			9

**Порядок выполнения работы.**

1 Построить модельный граф.

2 С помощью алгоритма Дейкстры определить кратчайший путь от источника до стока, совпадающий с наиболее производительным путем. Рассчитать метки для всех вершин модельного графа.

3 Выделить путь, соответствующий наиболее производительному технологическому маршруту.

4 Определить общие затраты времени на обработку.

5 Определить узкие места технологического процесса. Предложить меры по повышению производительности технологического маршрута.

6 Предложить и обосновать вариант технологического маршрута в случае отказа станка, на котором выполняется третья операция.

**2 Моделирование наиболее сбалансированного технологического маршрута в ГПС****Задание**

Определить наиболее сбалансированный технологический маршрут, учитывающий время на обработку и время на транспортировку заготовки от станка к станку. Технологический процесс изготовления включает пять операций. ГПС состоит из пяти станков.

Варианты заданий приведены в таблицах 3 и 4 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы.

Таблица 3 – Варианты заданий

Первая цифра номера	Номер матрицы транспортировки
0	3
1	2
2	1

Таблица 4 – Варианты заданий

Вторая цифра номера	Номер матрицы назначений
0	10
1	9
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1

Матрица транспортировки № 1

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
C <sub>1</sub>	0	6	7	3	5
C <sub>2</sub>	7	0	11	9	3
C <sub>3</sub>	1	5	0	4	2
C <sub>4</sub>	3	8	4	0	10
C <sub>5</sub>	12	5	2	6	0

Матрица транспортировки № 2

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
C <sub>1</sub>	0	4	5	3	5
C <sub>2</sub>	5	0	7	5	4
C <sub>3</sub>	1	6	0	10	8
C <sub>4</sub>	4	8	6	0	3
C <sub>5</sub>	2	3	9	6	0

Матрица транспортировки № 3

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
C <sub>1</sub>	0	10	12	7	6
C <sub>2</sub>	3	0	11	9	4
C <sub>3</sub>	6	5	0	7	8
C <sub>4</sub>	7	9	8	0	15
C <sub>5</sub>	10	5	7	6	0

Матрица назначений № 1

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	5		8		10
O <sub>2</sub>		6	7	12	
O <sub>3</sub>	4	2		7	3
O <sub>4</sub>	8		4	9	
O <sub>5</sub>		7			5

Матрица назначений № 2

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		4	5		2
O <sub>2</sub>	1	8		6	
O <sub>3</sub>	7		4		10
O <sub>4</sub>		9	7	3	
O <sub>5</sub>	8			9	7

Матрица назначений № 3

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	4		9		8
O <sub>2</sub>		3	6	10	
O <sub>3</sub>	9			8	6
O <sub>4</sub>			4	9	
O <sub>5</sub>	2	8			7

Матрица назначений № 4

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	3			3	
O <sub>2</sub>		9	12		4
O <sub>3</sub>	8	6		10	6
O <sub>4</sub>		5	6	8	
O <sub>5</sub>	10		5		7

Матрица назначений № 5

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		4	6	8	
O <sub>2</sub>	5	9			6
O <sub>3</sub>	7		5	3	
O <sub>4</sub>		10		7	5
O <sub>5</sub>	9		5		8

Матрица назначений № 6

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>	3		10		5
O <sub>2</sub>		4	9	2	
O <sub>3</sub>	5	2		6	3
O <sub>4</sub>	2		12	9	
O <sub>5</sub>		1			7

Матрица назначений № 7

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		2	6	4	
O <sub>2</sub>	10	4			12
O <sub>3</sub>	7		8	5	
O <sub>4</sub>		3		8	10
O <sub>5</sub>	9		4		9

Матрица назначений № 8

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>		4	9	2	
O <sub>2</sub>	7		5	3	6
O <sub>3</sub>	5	6	8		
O <sub>4</sub>		3		8	10
O <sub>5</sub>	9		4		9

Матрица назначений № 9

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>				3	
O <sub>2</sub>	10	9	12		4
O <sub>3</sub>	7	6		10	6
O <sub>4</sub>		5	6	8	
O <sub>5</sub>	9		5		7

Матрица назначений № 10

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>
O <sub>1</sub>			8	4	
O <sub>2</sub>	5	6	7		12
O <sub>3</sub>	3	2		5	
O <sub>4</sub>			4	8	10
O <sub>5</sub>	8	7			9

### Порядок выполнения работы.

1 Построить модельный граф.

2 С помощью модифицированного алгоритма Дейкстры определить наиболее сбалансированный технологический маршрут, совпадающий с путем, имеющим наименьшую широту. Рассчитать метки всех вершин модельного графа.

3 Выделить путь, соответствующий наиболее сбалансированному технологическому маршруту.

4 Определить широту оптимального маршрута обработки.

5 Определить узкие места технологического процесса. Предложить меры по повышению сбалансированности технологического маршрута.

6 Предложить и обосновать вариант технологического маршрута, обеспечивающего наибольшую сбалансированность обработки в случае отказа станка, на котором выполняется первая операция.

## 3 Моделирование оптимального оснащения обрабатывающего центра

### Задание

Для оснащения обрабатывающего центра инструментами семи типоразмеров выделено  $b = 9$  позиций. Известны: число занимаемых каждым инструментом позиций  $a_i$ , а также периоды стойкости каждого инструмента  $c_i$ . Определить состав оптимальной инструментальной наладки, которая обеспечивает полное использование выделенных позиций при максимальной суммарной стойкости инструментов. Варианты заданий приведены в таблицах 5 и 6 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы.



На основе таблицы 7 предложить многофакторный мультипликативный критерий оптимальности для оснащения обрабатывающего центра по критериям наибольшей стойкости и наименьшей стоимости.

Таблица 5 – Варианты заданий для оптимизации по критерию суммарной стойкости

Первая цифра списка	Число занимаемых инструментом позиций $a_i$						
0	1	2	2	3	3	4	5
1	1	1	2	3	3	4	5
2	1	2	3	3	4	5	5

Таблица 6 – Варианты заданий для оптимизации по критерию суммарной стойкости

Вторая цифра списка	Стойкость инструмента $c_i$						
0	10	15	18	20	35	30	45
1	10	15	20	30	35	40	50
2	5	13	18	23	28	25	40
3	12	15	18	25	40	45	55
4	10	15	30	45	60	70	90
5	12	15	18	25	40	45	55
6	10	12	15	20	25	30	40
7	10	15	25	35	40	50	60
8	5	10	12	15	20	25	30
9	5	15	20	30	35	45	50

Таблица 7 – Варианты заданий для оптимизации по многофакторному критерию

Номер инструмента	1	2	3	4	5	6	7
Стоимость инструмента, усл. ед.	1,2	2,5	3,4	3,6	4,2	4,8	6,3

### Порядок выполнения работы.

1 Построить математическую модель задачи, включающую систему ограничений и целевую функцию.

2 Попытаться уменьшить размерность задачи на основе анализа стойкости инструментов и числа занимаемых ими позиций.

3 Построить модельный граф задачи и найти оптимальное по критерию стойкости решение. Рассчитать метки всех вершин модельного графа.

4 Составить двухфакторную целевую функцию для оптимизации по критериям наибольшей стойкости и наименьшей стоимости. Найти оптимальное решение.

5 Определить, как изменится оптимальное решение, если стоимость инструмента № 4 уменьшится на 25 %.

## 4 Оптимизация суммарного поля допуска

### Задание

Предложить оптимальный способ расстановки размеров на чертеже (рисунки 1–3), максимизирующий величину суммарного поля допуска детали.

Варианты заданий приведены в таблицах 8 и 9 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы.

Таблица 8 – Варианты заданий для оптимизации суммарного поля допуска

Первая цифра списка	Номер рисунка детали
0	1
1	2
2	3

Таблица 9 – Варианты заданий для оптимизации суммарного поля допуска

Вторая цифра списка	Предельное отклонение размеров				
	10	20	35	50	65
0	0 -0,05	$\pm 0,05$	+0,35 -0,1	+0,35 -0,25	$\pm 0,45$
1	+0,05 0	+0,1 -0,05	$\pm 0,15$	+0,25 -0,3	+0,4 -0,5
2	$\pm 0,05$	+0,1 -0,05	+0,2 -0,1	$\pm 0,25$	+0,35 -0,45
3	0 -0,1	+0,2 -0,15	$\pm 0,25$	+0,4 -0,3	+0,5 -0,6
4	+0,05 -0,1	$\pm 0,15$	+0,25 -0,3	+0,35 -0,4	$\pm 0,5$
5	+0,1 -0,05	+0,2 -0,1	+0,2 -0,25	$\pm 0,35$	+0,45 -0,55
6	$\pm 0,05$	+0,15 -0,05	+0,15 -0,25	+0,3 -0,4	+0,35 -0,5
7	0 -0,05	+0,05 -0,1	$\pm 0,2$	+0,35 -0,3	$\pm 0,45$
8	$\pm 0,1$	+0,15 -0,1	+0,25 -0,3	+0,35 -0,3	+0,45 -0,55
9	+0,05 0	+0,15 -0,05	+0,2 -0,15	$\pm 0,3$	+0,4 -0,6

### Порядок выполнения работы.

1 Построить деталь с цепочечным способом расстановки размеров.

2 Рассчитать допуски размеров и построить матрицу допусков для цепочечного способа.

3 В качестве базового способа расстановки размеров принять способ с использованием в качестве конструкторской базы левого торца детали.

4 Рассчитать допуски размеров, входящих в такую размерную цепь. Построить деталь с базовым способом расстановки размеров. Найти величину суммарного поля допуска этого способа.

5 Обозначить латинскими буквами конструктивные элементы детали, построить дерево графа с наибольшим весом. Проверить правильность построения дерева на предмет отсутствия циклов.

6 Построить деталь со способом расстановки размеров, соответствующим

оптимальному решению. Определить и расставить предельные отклонения размеров.

7 Найти суммарное поле допуска оптимального решения. Определить, насколько оптимальный способ расстановки размеров превосходит базовый способ.

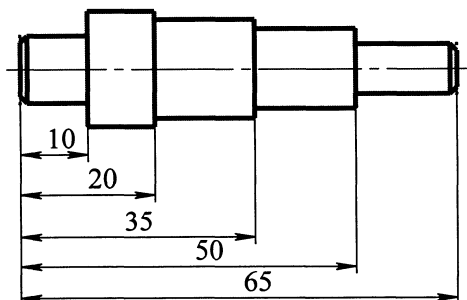


Рисунок 1 – Деталь типа «вал» для оптимизации суммарного поля допуска

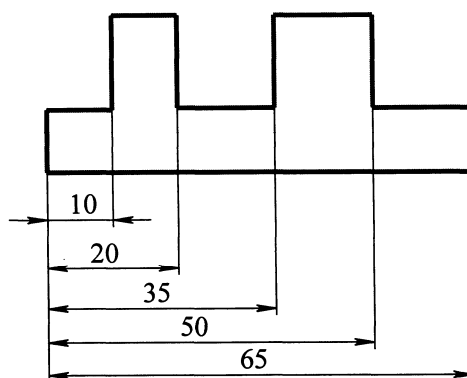


Рисунок 2 – Деталь типа «призма» для оптимизации суммарного поля допуска

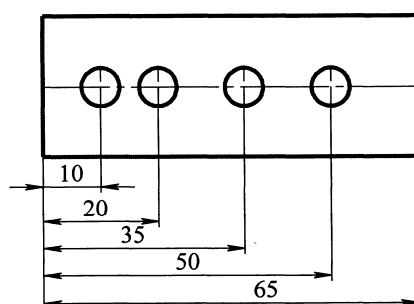


Рисунок 3 – Деталь типа «пластина» для оптимизации суммарного поля допуска

## 5 Моделирование оптимальной траектории режущего инструмента

### Задание

Шесть отверстий, положение которых задано координатным методом, должны быть обработаны концевым инструментом. Построить модель перемещения инструмента, базирующуюся на решении задачи коммивояжера. На основе метода ветвей и границ (алгоритм Литтла) предложить оптимальную

(кратчайшую) траекторию перемещения инструмента.

Варианты заданий приведены в таблицах 10–12 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы. Номера первых трех отверстий выбираются по первой цифре номера студента, а номера оставшихся трех отверстий – по второй.

Таблица 10 – Варианты заданий для оптимизации суммарного поля допуска

Номер отверстия	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Координата $x$	1	3	4	5	6	3	2	7	6
Координата $y$	2	5	3	2	6	1	3	5	4

Таблица 11 – Варианты заданий для оптимизации суммарного поля допуска

Первая цифра списка	Номера первых трех отверстий		
0	1	2	3
1	1	3	4
2	2	4	1

Таблица 12 – Варианты заданий для оптимизации суммарного поля допуска

Вторая цифра списка	Номера последних трех отверстий		
0	5	6	7
1	5	7	8
2	6	7	8
3	6	8	9
4	7	8	9
5	7	9	5
6	8	9	5
7	8	5	6
8	9	5	6
9	9	6	7

### Порядок выполнения работы.

1 Выписать их таблицы 6 координаты обрабатываемых отверстий. Рассчитать матрицу расстояний между точками с точностью до десятых миллиметра.

2 Привести матрицу по строкам и столбцам, рассчитать начальное значение нижней границы матрицы, построить корневую вершину схемы ветвей и границ.

3 Определить приводящий элемент матрицы, разбить исходное множество путей, представленных матрицей, на два подмножества.

4 Привести подмножества по строкам и столбцам. Рассчитать нижние границы подмножеств. Определить множество-претендент на последующее разбиение. Продолжить схему ветвей и границ.

5 Повторять пп. 2–4 до получения окончательного решения.

6 Составить из приводящих элементов схемы ветвей и границ кратчайший путь, найти его длину.

7 Построить схему расположения обрабатываемых отверстий, показать на ней оптимальную траекторию перемещения инструмента.

## 6 Моделирование оптимального варианта раскроя материала

### Задание

По заранее определенной программе выпуска требуется изготовить заготовки двух типоразмеров. Для раскроя стандартных заготовок материала на заготовки этих деталей предложено четыре варианта. Определить оптимальный вариант раскроя материала, при котором будет обеспечен выпуск требуемого количества заготовок, а расход стандартных заготовок материала на их выпуск будет минимальным. Варианты заданий приведены в таблицах 13 и 14 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы.

Таблица 13 – Варианты заданий для определения оптимального раскроя материала

Первая цифра списка	Номер детали	Программа выпуска деталей, шт.
0	Деталь 1	360
	Деталь 2	720
1	Деталь 1	480
	Деталь 2	780
2	Деталь 1	320
	Деталь 2	640

Таблица 14 – Варианты заданий для определения оптимального раскроя материала

Вторая цифра списка	Номер детали	Вариант раскроя материала			
		В-1	В-2	В-3	В-4
0	Деталь 1	10	8	4	2
	Деталь 2	0	4	12	18
1	Деталь 1	6	8	4	5
	Деталь 2	3	5	10	12
2	Деталь 1	8	6	5	10
	Деталь 2	2	4	10	8
3	Деталь 1	4	2	6	5
	Деталь 2	0	6	8	12
4	Деталь 1	0	5	8	6
	Деталь 2	10	4	2	3
5	Деталь 1	0	6	8	10
	Деталь 2	4	8	5	4
6	Деталь 1	4	0	6	9
	Деталь 2	6	5	7	12
7	Деталь 1	3	5	0	2
	Деталь 2	10	8	6	5
8	Деталь 1	8	6	10	4
	Деталь 2	6	12	2	5
9	Деталь 1	4	0	9	5
	Деталь 2	3	5	8	4

### Порядок выполнения работы.

1 Сформировать целевую функцию для решения задачи. Определить систему ограничений. Построить модель линейного программирования для решения задачи.

2 Найти решение задачи симплекс-методом. Определить, какое количество стандартных заготовок материала должно раскраиваться по каждому из вариантов, какие варианты не используются.

3 Показать, что данное решение является оптимальным относительно сформированной целевой функции.

4 Определить суммарный расход стандартных заготовок материала для полученного решения.

## 7 Оптимизация режимов резания при многоходовой обработке

### Задание

Определить оптимальные режимы резания (количество рабочих ходов инструмента, глубины резания для каждого рабочего хода) для удаления припуска  $P$ . Критерий оптимального решения – себестоимость обработки. Известна функция затрат  $Z(t)$ , учитывающая комплексный характер затрат на обработку (затраты на режущий инструмент, эксплуатацию станка, электроэнергию и т. д.). Шаг глубины резания – 1 мм. Варианты заданий приведены в таблицах 15 и 16 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы.

Таблица 15 – Варианты заданий для определения оптимальных режимов резания при многоходовой обработке

Первая цифра списка	Функция затрат
0	$t^2 / 2 - 2 \cdot t + 4$
1	$2t^2 + t - 2$
2	$t^2 - 3 \cdot t + 5$

Таблица 16 – Варианты заданий для определения оптимальных режимов резания при многоходовой обработке

Вторая цифра списка	Диапазон глубин резания	Удаляемый припуск, мм
0	[1; 4]	15
1	[3; 6]	19
2	[2; 5]	16
3	[2; 5]	19
4	[2; 5]	18
5	[1; 4]	16
6	[2; 5]	17
7	[3; 6]	18
8	[1; 4]	16
9	[3; 6]	17

### Порядок выполнения работы.

- 1 Рассчитать величины затрат  $Z(t)$  в заданном диапазоне глубин резания с шагом глубины резания 1 мм.
- 2 Построить таблицу динамического программирования с указанием возможных глубин резания, а также затрат на каждом этапе обработки (рабочем ходе инструмента).
- 3 Определить минимальные суммарные затраты на обработку.
- 4 Определить оптимальные режимы резания (количество рабочих ходов инструмента, глубины резания для каждого рабочего хода).
- 5 Предложить вариант решения задачи, если потребуется максимальную глубину резания уменьшить на 1 мм.

## 8 Интерполяция и экстраполяция данных

### Задание

По результатам наблюдений с равными интервалами времени  $t$  за процессом износа режущего инструмента (величина износа  $U$  приведена в таблицах 17–19 в микрометрах), используя линейную, квадратическую, кубическую интерполяции, а также интерполяцию полиномом четвертого порядка, определить величину износа инструмента в точке, указанной в таблицах 20 и 21. На основе экстраполяции данных прогнозировать величину износа инструмента после истечения заданного времени обработки, превышающего приведенный интервал наблюдения за износом режущего инструмента.

Таблица 17 – Результаты наблюдений за износом режущего инструмента при использовании линейной интерполяции

$t$ , мин	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$U$ , мкм	0	5	6,9	7,2	7,3	7,4	8,1	9,7	11,9	14,6	16,9

Таблица 18 – Результаты наблюдений за износом режущего инструмента при использовании квадратической интерполяции

$t$ , мин	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$U$ , мкм	0	5,9	8	8,1	8,3	8,5	9,5	12	15,3	19	22

Таблица 19 – Результаты наблюдений за износом режущего инструмента при использовании кубической интерполяции

$t$ , мин	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$U$ , мкм	0	4,6	6,4	6,8	7	7,4	8,8	11,4	15,1	20	25,5

Таблица 20 – Задания для интерполяции и экстраполяции процесса износа

Первая цифра списка	Номер таблицы
0	17
1	18
2	19

Таблица 21 – Задания для интерполяции и экстраполяции процесса износа

Вторая цифра списка	Время обработки $t$ для интерполяции, мин	Время обработки $t$ для экстраполяции, мин
0	11,5	26
1	12,25	26,5
2	10,5	28
3	16,8	26,3
4	14,75	26,5
5	13,2	28,4
6	18,5	26,8
7	10,8	28,8
8	3,5	30
9	19,25	28,5

### Порядок выполнения работы.

1 Используя первый интерполяционный полином Ньютона, рассчитать величину износа режущего инструмента в заданной точке. Применить приближения полиномами первой, второй, третьей и четвертой степеней.

2 Считая, что для приведенных экспериментальных данных построена полиномиальная математическая модель, определить по ней величины относительных погрешностей интерполяции полиномами первой, второй, третьей и четвертой степеней.

3 Используя первый интерполяционный полином Ньютона, рассчитать величину износа режущего инструмента в точке, приведенной в таблице 12 и находящейся за пределами области построения модели. Применить экстраполяцию полиномами первой, второй, третьей и четвертой степеней.

4 Используя соответствующую модель, приведенную в п. 2, определить по ней величины относительных погрешностей экстраполяции полиномами первой, второй, третьей и четвертой степеней.

## 9 Численное решение уравнений

### Задание

По результатам экспериментальных исследований построены эмпирические модели, связывающие составляющие силы резания  $P_x$ ,  $P_y$  и  $P_z$  с параметрами режимов резания (допускаемой скоростью резания  $V$ , подачей  $S$  и глубиной резания  $t$ ). На основе численного решения системы уравнений определить, при каких величинах режимов резания составляющие сил резания будут иметь заданные значения. Варианты заданий приведены в таблицах 22 и 23.



Таблица 22 – Варианты заданий для численного решения системы уравнений

Первая цифра списка	Составляющая силы резания, Н		
	$P_x$	$P_y$	$P_z$
0	150	300	600
1	200	400	800
2	250	500	900

Таблица 23 – Варианты заданий для численного решения системы уравнений

Вторая цифра списка	Вид системы уравнений
0	$\begin{cases} 6v + 2s + t = Pz \\ v + 3s + t = Px \\ v + s + 2t = Py \end{cases}$
1	$\begin{cases} 5v + 2s - t = Pz \\ 3v - 5s + t = Px \\ v + 4s + 6t = Py \end{cases}$
2	$\begin{cases} 7v + 3s + 2t = Pz \\ v + 5s - 3t = Px \\ 3v - s + 6t = Py \end{cases}$
3	$\begin{cases} 7v - 2s + 3t = Pz \\ 4v + 9s + t = Px \\ v - s - 4t = Py \end{cases}$
4	$\begin{cases} 6v + 4s + t = Pz \\ 3v + 5s + t = Px \\ v + s + 5t = Py \end{cases}$
5	$\begin{cases} 5v - s - 3t = Pz \\ 2v + 7s + 3t = Px \\ v + s - 4t = Py \end{cases}$
6	$\begin{cases} 4v + s + 2t = Pz \\ v + 3s + t = Px \\ v - 2s + 8t = Py \end{cases}$
7	$\begin{cases} 5v + s + t = Pz \\ 2v + 3s + t = Px \\ v - 2s + 5t = Py \end{cases}$
8	$\begin{cases} 3v - s + t = Pz \\ v + 5s - 2t = Px \\ 2v - s + 5t = Py \end{cases}$
9	$\begin{cases} 8v + 2s + t = Pz \\ v - 4s - t = Px \\ v + 3s - 5t = Py \end{cases}$

**Порядок выполнения работы.**

- 1 Привести систему уравнений к виду, обеспечивающему использование метода итераций.
- 2 Показать, что приведенная система уравнений обеспечит сходимость метода итераций.
- 3 Выполнить 10 итераций, используя при этом методы ускорения сходимости. Найти численное решение.
- 4 Найти аналитическое решение системы уравнений и определить относительные погрешности решения, полученного численным методом.
- 5 Объяснить причины неравной точности решений.

**10 Численное дифференцирование****Задание**

По результатам экспериментальных исследований получена запись кинематической погрешности механической передачи, при этом за один оборот ведомого звена сделано 15 равноотстоящих измерений. Результаты представлены в таблице 14 в угловых минутах. На основе численного дифференцирования функции кинематической погрешности определить величины колебаний угловых скоростей, а также сил, действующих на ведомое звено передачи. Частота вращения ведущего звена –  $1500 \text{ мин}^{-1}$ ; передаточное число передачи – 2; число зубьев ведомого звена – 36; модуль – 2,5 мм; масса ведомого звена – 0,5 кг; момент на валу – 2000 Н·м.

Варианты заданий приведены в таблице 24 и выбираются по номеру студента в списке учебной группы.

**Порядок выполнения работы.**

- 1 Построить график функции кинематической погрешности.
- 2 На основе численных методов дифференцирования получить величины колебаний угловых скоростей, а также сил, действующих на ведомое звено передачи. Построить графики колебаний угловых скоростей и сил.
- 3 Найти коэффициент перегрузки ведомого звена, определяемый влиянием кинематических погрешностей.

Таблица 24 – Варианты заданий для численного дифференцирования

Вариант задания	Номер точки															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	-3	2	7	9	14	13	10	4	-1	-1	-5	-10	-14	-7	-6	-6
2	3	7	10	8	9	9	6	4	2	-10	-9	-13	-11	-5	-7	3
3	1	0	9	13	7	9	8	3	-2	-5	-10	-7	-9	-10	-7	3
4	-2	6	12	13	6	11	8	6	-6	-9	-13	-6	-10	-10	-3	0
5	0	3	6	7	10	5	4	6	-6	-10	-6	-14	-5	-11	-6	1
6	4	7	5	9	9	10	3	-2	1	-2	-8	-10	-6	-3	-8	3
7	-4	5	4	11	8	11	7	-2	-6	-10	-6	-11	-13	-11	-1	4
8	-3	4	12	10	10	7	3	3	-5	-4	-12	-14	-14	-11	-8	0
9	-4	8	7	10	6	6	9	3	-4	-8	-11	-12	-13	-11	-1	-3
10	-3	3	11	7	10	12	2	-1	2	-6	-6	-12	-9	-6	-1	-1
11	4	2	9	7	13	11	9	-1	2	-3	-13	-8	-12	-7	-4	-2
12	-4	3	6	13	7	9	7	2	-4	-7	-11	-9	-9	-9	-8	-1
13	4	5	11	7	6	9	10	-1	-1	-8	-6	-9	-13	-3	-8	3
14	2	4	6	6	12	9	7	4	0	-7	-8	-6	-8	-7	0	4
15	0	6	12	11	7	13	9	1	-4	-6	-4	-7	-6	-3	-8	2
16	0	8	6	9	9	5	6	3	-2	-5	-8	-11	-8	-4	-1	3
17	-3	3	8	11	11	9	4	4	0	-3	-7	-14	-11	-4	0	3
18	4	8	9	9	8	5	3	6	-5	-5	-12	-11	-11	-4	-9	4
19	-1	3	8	11	8	7	4	5	-6	-3	-7	-8	-10	-6	-7	4
20	0	8	12	13	14	10	3	-2	2	-8	-9	-12	-9	-10	-8	1
21	1	7	8	12	13	4	3	-1	2	-7	-12	-12	-13	-9	-5	1
22	-1	7	4	5	8	11	10	3	-3	-7	-5	-6	-5	-11	-8	-1
23	1	2	11	11	8	12	8	6	-4	-7	-11	-13	-14	-8	-5	4
24	1	8	4	9	8	13	4	3	1	-9	-8	-12	-11	-9	4	2
25	-1	2	4	7	8	7	9	5	0	-8	-7	-9	-13	-12	-3	1

## 11 Численное решение дифференциальных уравнений

### Задание

Движение режущего инструмента в процессе обработки криволинейного участка, расположенного на плоской поверхности заготовки, описывается обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка. С целью оценки точности формообразования поверхности определить координаты инструмента в точке  $(X_1; Y_1)$ , если исходная точка движения инструмента (начальные условия для решения дифференциального уравнения)  $X_0 = 0; Y_0 = 0$ .

Точка  $X_0$  соответствует левой, а  $X_1$  – правой границе интервала, указанного в таблице 25. Вид уравнения задан в таблице 26.

Таблица 25 – Варианты заданий для численного решения дифференциальных уравнений

Первая цифра списка	Интервал	Шаг $h$
0	[0..1]	0,2
		0,1
1	[0...2]	0,4
		0,2
2	[0...1,5]	0,3
		0,15

Таблица 26 – Варианты заданий для численного решения дифференциальных уравнений

Вторая цифра списка	Вид дифференциального уравнения
0	$y' = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^4$
1	$y' = 1 - 10x + 1x^2 - x^4$
2	$y' = 3 + 2x + 2x^2 - 5x^4$
3	$y' = 5 - x + 4x^2 - x^4$
4	$y' = 2 - 3x + 7x^2 + 5x^4$
5	$y' = 6 + 2x - 3x^2 + 4x^4$
6	$y' = 4 - 7x - 4x^2 + x^4$
7	$y' = 8 + 2x + 3x^2 + 3x^4$
8	$y' = 2 + 5x + 6x^2 + 2x^4$
9	$y' = 7 + 6x - 5x^2 + 8x^4$

### Порядок выполнения работы.

- 1 Решить задачу аналитическим методом.
- 2 Решить задачу методом Эйлера. При этом задача решается дважды с шагами  $h$ , указанными в таблице 25.
- 3 Решить задачу методом Рунге–Кутты второго порядка точности.
- 4 Решить задачу методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности.
- 5 Рассчитать относительную погрешность каждого решения. Объяснить причину различной точности полученных результатов.

## 12 Выделение тренда и сглаживание функций

### Задание

В таблицах 27 и 28 представлены записи переходной характеристики силы резания, полученные в момент врезания инструмента в заготовку.

С помощью сглаживания выделить тренд переходной характеристики силы резания. Определить постоянную времени переходной характеристики, если процесс резания может быть описан уравнениями динамического звена первого порядка.

Таблица 27 – Варианты заданий для сглаживания переходной характеристики

Время обработки $t$ , с	Значение силы резания $F$ в зависимости от первой цифры списка, Н		
	0	1	2
0	0,4	0,49	0,39
0,03	2,172	3,424	2,687
0,06	4,29	3,74	4,45
0,09	5,56	5,88	7,37
0,12	6,87	6,64	8,38
0,15	7,31	7,867	7,028
0,18	8,2	8,47	9,57
0,21	8,63	8,33	8,86
0,24	9,387	9,493	8,599
0,27	9,03	8,85	9,84
0,30	9,8	9,74	8,49
0,33	9,6	8,89	9,22
0,36	9,629	9,554	9,463
0,39	9,74	9,81	9,62
0,42	9,395	9,159	10,78
0,45	9,803	9,308	8,737
0,48	10,2	9,105	9,981
0,51	10	10,1	10,1
0,54	10,3	10	10,7
0,57	9,848	10,56	9,083

Таблица 28 – Варианты заданий для сглаживания переходной характеристики

	Вторая цифра списка									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Значения показателя $\alpha$	0,5	0,6	0,55	0,58	0,62	0,68	0,72	0,75	0,63	0,56
	0,8	0,75	0,85	0,72	0,84	0,78	0,9	0,87	0,88	0,82

### Порядок выполнения работы.

1 Построить в крупном масштабе график экспериментальной переходной характеристики.

2 С помощью метода скользящего среднего (при усреднении по трем точкам) получить сглаженную переходную характеристику. Построить ее график на общем с экспериментальной переходной характеристикой поле.

3 С помощью метода экспоненциального сглаживания (при использовании двух различных показателей сглаживания  $\alpha$ , приведенных в таблице 28) получить сглаженные переходные характеристики. Построить их графики на общем с экспериментальной переходной характеристикой поле.

4 Для каждого метода сглаживания определить постоянную времени переходной характеристики.

При этом, если процесс резания может быть описан уравнениями динамического звена первого порядка, величина постоянной времени соответствует времени, при котором переходная характеристика достигает величины, составляющей 0,638 от своего максимального значения.

5 Сравнить полученные результаты. Объяснить причину их различия.

### 13 Построение эмпирических моделей по методу наименьших квадратов

#### Задание

На основе результатов экспериментальных исследований построить двухфакторную эмпирическую модель, связывающую допускаемую скорость резания  $V$ , м/мин, с подачей  $S$ , мм/мин, и глубиной резания  $t$ , мм.

Эмпирическая модель имеет показательный вид:

$$V = A_0 \cdot S^{A_1} \cdot t^{A_2}.$$

Проверить качество построенной модели.

Номер задания соответствует номеру студента в списке учебной группы. Варианты заданий приведены в таблицах 29–53.

Таблица 29 – Вариант 1

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,2	0,7	1,2	1,0	1,8
2	0,3	1,0	1,3	2,0	4,2
3	0,6	1,4	2,1	3,4	5,8
4	1,4	2,3	2,7	3,9	7,2
5	1,5	2,5	3,7	5,0	7,9

Таблица 30 – Вариант 2

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,0	1,7	2,1	2,6	4,3
2	1,0	2,4	3,2	4,6	6,7
3	1,4	3,3	4,2	5,7	8,5
4	1,8	4,3	4,9	7,4	9,8
5	2,3	4,8	6,6	7,7	11,8

Таблица 31 – Вариант 3

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,8	1,6	2,6	4,4	8,1
2	1,1	3,2	4,7	6,9	11,4
3	1,0	3,5	5,6	8,3	14,0
4	1,8	3,6	6,5	9,0	15,5
5	1,2	4,3	7,1	10,1	17,8

Таблица 32 – Вариант 4

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,3	1,0	1,2	1,9	2,4
2	0,3	0,6	1,1	2,0	3,8
3	0,4	1,0	1,5	2,4	4,4
4	0,4	1,6	1,2	2,8	4,4
5	0,7	1,7	1,9	2,9	5,4

Таблица 33 – Вариант 5

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,7	2,3	4,2	6,1	11,9
2	1,3	4,5	7,7	12,6	22,7
3	2,2	6,3	10,3	17,7	33,5
4	2,5	8,8	14,1	22,3	43,2
5	3,5	10,8	16,6	27,7	52,1

Таблица 34 – Вариант 6

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,6	2,3	2,9	2,8	4,9
2	1,5	3,4	4,9	5,8	9,4
3	2,9	4,9	6,4	8,9	13,2
4	3,7	6,8	9,1	11,5	16,7
5	3,9	8,5	10,9	13,9	20,1

Таблица 35 – Вариант 7

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,3	1,5	1,5	2,6	3,2
2	1,0	1,2	2,3	3,8	6,1
3	0,8	2,3	3,0	5,1	8,4
4	0,7	3,3	3,9	6,1	10,0
5	1,9	3,8	5,3	7,5	12,3

Таблица 36 – Вариант 8

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,4	1,5	2,0	3,7	7,0
2	0,2	1,6	3,9	5,9	12,7
3	1,0	2,8	4,7	8,5	17,9
4	0,7	3,9	6,1	11,0	22,2
5	1,2	4,1	6,93	12,8	26,6

Таблица 37 – Вариант 9

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,7	2,2	3,3	6,3	13,4
2	0,3	3,5	5,5	9,7	22,0
3	0,5	3,7	7,4	13,3	27,0
4	1,3	4,6	8,2	15,9	34,1
5	1,4	5,2	9,9	18,0	38,9

Таблица 38 – Вариант 10

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,1	3,5	4,1	5,2	8,1
2	3,1	5,2	7,6	9,4	14,1
3	4,1	8,1	10,3	14,7	20,3
4	5,8	10,9	14,0	18,3	26,5
5	7,2	12,6	16,9	22,6	32,1



Таблица 39 – Вариант 11

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,5	1,2	2,3	4,9	10,0
2	0,6	2,7	3,8	7,0	15,7
3	0,9	2,6	5,7	9,4	21,2
4	1,2	4,0	6,5	12,1	25,9
5	0,7	4,3	7,2	14,4	30,6

Таблица 40 – Вариант 12

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,5	3,7	4,8	6,5	9,8
2	2,9	6,0	7,7	10,5	14,1
3	4,2	8,2	9,9	12,9	18,1
4	4,6	10,5	11,8	15,0	22,2
5	5,6	11,2	13,6	17,3	25,3

Таблица 41 – Вариант 13

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,7	3,2	5,3	7,5	11,0
2	2,7	5,7	8,2	12,7	19,8
3	3,5	8,5	11,9	16,9	27,2
4	5,1	10,6	15,0	21,7	34,2
5	5,6	12,3	18,6	25,2	40,1

Таблица 42 – Вариант 14

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,8	2,5	4,5	6,4	11,8
2	2,3	5,2	8,4	12,8	22,0
3	3,4	7,9	12,2	18,3	31,9
4	3,5	10,0	16,1	24,1	41,3
5	5,0	12,4	18,7	29,0	50,7

Таблица 43 – Вариант 15

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,8	4,9	6,9	10,6	19,8
2	3,1	7,9	11,8	18,8	33,8
3	3,6	10,3	16,1	24,8	45,4
4	4,5	13,1	19,7	31,5	56,6
5	4,9	15,1	22,9	36,4	66,2

Таблица 44 – Вариант 16

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,2	3,3	5,8	11,3	25,6
2	0,6	4,1	8,7	15,8	36,1
3	1,1	6,0	10,0	19,4	44,5
4	1,5	6,6	12,5	22,3	51,4
5	1,4	7,2	13,3	25,4	56,6

Таблица 45 – Вариант 17

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,5	1,6	1,8	3,1	3,4
2	1,7	3,0	4,2	4,6	7,1
3	2,5	4,2	5,5	6,6	10,2
4	3,2	5,2	7,3	9,0	12,9
5	3,8	6,2	8,4	10,9	16,1

Таблица 46 – Вариант 18

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,8	4,8	7,0	9,6	15,9
2	2,7	7,5	10,3	15,1	25,6
3	4,2	9,6	13,8	20,8	34,0
4	4,8	12,2	17,3	24,9	41,3
5	6,1	13,6	19,8	29,3	48,4

Таблица 47 – Вариант 19

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,3	4,3	8,5	13,5	28,7
2	1,9	8,6	15,0	26,1	54,1
3	3,2	12,8	21,3	37,9	78,1
4	4,0	16,2	27,6	48,8	100,5
5	5,8	19,2	34,0	59,5	123,7

Таблица 48 – Вариант 20

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	2,6	5,6	7,0	11,0	16,5
2	3,9	8,8	12,6	18,2	29,6
3	5,6	13,2	18,1	25,8	40,6
4	7,5	15,9	22,8	32,3	51,2
5	8,6	19,0	26,8	38,2	60,5

Таблица 49 – Вариант 21

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,7	3,7	5,7	7,6	11,8
2	2,7	5,8	8,3	11,4	17,7
3	4,2	7,5	10,9	14,2	22,3
4	4,6	9,0	12,8	17,2	26,4
5	5,1	10,6	14,5	19,3	29,5

Таблица 50 – Вариант 22

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,9	5,7	8,6	14,4	27,7
2	2,1	7,7	13,3	21,6	40,6
3	2,8	10,3	16,1	26,6	50,3
4	4,0	11,9	19,3	31,3	59,9
5	4,5	13,2	21,8	35,2	67,4

Таблица 51 – Вариант 23

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,6	3,8	7,6	14,6	34,4
2	1,4	6,0	10,9	20,9	48,3
3	2,1	7,4	11,1	25,5	59,1
4	1,5	8,6	15,7	30,2	68,2
5	2,0	10,0	18,2	33,4	76,5

Таблица 52 – Вариант 24

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	0,7	2,4	2,8	4,2	8,0
2	1,0	3,7	6,1	9,1	14,8
3	2,2	5,4	8,2	13,1	22,1
4	3,1	7,8	10,7	17,2	29,0
5	3,5	9,5	13,5	20,8	36,5

Таблица 53 – Вариант 25

$t$ , мм	$s$ , мм/об				
	0,1	0,5	1	2	5
1	1,0	3,4	6,7	12,3	27,7
2	1,3	4,8	9,1	16,3	35,9
3	1,6	6,2	10,5	20,0	42,5
4	2,2	6,8	12,6	22,2	47,8
5	1,9	7,7	13,3	23,8	52,2

### **Порядок выполнения работы.**

1 Путем логарифмирования привести показательную модель к линейному виду. Определить требуемую для построения модели замену переменных, а также связь между коэффициентами модели в натуральных переменных и коэффициентами модели в логарифмированных переменных.

2 Для линейной модели составить выражение для остаточной суммы квадратов. Получить систему уравнений для нахождения коэффициентов модели.

3 Прологарифмировать таблицу с исходными данными в соответствии с требуемой заменой переменных.

4 Рассчитать требуемые суммы и суммы произведений для решения системы уравнений. Найти коэффициенты модели в логарифмированных переменных и получить коэффициенты модели в натуральных переменных.

5 Для исходной таблицы рассчитать соответствующие значения модели. Сравнить их с табличными.

6 Проверить качество построенной модели. С этой целью предположить, что каждое представленное в таблице наблюдение является средним по двум дублирующим наблюдениям: первое из них на 0,1 меньше, а второе – на 0,1 больше среднего, представленного в таблице.

7 Вычислить для полученных 25 наблюдений: генеральное среднее; общую сумму квадратов отклонений от генерального среднего; соответствующее число степеней свободы.

8 Вычислить сумму квадратов, характеризующую общую случайную ошибку опытов с дублированием, а также соответствующее число степеней свободы.

9 Вычислить сумму квадратов, характеризующую неадекватность (общую систематическую ошибку) модели, а также соответствующее число степеней свободы.

10 Вычислить остаточную сумму квадратов, а также соответствующее число степеней свободы.

11 Вычислить сумму квадратов, отвечающую за корреляцию скорости резания с подачей и глубиной резания, а также соответствующее число степеней свободы.

12 Рассчитать индекс корреляции модели.

13 Проверить значимость модели на основе критерия Фишера. Принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ . Значения квантиля распределения Фишера приведены в таблице 54.

14 Проверить адекватность модели на основе критерия Фишера. Принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ .

Таблица 54 – Значения квантиля распределения Фишера для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ 

$v_2$	$v_1$								
	1	2	3	4	5	10	25	50	$\infty$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,448	199,500	215,707	224,583	230,162	241,882	249,260	251,774	254,314
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,396	19,456	19,476	19,496
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,786	8,634	8,581	8,526
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	5,964	5,769	5,699	5,628
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,735	4,521	4,444	4,365
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,060	3,835	3,754	3,669
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,637	3,404	3,319	3,230
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,347	3,108	3,020	2,928
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,137	2,893	2,803	2,707
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	2,978	2,730	2,637	2,538
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	2,854	2,601	2,507	2,404
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,753	2,498	2,401	2,296
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,671	2,412	2,314	2,206
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,602	2,341	2,241	2,131
15	4,541	3,682	3,287	3,056	2,901	2,544	2,280	2,178	2,066
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,494	2,227	2,124	2,010
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,450	2,181	2,077	1,960
18	4,411	3,555	3,160	2,928	2,773	2,412	2,141	2,035	1,917
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,378	2,106	1,999	1,878
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,348	2,074	1,966	1,843
21	4,325	3,467	3,072	2,840	2,685	2,321	2,045	1,936	1,812
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,661	2,297	2,020	1,909	1,783
23	4,279	3,422	3,028	2,796	2,640	2,275	1,996	1,885	1,757
24	4,260	3,403	3,009	2,776	2,621	2,255	1,975	1,863	1,733
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,236	1,955	1,842	1,711
26	4,225	3,369	2,975	2,743	2,587	2,220	1,938	1,823	1,691
27	4,210	3,354	2,960	2,728	2,572	2,204	1,921	1,806	1,672
28	4,196	3,340	2,947	2,714	2,558	2,190	1,906	1,790	1,654
29	4,183	3,328	2,934	2,701	2,545	2,177	1,891	1,775	1,638
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,165	1,878	1,761	1,622
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,077	1,783	1,660	1,509
50	4,034	3,183	2,790	2,557	2,400	2,026	1,727	1,599	1,438
60	4,001	3,150	2,758	2,525	2,368	1,993	1,690	1,559	1,389



Таблица 56 – Варианты заданий для построения эмпирических моделей по методике планирования эксперимента

Вариант	Номер точки матрицы планирования							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,15	0,31	0,17	0,36	0,19	0,40	0,23	0,47
2	0,12	0,24	0,15	0,31	0,17	0,34	0,22	0,43
3	0,24	0,48	0,31	0,61	0,34	0,68	0,43	0,86
4	0,23	0,52	0,30	0,67	0,36	0,80	0,45	1,01
5	0,11	0,26	0,16	0,38	0,14	0,33	0,21	0,49
6	0,19	0,20	0,11	0,24	0,11	0,24	0,13	0,30
7	0,18	0,39	0,25	0,52	0,24	0,51	0,33	0,68
8	0,11	0,23	0,15	0,32	0,15	0,33	0,21	0,45
9	0,24	0,60	0,36	0,89	0,32	0,81	0,48	1,21
10	0,43	0,87	0,58	1,16	0,71	1,41	0,94	1,88
11	0,67	1,06	0,78	1,24	1,01	1,60	1,19	1,88
12	0,26	0,47	0,34	0,60	0,36	0,64	0,46	0,81
13	0,21	0,46	0,29	0,66	0,30	0,68	0,43	0,97
14	0,32	1,01	0,56	1,78	0,49	1,54	0,85	2,70
15	0,36	1,02	0,59	1,66	0,59	1,66	0,95	2,69
16	0,41	0,82	0,81	1,61	0,54	1,08	1,06	2,12
17	0,39	0,81	0,73	1,53	0,55	1,14	1,04	2,14
18	0,25	0,79	0,35	1,09	0,32	1,02	0,44	1,40
19	0,37	1,03	0,55	1,55	0,56	1,57	0,83	2,34
20	0,27	0,52	0,37	0,70	0,44	0,85	0,59	1,13
21	0,18	0,40	0,27	0,61	0,26	0,59	0,40	0,90
22	0,44	1,10	0,56	1,40	0,68	1,72	0,87	2,19
23	0,47	0,83	0,56	1,00	0,57	1,02	0,69	1,74
24	0,40	0,81	0,66	1,31	0,55	1,09	0,89	1,77
25	0,58	1,36	0,68	1,59	0,88	2,06	1,03	2,42

### Порядок выполнения работы.

1 Путем логарифмирования привести показательную модель к линейному виду. Определить требуемую для построения модели замену переменных, а также связь между коэффициентами модели в натуральных переменных и коэффициентами модели в логарифмированных переменных.

2 Прологарифмировать таблицу с исходными данными в соответствии с требуемой заменой переменных.

3 Рассчитать коэффициенты модели в логарифмированных переменных и получить коэффициенты модели в натуральных переменных.

4 Для исходной таблицы рассчитать соответствующие значения модели. Сравнить их с табличными.

5 Проверить качество построенной модели. С этой целью предположить следующее. Каждое табличное значение считать средним, полученным по двум дублирующим экспериментам с отклонениями от среднего, равными 0,1. Например, если в таблице указано значение 5,4, то это значит, что в дублирующих экспериментах были получены значения 5,3 и 5,5 (их среднее и есть табличное значение 5,4).



6 Вычислить сумму квадратов, характеризующую общую случайную ошибку опытов с дублированием, а также соответствующее число степеней свободы.

7 Вычислить сумму квадратов, характеризующую неадекватность (общую систематическую ошибку) модели, а также соответствующее число степеней свободы.

8 Проверить значимость коэффициентов модели на основе критерия Стьюдента. Принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ . Значения квантиля распределения Стьюдента приведены в таблице 57.

9 Проверить адекватность модели на основе критерия Фишера. Принять уровень значимости  $\alpha = 0,05$ . Значения квантиля распределения Фишера приведены в таблице 54.

Таблица 57 – Квантили распределения Стьюдента

$n$	$\alpha$					
	0,4	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
1	2	3	4	5	6	7
1	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821
2	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965
3	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541
4	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747
5	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365
6	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143
7	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998
8	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896
9	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821
10	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764
11	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718
12	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681
13	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650
14	0,868	1,076	1,345	1,761	2,445	2,624
15	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602
16	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583
17	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567
18	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552
19	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539
20	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528
21	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518
22	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508
23	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500
24	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492

## Окончание таблицы 57

1	2	3	4	5	6	7
25	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485
26	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479
27	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473
28	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467
29	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462
30	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457
40	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423
50	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403
60	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,390
80	0,846	1,043	1,292	1,664	1,990	2,374
$\infty$	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326

## Список литературы

1 **Пашкевич, В. М.** Научные основы технологии машиностроения. Обработка и анализ экспериментальных данных / В. М. Пашкевич. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2019. – 236 с.

2 **Тимковский, Ю. Г.** Дискретная математика в мире станков и деталей / Ю. Г. Тимковский. – Москва: Наука, 1992. – 145 с.

3 **Сакович, В. А.** Исследование операций (детерминированные методы и модели): справочное пособие / В. А. Сакович. – Минск: Вышэйшая школа, 1985. – 256 с.

4 **Аверченков, В. И.** САПР технологических процессов, приспособлений и режущих инструментов / В. И. Аверченков, И. А. Каштальян, А. П. Пархутик. – Минск: Вышэйшая школа, 1993. – 288 с.

5 **Рыжов, Э. В.** Математические методы в технологических исследованиях / Э. В. Рыжов, О. А. Горленко. – Киев: Наукова думка, 1990. – 182 с.

6 **Спиридонов, А. А.** Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов / А. А. Спиридонов. – Москва: Машиностроение, 1981. – 184 с.

7 **Зарубин, В. С.** Математическое моделирование в технике: учебник для вузов / В. С. Зарубин. – Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 496 с.