

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Транспортные и технологические машины»

# МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

*Методические рекомендации к практическим занятиям  
для студентов специальности  
1-37 01 02 «Автомобилестроение (по направлениям)»  
очной формы обучения*



Могилев 2021

УДК 539.3/.6  
ББК 30.121  
М64

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Транспортные и технологические машины»  
«19» января 2021 г., протокол № 6

Составитель ст. преподаватель Е. В. Заровчатская

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. Н. Науменко

Методические рекомендации разработаны в соответствии с учебной программой дисциплины «Механика материалов» для студентов специальности 1-37 01 02 «Автомобилестроение (по направлениям)» и предназначены для использования при выполнении практических работ.

Учебно-методическое издание

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Ответственный за выпуск	И. В. Лесковец
Корректор	Т. А. Рыжикова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2021

## Содержание

Введение.....	4
1 Практическая работа № 1. Исследование напряженно-деформированного состояния прямоугольного бруса.....	5
2 Практическая работа № 2. Исследование напряженно-деформированного состояния балки .....	12
3 Практическая работа № 3. Кручение .....	19
4 Практическая работа № 4. Линейно статические исследования напряженно-деформированного состояния детали .....	24
5 Практическая работа № 5. Исследование простого сварного соединения .....	27
6 Практическая работа № 6. Исследование напряжения в точке.....	29
7 Практическая работа № 7. Исследование напряженно-деформированного тела, с определением напряжений в точке.....	37
8 Практическая работа № 8. Исследование сварных соединений .....	39
9 Практическая работа № 9. Решение осесимметричных задач.....	47
Список литературы .....	47

## Введение

Целью учебной дисциплины является обучение будущих инженеров методам решения практических задач механики деформируемого твердого тела в области упругих и упругопластических деформаций, методам проведения испытаний по определению механических свойств материалов и измерению деформаций и напряжений в конструкциях. Эти знания необходимы не только при проектировании новых конструкций, но и для грамотной их эксплуатации.

Материал дисциплины изучается в лекционном курсе, закрепляется при выполнении лабораторных и практических работ.

По результатам выполнения лабораторной работы оформляется отчет, содержащий титульный лист, цель работы, основные этапы постановки задачи, расчетные схемы, эпюры напряжений, перемещений и др., графики и выводы.

# 1 Практическая работа № 1. Исследование напряженно-деформированного состояния прямоугольного бруса

**Цель работы:** изучение основных допущений модели деформируемого тела в теории упругости; изучение интерфейса Simulation и реализация принципов теории упругости при решении задач методом конечных элементов.

## 1.1 Общие сведения

Модель деформируемого твердого тела в теории упругости:

- тело принимается идеально УПРУГИМ (это означает, что существует линейная зависимость между нагрузкой тела и его перемещением);
- тело принимается СПЛОШНЫМ (это означает, что непрерывное до деформирования, оно остается непрерывным после деформирования. Любой объем тела, включая и микрообъемы, не имеет пустот и разрывов);
- тело принимается ОДНОРОДНЫМ (это означает, что во всех точках тела при одних и тех же напряжениях возникают одинаковые деформации);
- тело принимается ИЗОТРОПНЫМ (это означает, что во всех точках тела упругие свойства одинаковы по всем направлениям).

SolidWorks – одна из самых популярных в России систем параметрического моделирования, твердотельного и поверхностного. Она обладает богатыми возможностями создания деталей и сборок. Simulation – так называемое партнерское приложение, функционирующее на модели SolidWorks. Это значит, что никакой конвертации не происходит, вычислительный модуль имеет доступ к «дереву построения» – семантике детали и сборки, а расчетная информация в значительной части пишется непосредственно в модель. Как следствие, совокупность двух продуктов является, по сути, единым пакетом, сочетающим – без малейших потерь – лучшие качества компонентов.

Сочетание Simulation – SolidWorks тем более показательное, что разработчики программы, реализующей метод конечных элементов, стремились в максимальной степени использовать достоинства графической среды: мощную параметризацию, полноценное поверхностное моделирование, кинематику сборок.

В свете сказанного возможен анализ на «реальных» конструкторских моделях. Подготовка же расчетной геометрической модели сводится по большей части к «погашению» ее нефункциональных элементов. Особенности SolidWorks позволяют практически идеально производить эту и другие необходимые манипуляции.

Возможности программы сбалансированы с точки зрения характерных ситуаций инженерного анализа. Поэтому оптимальный путь освоения продукта таков: сформулировать проблему и подобрать инструмент ее решения.

Интерфейс. В этом разделе Вы найдете описание всех компонентов интерфейса, сопровождаемое иллюстрациями, на которых представлены различные элементы управления. Simulation имеет стандартный Windows-интерфейс. В пакете предусмотрен **Manager (Менеджер проекта)** (рисунок 1.1), меню и па-

нели инструментов. При щелчке правой кнопкой мыши по какому-либо элементу, например, Менеджеру или графическому окну, появляется контекстное меню, содержащее функции, доступные для работы с данным объектом. Контекстное меню графического окна появляется только в том случае, если там отображаются результаты расчета независимо от их содержания. Если же пользователь находится в окне SolidWorks, щелчок правой кнопкой мыши активизирует контекстные меню элементов SolidWorks.

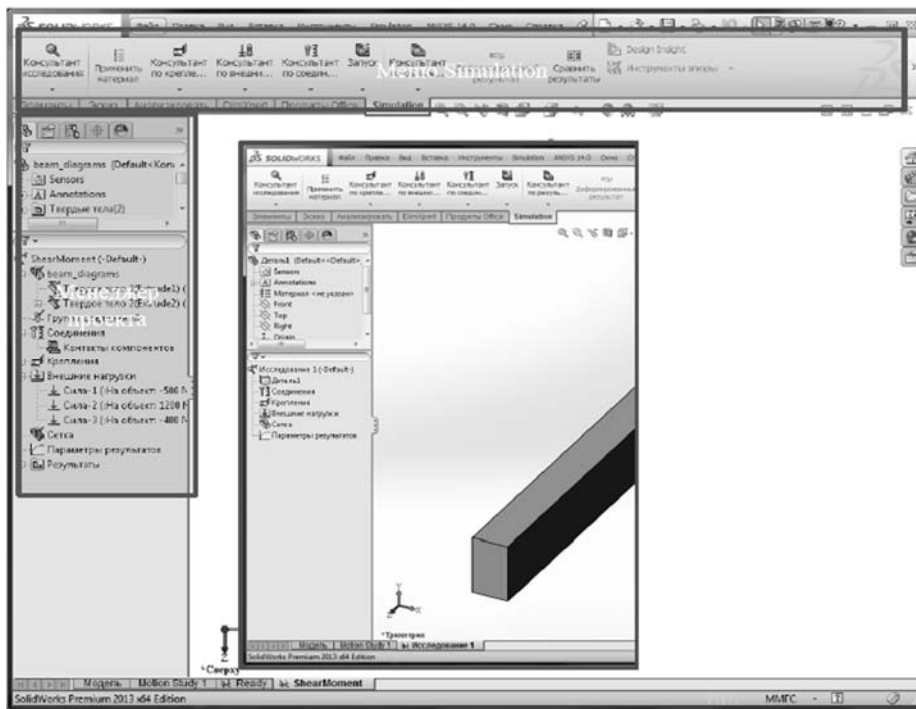


Рисунок 1.1 – Менеджер проекта

Фактически Менеджер – это типичное для современных программ дерево проекта (в отличие от настоящих деревьев растущее вниз). Менеджер находится в правой части экрана (см. рисунок 1.1). Корень – деталь или сборка. В зависимости от типа решаемой задачи менеджер проекта будет изменять структуру проекта. Ветви первого уровня – блоки, соответствующие различным анализам (**Design Studies**), а также «тупиковые» ветви, которые мы будем называть «листьями»:

- **Parameters (Таблица параметров)**. Располагается непосредственно под корнем;

- **Mesh (Сетка конечных элементов)**. Всегда располагается внизу Менеджера. Ветви второго уровня растут, соответственно, из своих «корней» – анализов.

Эти ветви представлены в виде папок и содержат исходные данные для анализа или результаты расчетов по нему. В зависимости от вида анализа к числу таких папок могут относиться:

- **Solids (Тела)** – детали, которым назначаются материалы;

- **Shells (Оболочки)** - оболочки, которым назначаются материалы и толщины;
- **Load/Restraint (Граничные условия)**;
- **Design Scenario (Сценарий проектирования)**. Размещается в дереве после папок с анализами.

От ветвей второго уровня отходят только «листья». Например, папка **Solids/ Shells (Тела/Оболочки)** содержит «листья» – тела с назначенными для них материалами; папка **Load/Restraint (Граничные условия)** – **Pressure (Давление)**, ..., **Restraints (Закрепление)**.

Папки для исходных данных автоматически появляются при создании анализов, а их содержимое заполняется по мере ввода данных. Папки для результатов создаются и частично заполняются после успешного расчета. Дальнейшее их заполнение производится пользователем по мере получения доступа к результатам.

После удачного завершения анализа появляются папки, которые в зависимости от типа анализа содержат результаты расчетов:

- **Report (Отчет)**;
- **Stress (Напряжение)**;
- **Strain (Деформация)**;
- **Displacement (Перемещение)**;
- **Design Check Wizard (Проверка прочности)**;
- **Deformation (Деформированный вид)**. В зависимости от типа анализа - вид в статически нагруженном состоянии, после потери устойчивости или в состоянии резонанса;
- **Thermal (Тепловой)**;
- **Design Scenario Results (Графики расчета по сценариям проектирования)**.

Вообще говоря, один рациональных способов освоения Simulation – выполняя расчет, вызвать контекстное меню, начиная от корневого элемента, и просматривать предлагаемые команды. Какая-то их часть является обязательной. Руководствуясь знанием предмета расчета, их нужно выделить и выполнить. Параллельно обратите внимание на опции, которые в данный момент доступны, но, возможно, необязательны.

Менеджер проекта не дает возможности непосредственно использовать результаты решения теплового анализа (**Thermal Analysis**) в статическом расчете – задаче термоупругости. Для этого нужно воспользоваться меню при создании **Static Analysis**. В ходе заполнения «листьев» информацией система помечает их значком V. Это свидетельствует только о наличии неких данных, но не об их правильности и полноте.

## 1.2 Порядок выполнения работы

Исследуем напряженно-деформированное состояние детали в Simulation, для этого выполним построение модели в SolidWorks (SW). Создадим новый документ и выберем «деталь», как показано на рисунке 1.2.

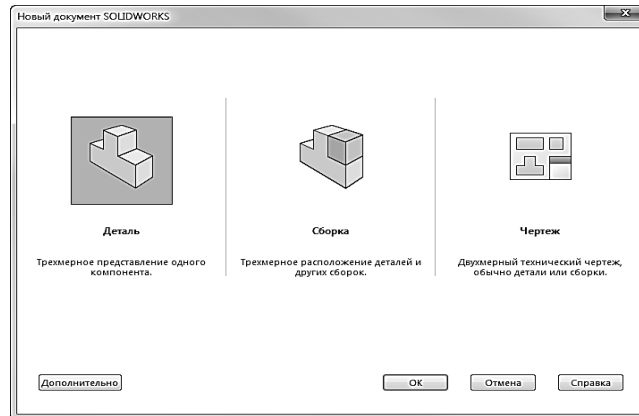


Рисунок 1.2 – Создание нового документа

После создания файла детали следует получить рабочую область SW, как показано на рисунке 1.3.

Далее, используя плоскость «спереди», необходимо создать определенный эскиз с параметрами  $100 \times 25$  мм, представленными на рисунке 1.4. С помощью команды «Вытянутая бобышка/основание» следует создать твердотельную модель длиной 1000 мм (см. рисунок 1.4).

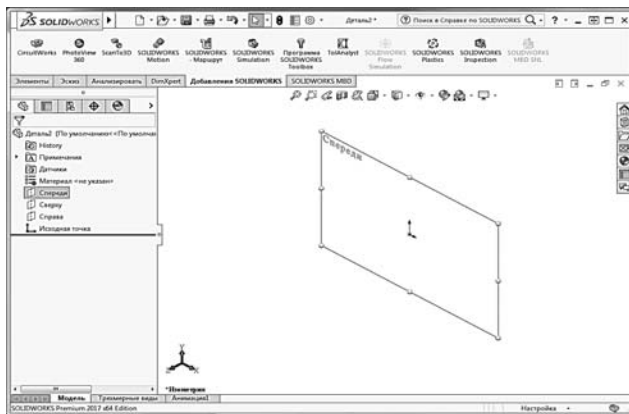


Рисунок 1.3 – Выбор плоскости

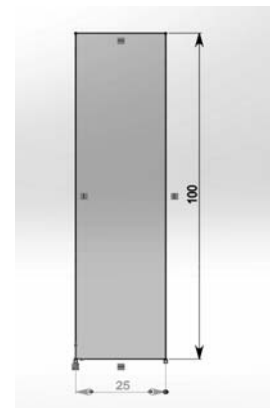


Рисунок 1.4 – Эскиз

При первом запуске Simulation необходимо выполнить активацию модуля. Для этого во вкладке «Добавления SolidWorks» следует нажать кнопку SolidWorks Simulation, диалоговое меню которой представлено на рисунке 1.5.

Перечень компонентов в данном меню будет зависеть от предустановленных программ в лицензии SW. Для обеспечения работоспособности Simulation при каждом запуске необходимо отметить пункт «SolidWorks Simulation» с двух сторон. После нажатия клавиши ОК производится проверка лицензии. Если она в порядке, то интерфейс меняется следующим образом:



- в меню добавляется пункт Simulation;
- в Менеджере SolidWorks появляется вкладка с пиктограммой продукта;
- на экран выводятся панели инструментов Simulation (зависит от настроек программы).

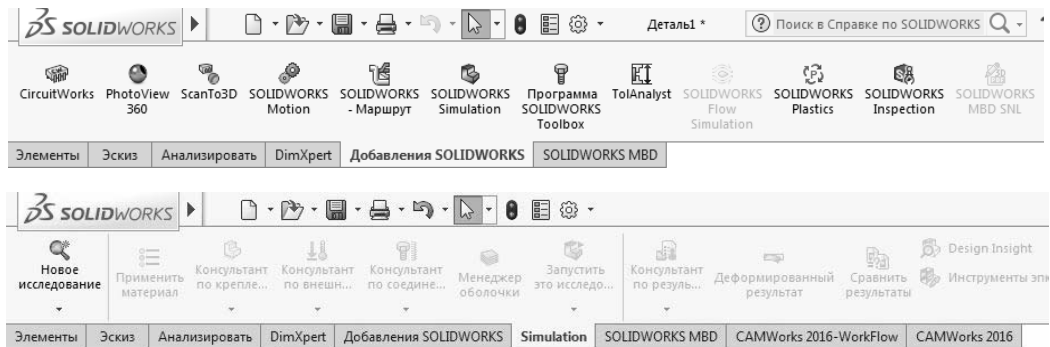


Рисунок 1.5 – Диалоговое меню Simulation

Далее создадим исследование в Simulation, тип «Статическое».

После создания исследования необходимо определить «материал», построенной объемной модели. Для этого необходимо вызвать контекстное меню «материал», выбрав в менеджере проекта «деталь1» и в контекстном меню пункт «Применить/редактировать материал». Диалоговое меню «материал» представлено на рисунке 1.6. Особенность SW состоит в том, что он использует как материал SW, так и Simulation. Преимущество применения материала Simulation состоит в том, что нет необходимости задавать кривые цикловой усталости материала. По умолчанию в настройках SW стоит использование материала SW. При правильно заданном выполненном этапе исследования напротив появляется отметка в виде «галочки» (рисунок 1.7).

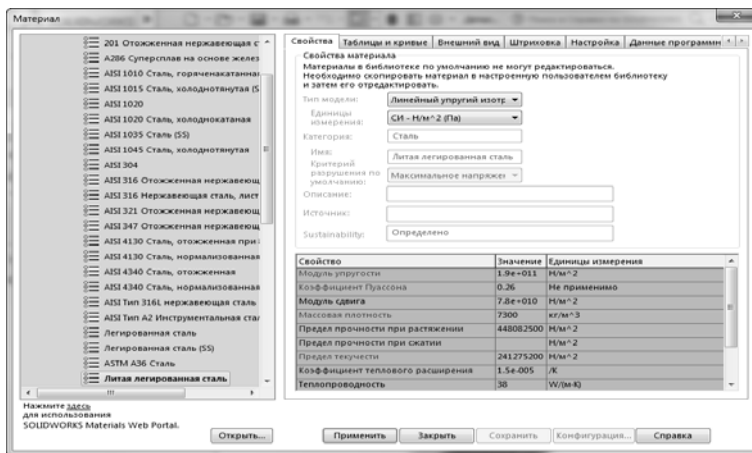


Рисунок 1.6 – Выбор материала

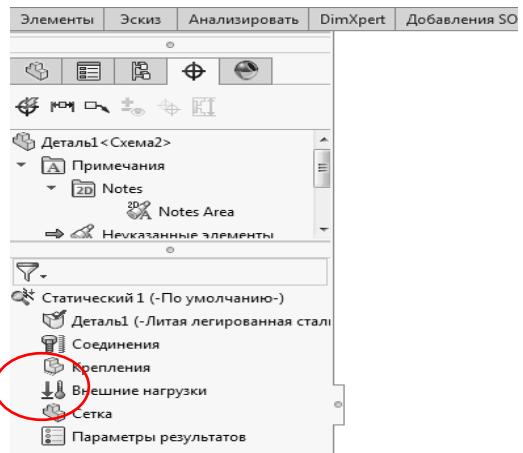


Рисунок 1.7 – Отметка о выполнении

Следующим этапом исследования является задание граничных условий. Под термином «граничные условия» понимается совокупность ограничений степеней свободы детали и приложенных к ней нагрузок/усилий. Соответственно, выполним задание «креплений» торцевой поверхности балки, им-

митирующей заделку (т. е. ограничение шести степеней свободы). Для этого наведем курсор на пункт «крепления» и в контекстном меню выберем пункт «закрепленная геометрия», как на рисунке 1.8.

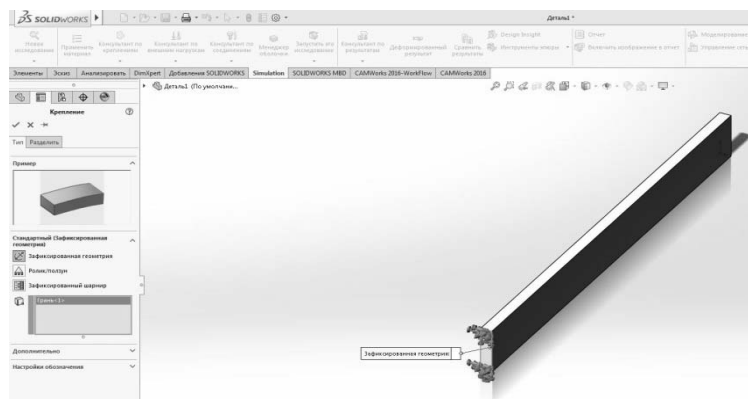


Рисунок 1.8 – Задание граничных условий

Задав ограничения свободы таким образом, фактически мы смоделировали консоль. Для получения изгиба необходимо с другой стороны (противоположной месту задания крепления) приложить сосредоточенную нагрузку. Величина нагрузки составляет 60 кН. Способ приложения – на рисунке 1.9.

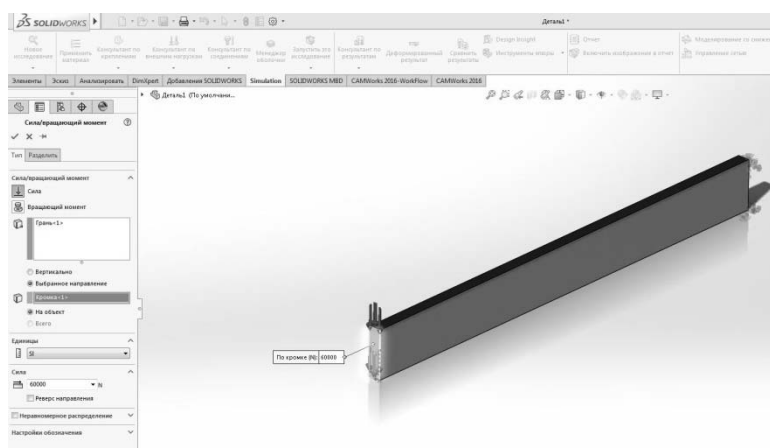


Рисунок 1.9 – Нагружение

После правильного выполнения ранее описанных пунктов исследования Вы завершили предварительный этап задания граничных условий для определения напряженно-деформированного состояния детали от изгиба в консоли. Далее необходимо выполнить исследование напряжений и деформаций детали с помощью метода конечных элементов путем запуска исследования через вызов контекстного меню пункта «исследование» и выбора пункта «выполнить». Далее процесс запустится в автоматическом режиме и Вы получите сообщение, представленное на рисунке 1.10. В диалоговом окне необходимо нажать кнопку НЕТ.

В результате выполненного исследования Вы получите распределение напряжений по поверхности тела и его деформацию от приложенной нагрузки. Распределение эквивалентных напряжений представлено на рисунке 1.11.

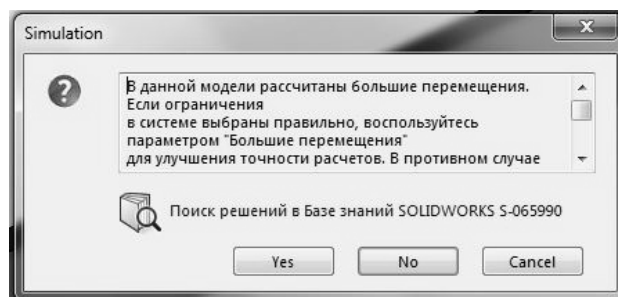


Рисунок 1.10 – Диалоговое окно

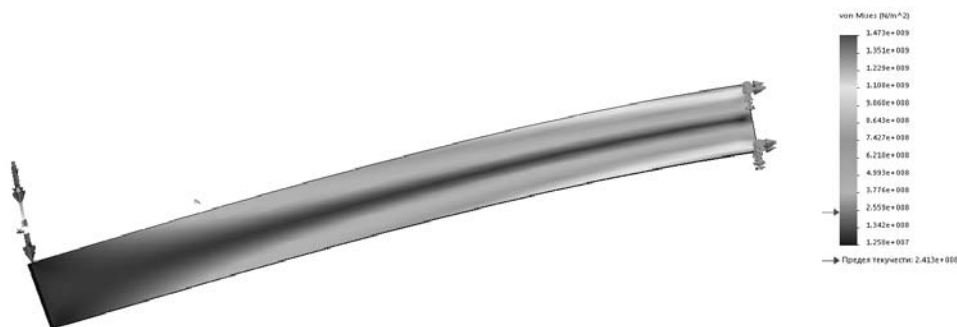


Рисунок 1.11 – Результат исследования

### Задание для самостоятельного решения

Проведите исследования напряженно-деформируемого состояния пластины, в которых Вы докажете основные принципы классической теории упругости:

– принцип независимости действия сил. В классической теории упругости принимается, что перемещения тела малы по сравнению с его линейными размерами, а относительные удлинения и углы сдвига малы по сравнению с единицей. Малость перемещений и линейная зависимость между напряжениями и деформациями позволяют подсчитать результат воздействия на тело системы сил сложением, результаты воздействия каждой силы в отдельности;

– принцип локальности эффекта самоуравновешенных нагрузок. В точках твердого тела, достаточно удаленных от места приложения нагрузок, напряжения весьма мало зависят от характера распределения этих нагрузок по поверхности тела.

### Контрольные вопросы

- 1 Какой уровень эквивалентных напряжений действует в детали?
- 2 Как долго деталь может сохранять свою работоспособность при заданной нагрузке?
- 3 Из проведенного исследования определите, при какой нагрузке уровень максимальных напряжений будет равен 250 МПа.
- 4 Что означает рисунок 1.11 применительно к принципам теории упругости, описанным в начале работы?
- 5 Как изменится распределение напряжений при сжатии/растяжении?
- 6 Назовите основные допущения к телу в теории упругости.

## 2 Практическая работа № 2. Исследование напряженно-деформированного состояния балки

**Цель работы:** проведение исследования напряженно-деформированного состояния балки, используя стержневые (балочные) конечные элементы; изучение следующих процедур: создание исследования с балочными конечными элементами; определение балок и соединений; приложение нагрузок и ограничений к балкам; создание сетки и запуск исследования сетки балок; просмотр графиков поперечных сил и момента; просмотр напряжения при изгибе.

### 2.1 Порядок выполнения работы

Для правильного использования **балочных элементов** в Simulation выполним построение модели в SolidWorks.

Создадим новый документ и выберем элемент «Деталь», затем создадим Эскиз, как показано на рисунке 2.1. Используя плоскость «спереди», необходимо построить прямоугольник размером  $25,4 \times 76,20$  мм с помощью команды «прямоугольник – из центра». Эскиз должен быть полностью определенным (черного цвета).

Далее, используя команду «вытянутая бобышка/основание», следует создать твердотельную модель длиной 3048 мм (рисунок 2.2).

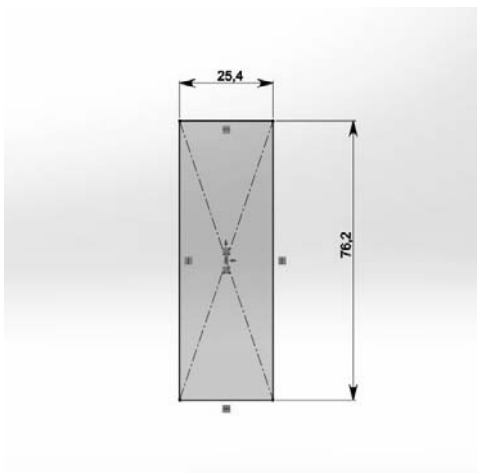


Рисунок 2.1 – Эскиз

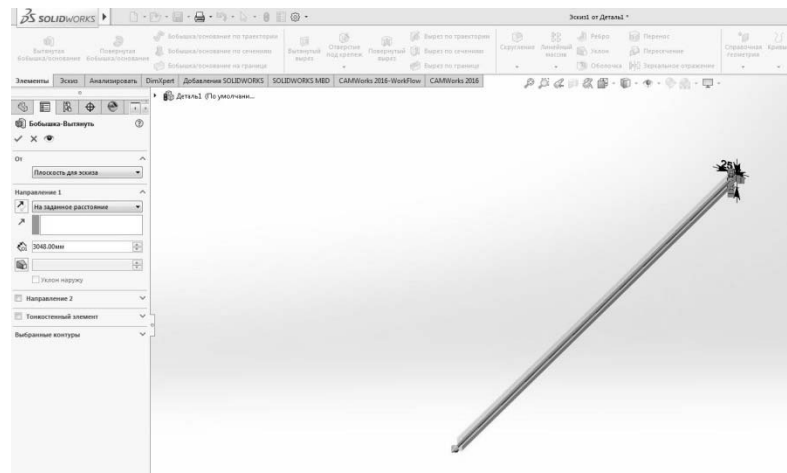


Рисунок 2.2 – Твердотельная модель

Используя команду «Преобразование объекта» (рисунок 2.3) на «Грани 1» (рисунок 2.4), создать «Эскиз 2» (рисунок 2.5) и достроить модель. При этом не забываем в настройках при использовании команды «вытянутая бобышка/основание» сделать **неактивным** «объединить результаты». При правильном выполнении данной команды Вы должны будете получить два тела, как представлено на рисунке 2.6.

Следующим этапом решения задачи является создание точек на объемной параметрической модели, которые будут имитировать места приложения нагрузок в балочной модели. Для этого создадим эскиз на верхней грани объемного тела и расположим точку по центру верхней грани на расстоянии 1828,8 мм, вторую

точку расположим на расстоянии 1524 мм. Чтобы точка была расположена по центру, необходимо выбрать точку и плоскость «Справа» и добавить взаимосвязь «Совпадение» (рисунок 2.7). Затем, выйдя из эскиза, продублировать точки с помощью вкладки «Справочная геометрия» – «Точка» (рисунок 2.8).

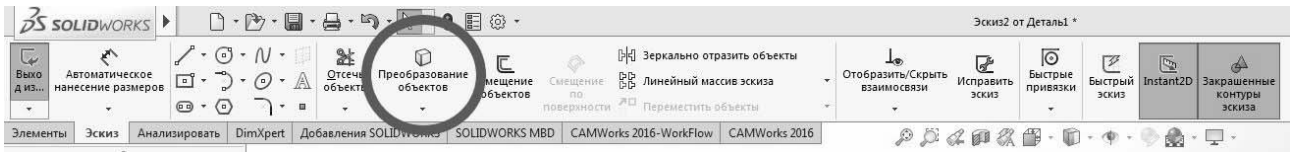


Рисунок 2.3 – Команда «Преобразование объекта»

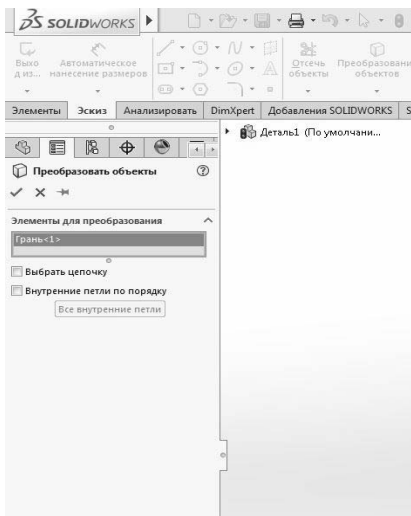


Рисунок 2.4 – Преобразование объекта

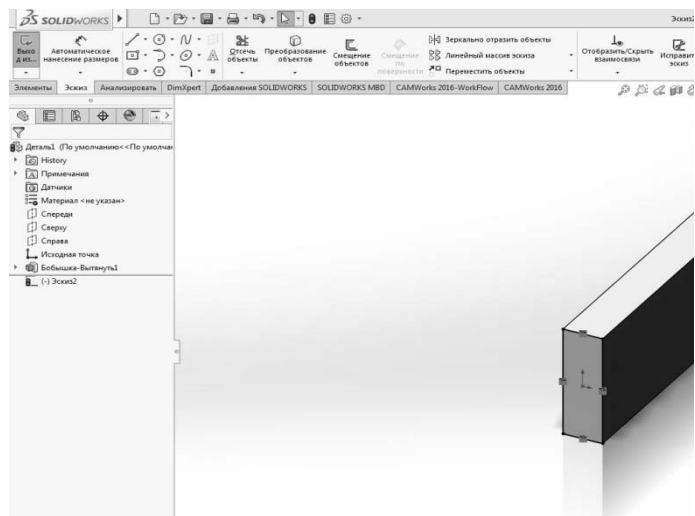


Рисунок 2.5 – Создание эскиза

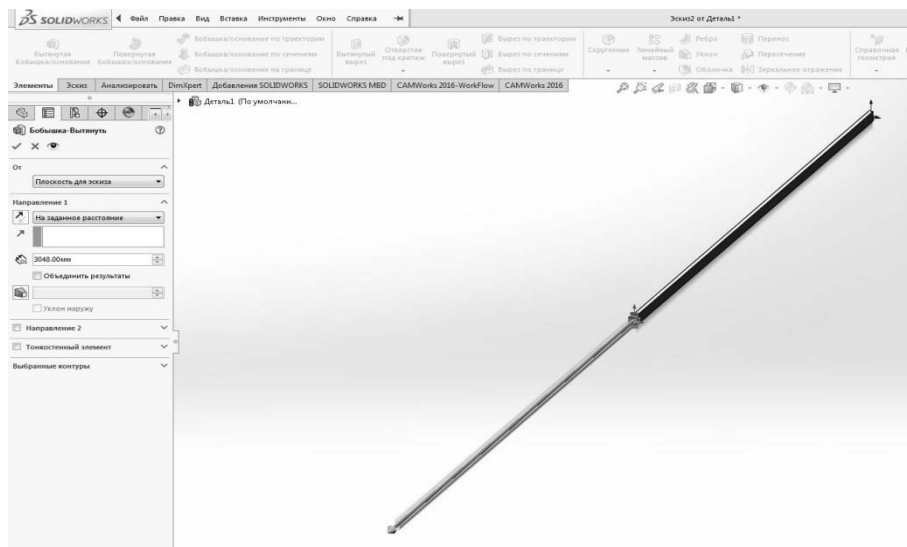


Рисунок 2.6 – Итоговая модель

При правильно выполненных построениях модели в дереве конструирования должны быть следующие записи, представленные на рисунке ниже. Стрелками обозначена область для контроля выполнения операций при построении детали (рисунок 2.9).

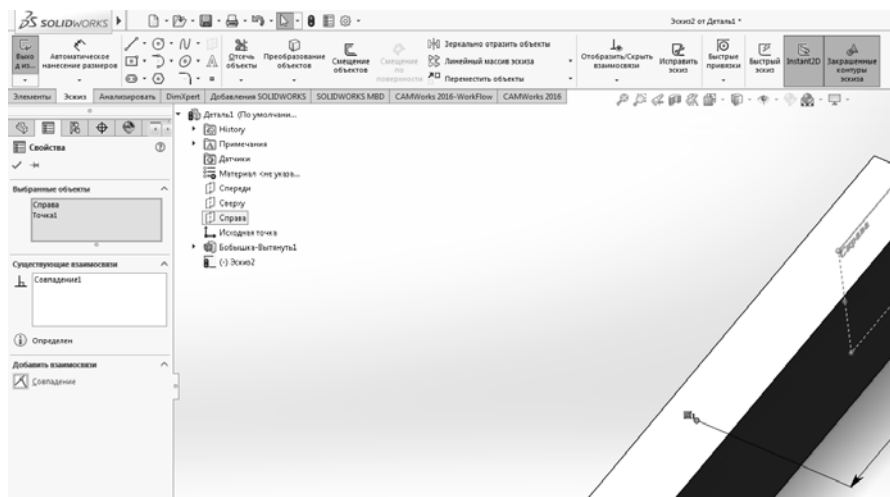


Рисунок 2.7 – Построение совпадения

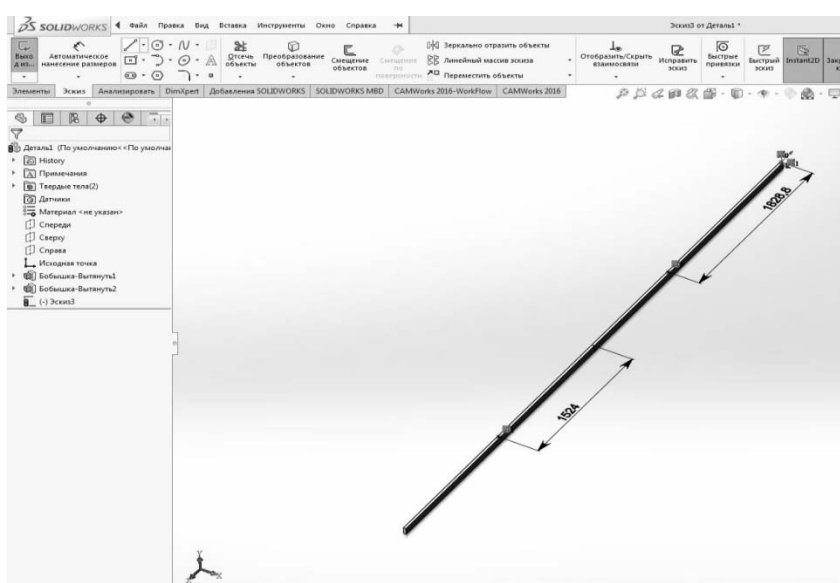


Рисунок 2.8 – Точки на детали

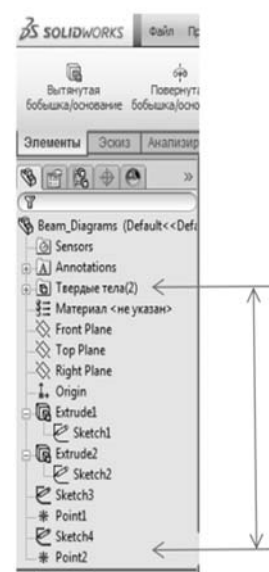


Рисунок 2.9 – Менеджер проекта

Следующим этапом выполнения задачи является работа в программном модуле Simulation. Создадим задачу статического исследования под названием «Балка». Следует задать материал для балок «Легированная сталь». В исследовании «Балка» раскрыть ветвь «Деталь», выбрать оба «Твердые тела», нажать правой кнопкой и в выпадающем списке выбрать «Рассматривать все тела как балку»; сразу образуется «Группа соединений». Соединения определены автоматически на свободном конце балки и в каждом месте пересечения двух или более балок (рисунок 2.10). Крепления применены только к соединениям.

Добавим крепления на свободных концах балок на соединениях. Один конец заделан шарнирно, а на другом конце ролик. Чтобы смоделировать шарнир на конце А, нажмем правой кнопкой мыши папку «Крепления» и в ней выберем «Зафиксированная геометрия».

Чтобы применить ролик на конце В, выберем в папке «Крепления» «Использовать справочную геометрию», выберем плоскость, разблокируем направления, относительно которых не должно быть перемещений. Если Вы выполни-

ли правильно приведенные рекомендации, то в результате получите закрепления, представленные на рисунке 2.11.

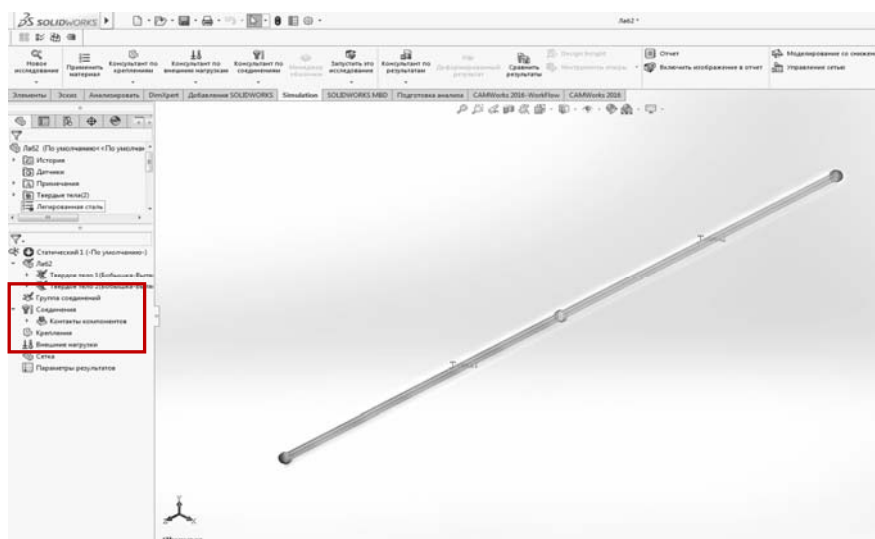


Рисунок 2.10 – Группа соединений

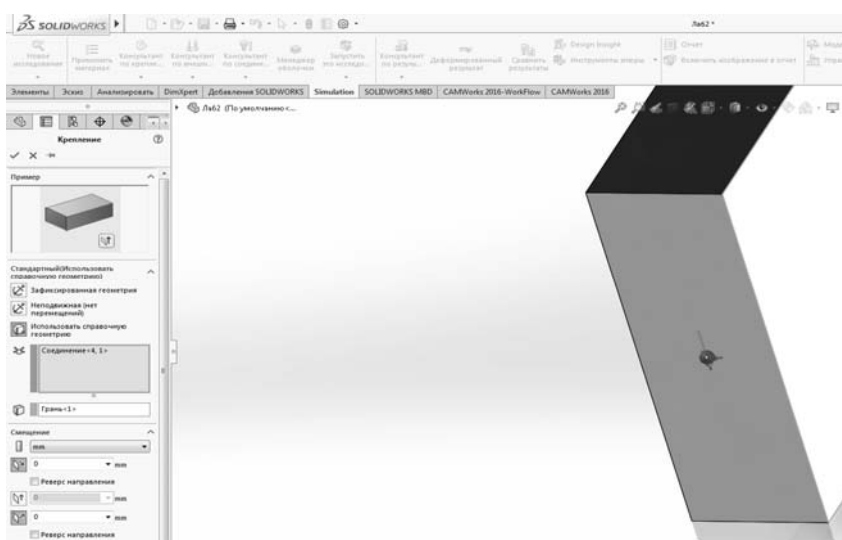


Рисунок 2.11 – Крепление «Ролик»

Приложите силу в одной контрольной точке, а момент – в другой. Чтобы приложить силу, необходимо правильно выбрать контрольную точку. Убедитесь, что ориентацией вида является «Изометрия». Щелкните правой кнопкой мыши «Внешние нагрузки» и выберите «Сила».

В окне «PropertyManager» в разделе «Выбор» нажмите «Вершины, Точки» и выберите «Точка1» в плавающем дереве конструирования «FeatureManager».

Выберите «Переднюю плоскость» в плавающем дереве конструирования «FeatureManager» для параметра «Грань, кромка, плоскость для направления».

Для «Единица измерения» выберите SI.

В списке «Сила» нажмите Вдоль плоскости – направление 2.

Введите 500 Н.

Выберите Реверс направления.

Нажмите галочку.

Если выполнили все правильно, то получите результат, представленный на рисунке 2.12.



Рисунок 2.12 – Приложение силы

### Приложение сосредоточенного момента

Щелкните правой кнопкой мыши «Внешние нагрузки» и выберите «Сила».

В окне «PropertyManager» в разделе «Выбор» нажмите «Вершины, Точки» и выберите «Точка2» в плавающем дереве конструирования «FeatureManager».

Выберите «Переднюю плоскость» в плавающем дереве конструирования «FeatureManager» для параметра «Грань, кромка, плоскость» для направления.

Для «Единица измерения» выберите SI.

В разделе Момент нажмите Вдоль плоскости – направление 1.

Введите 1200 Н-м.

Нажмите галочку.

Если выполнили все правильно, то получите результат, представленный на рисунке 2.13.



Рисунок 2.13 – Приложение момента

### Приложение нагрузок по длине балок

Щелкните правой кнопкой мыши «Внешние нагрузки» и выберите «Сила».

В окне «PropertyManager» в разделе «Выбор» щелкните «Балки» и выберите «Вытяжка2» в графической области.

*Можно приложить распределенные нагрузки только на всю длину балки. Вытянутые тела были созданы в качестве отдельных тел, чтобы сделать участок балки несущим свои распределенные нагрузки!!!*

Выберите «Переднюю плоскость» в плавающем дереве конструирования «FeatureManager» для параметра «Грань, кромка, плоскость» для направления.

В меню «Единицы измерения» выберите SI и выберите «На единицу длины».

В списке «Сила» нажмите Вдоль плоскости – направление 2.



Введите 400 Н.

Выберите Реверс направления.

Нажмите галочку.

Если выполнили все правильно, то получите результат, представленный на рисунке 2.14.



Рисунок 2.14 – Приложение распределенной нагрузки

### Создание сетки модели и запуск исследования

Чтобы создать сетку модели и запустить исследование в дереве исследования Simulation, нажмите правой кнопкой мыши значок «Сетка» и выберите «Создать сетку». Обратите внимание, что каждая из балок разделена на несколько элементов (рисунок 2.15).



Рисунок 2.15 – Сетка

В дереве исследования Simulation нажмите правой кнопкой мыши «исследование», выберите «Запуск».

### Просмотр эпюры поперечных сил

Нажмите правой кнопкой мыши папку «Результаты» и выберите «Определить диаграмму балки».

В окне «PropertyManager» в разделе «Отобразить» выберите «Поперечная сила в направлении 1» в разделе «Компонент».

Создайте график поперечных сил в направлении 1, потому что силы действуют параллельно длинной стороне прямоугольного поперечного сечения.

### Направления в результирующих эпюрах и графиках балок

*Направления 1 и 2 в результирующих эпюрах и графиках балок определены границей поперечного сечения.*

*Для поперечного сечения с прямоугольной границей направление 1 совпадает со стороной с более длинной границей. Направления 1 и 2 различны для каждой балки и не связаны с глобальной системой координат модели.*

**Задание для самостоятельного выполнения**

Выполните исследование задачи в соответствии с вариантом (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Исходные данные

Вариант	Сосредоточенная сила, Н	Момент, Н·м	Распределенная сила, Н
1	100	400	120
2	150	390	140
3	200	380	160
4	110	370	180
5	120	360	200
6	130	350	220
7	140	340	240
8	160	330	260
9	170	320	280
10	180	310	300
11	90	300	320
12	95	290	340
13	115	280	360
14	125	270	380
15	135	260	400

1 Создайте расчетную схему в соответствии с требованиями дисциплины «Механика материалов».

2 Создайте эпюру поперечных сил в направлении 1 (силы действуют параллельно длинной стороне прямоугольного поперечного сечения).

3 Создайте эпюру момента в направлении 2 (моменты действуют вокруг направления 2 прямоугольного поперечного сечения).

4 Создайте эпюру напряжения при изгибе в направлении 2 (моменты действуют вокруг направления 2 прямоугольного поперечного сечения).

**Контрольные вопросы**

- 1 Какие виды нагрузок применимы к балкам?
- 2 К каким элементам балки можно приложить ограничения свободы?
- 3 Каким образом приложить распределенную нагрузку к балкам?
- 4 Чем направление 1 отличается от направления 2?
- 5 Можно ли изменить единицы измерения усилия?

### 3 Практическая работа № 3. Кручение

**Цель работы:** получение навыков подготовки геометрической модели к расчету; изучение этапов решения задачи методом конечных элементов.

#### 3.1 Общие сведения

**Кручением** называется такой вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент.

В произвольном поперечном сечении бруса крутящий момент численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения.

#### 3.2 Порядок выполнения работы

Запустить SolidWorks.

1 Создать эскиз детали с указанными параметрами (рисунок 3.1).

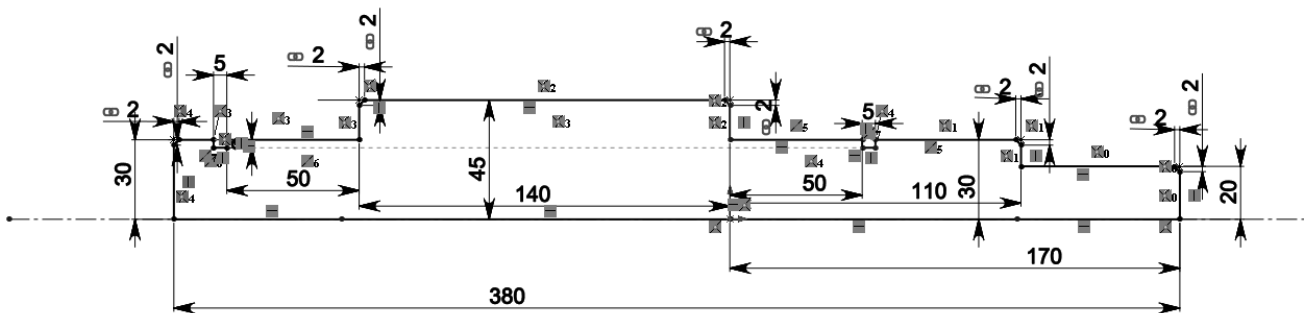


Рисунок 3.1 – Эскиз

2 Вставить ось при помощи инструмента «Вставка – Справочная геометрия – Ось».

3 Создать тело вращения при помощи команды «Повернутая бобышка» в соответствии с рисунком 3.2.

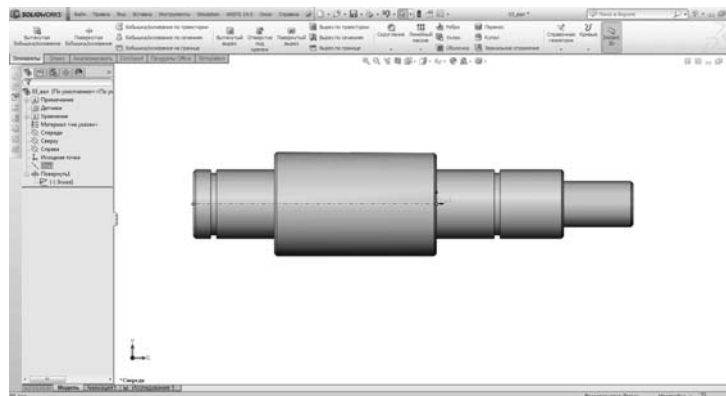


Рисунок 3.2 – Вал

4 Создать новое исследование в Simulation в соответствии с рисунком 3.3.

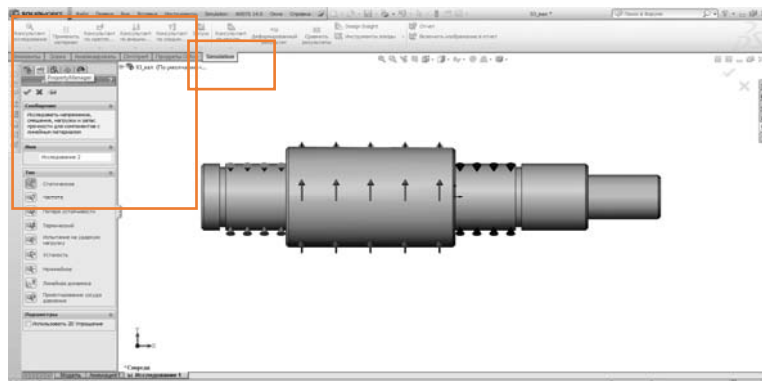


Рисунок 3.3 – Создание исследования

5 Задать материал вала «Легированная сталь».

6 Задать ограничения степеней свободы «Опора подшипника» на местах детали длиной 50 мм. В одной из опор активизировать функцию «Стабилизация вращения вала».

7 Задать величину крутящего момента 10 Н·м.

8 Создать конечно-элементную сетку вала с настройками по умолчанию.

9 Выполнить анализ.

10 По результатам полученного анализа заполнить таблицу 3.1.

### 3.3 Пример анализа

Для выполнения работы используются рисунки 3.4–3.13.

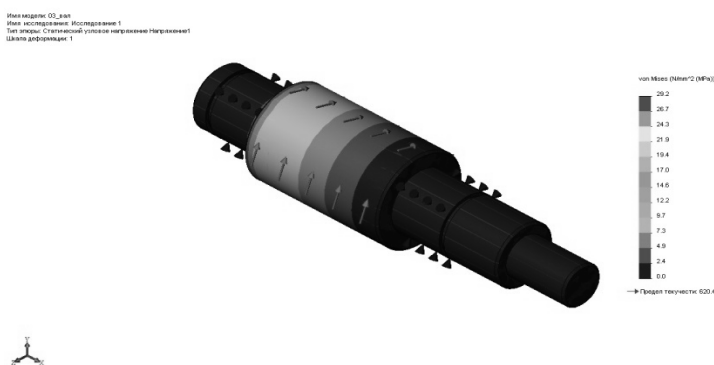


Рисунок 3.4 – Эквивалентные напряжения

Максимальная величина эквивалентных напряжений при нагрузке в 1000 Н·м составляет 29,2 МПа. Это значение переносится в таблицу 3.1.

Величина нормальных напряжений по оси  $X$  составляет 0 МПа.

Нормальные напряжения по оси  $Y$  равны 0, так же как и нормальные по  $X$ .

Величина нормальных напряжений по оси  $Z$  составляет –2 МПа.

Касательные напряжения по плоскости  $XY$ , составляют 7,6 МПа.

Касательные напряжения по  $YZ$  равны нулю, данное значение заносится в таблицу 3.1.

Имя модели: 02\_кар  
 Имя исследования: Исследование 1  
 Тип задачи: Статический упругий анализ напряжений Напряжения  
 Шаги деформации: 1

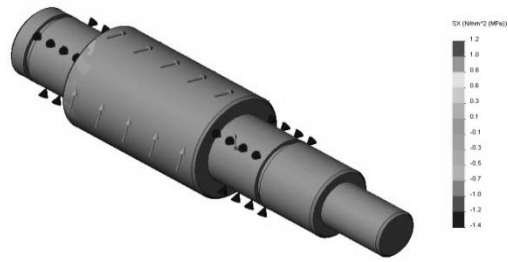


Рисунок 3.5 – Распределение нормальных напряжений по оси X

Имя модели: 02\_кар  
 Имя исследования: Исследование 1  
 Тип задачи: Статический упругий анализ напряжений Напряжения  
 Шаги деформации: 1

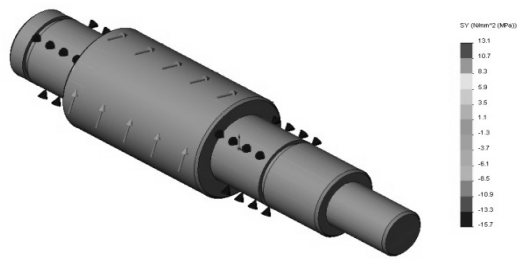


Рисунок 3.6 – Нормальные напряжения по оси Y

Имя модели: 02\_кар  
 Имя исследования: Исследование 1  
 Тип задачи: Статический упругий анализ напряжений Напряжения  
 Шаги деформации: 1

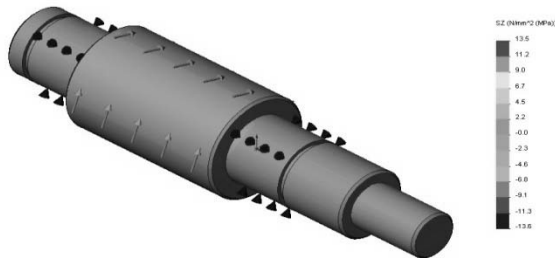


Рисунок 3.7 – Нормальные напряжения по оси Z

Имя модели: 02\_кар  
 Имя исследования: Исследование 1  
 Тип задачи: Статический упругий анализ напряжений Напряжения  
 Шаги деформации: 1

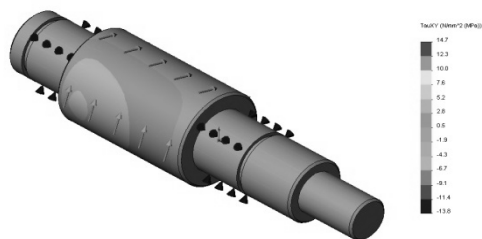


Рисунок 3.8 – Касательные напряжения по плоскости XY

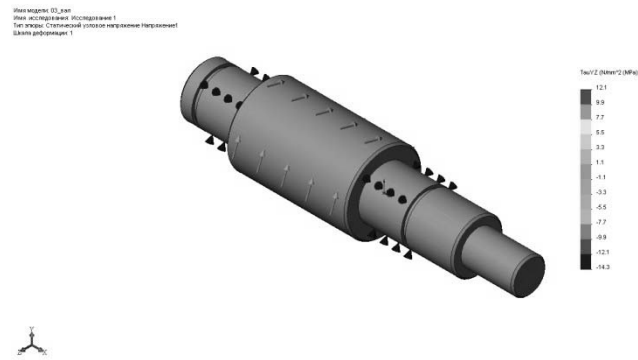


Рисунок 3.9 – Касательные напряжения по плоскости YZ

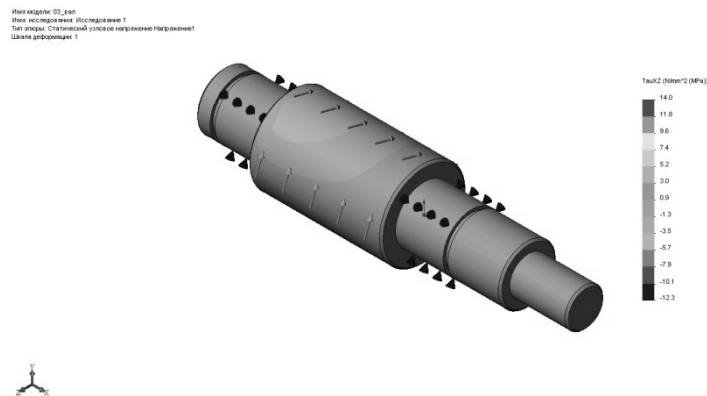


Рисунок 3.10 – Касательные напряжения по плоскости ZX

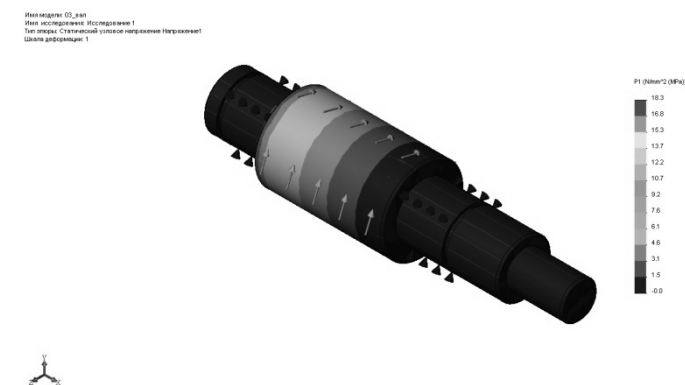


Рисунок 3.11 – Первые главные напряжения

Касательные напряжения в плоскости ZX равны  $-5,7$  МПа, данное значение переносится в таблицу 3.1.

Величина первых главных напряжений составляет  $6,1$  МПа, значение переносится в таблицу 3.1.



### **Контрольные вопросы**

- 1 Какие компоненты материала «Легированная сталь» отвечают за упругие свойства?
- 2 Процедура задания крутящего момента применительно к валу.
- 3 Как изменялась величина максимальных эквивалентных напряжений с ростом нагрузки?
- 4 Как Вы понимаете рисунок 3.14, изображенный ниже?

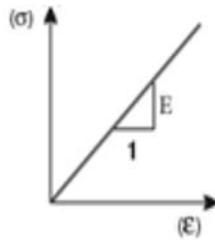


Рисунок 3.14 – Диаграмма деформирования

- 5 Определите вид нагружения вала по результатам проведенного Вами исследования и данным таблицы 3.1.

## **4 Практическая работа № 4. Линейно статические исследования напряженно-деформированного состояния детали**

**Цель работы:** проведение линейного статического исследования напряженно-деформированного состояния детали; определение главных напряжений в детали аналитическими методами.

### **4.1 Порядок выполнения работы**

- 1 Создайте эскиз с параметрами  $20 \times 120$  мм в соответствии с рисунком 4.1 и, используя команду «Вытянутая бобышка», твердотельную модель длиной 1000 мм.

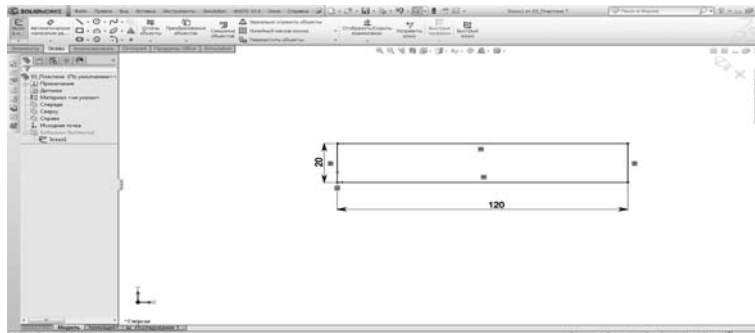


Рисунок 4.1 – Эскиз



2 Создайте линейное статическое исследование.

3 Задайте материал «Легированная сталь».

4 Создайте на одной торцевой грани ограничение от шести степеней свободы, а к противоположной приложите сжимающую нагрузку в зависимости от выданного варианта по таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Исходные данные

Номер варианта	Нагрузка, кН	Номер варианта	Нагрузка, кН
1	100	7	400
2	150	8	450
3	200	9	500
4	250	10	600
5	300	11	700
6	350	12	800

5 Создайте конечно-элементную сетку с настройками по умолчанию и выполните расчет.

6 По результатам вышевыполненного исследования заполните таблицы 4.2 и 4.3 применительно к грани, на которой приложено усилие в соответствии с рисунком 4.2.

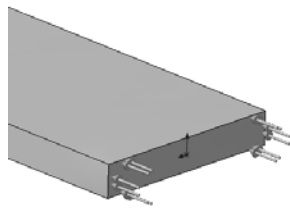


Рисунок 4.2 – Усилие

Таблица 4.2 – Результаты исследования перемещений в пластине

Нагрузка, кН	Перемещения по $X$ , мм	Перемещения по $Y$ , мм	Перемещения по $Z$ , мм	Результирующие перемещения, мм

Таблица 4.3 – Результаты исследования деформаций в пластине

Нагрузка, кН	Нормальные напряжения по оси $X$	Нормальные напряжения по оси $Y$	Нормальные напряжения по оси $Z$	Касательные напряжения по плоскости $XY$	Касательная напряжения по плоскости $ZY$	Касательная напряжения по плоскости $ZX$	Эквивалентные напряжения

Для защиты лабораторной работы необходимо подготовить отчет.

Отчет оформляется на листе бумаги. Проставляется дата, номер лабораторной работы, ФИО студента.

1 В отчет переносятся таблицы 4.2 и 4.3 с заполненными данными.

2 Используя данные из таблице 4.2 и 4.3, необходимо записать тензор напряжений второго ранга в численном виде.

$$T_H = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

3 Вычислить инварианты тензора напряжений

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z;$$

$$I_2 = -\sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2;$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z - \sigma_x \cdot \tau_{zy}^2 - \sigma_y \cdot \tau_{xz}^2 - \sigma_z \cdot \tau_{yx}^2 + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{zy} \cdot \tau_{xz}.$$

4 Записать ответы на контрольные вопросы.

### **Контрольные вопросы**

1 Сколько компонент напряжений используются при вычислении эквивалентных напряжений?

2 Можно ли определить величину эквивалентных напряжений через главные напряжения, действующие в пластине?

3 Покажите на рисунке 4.3 область упругой и область пластической деформации материала.

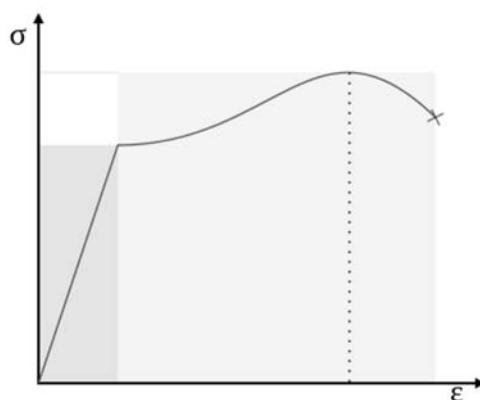


Рисунок 4.3 – Диаграмма деформирования

## 5 Практическая работа № 5. Исследование простого сварного соединения

**Цель работы:** получение практических навыков постановки и решения задачи исследования сварного соединения.

### 5.1 Порядок выполнения работы

Создайте эскиз в соответствии с рисунком 5.1 в SolidWorks с параметрами, приведенными в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Линейные размеры

Вариант	Линейный размер, мм	Вариант	Линейный размер, мм	Вариант	Линейный размер, мм
1	200	6	450	11	700
2	250	7	500	12	750
3	300	8	550	13	800
4	350	9	600	14	850
5	400	10	650	15	900

Создайте, используя команду «Вставка – Сварные детали – Конструкция» профиль квадратной трубы  $20 \times 20 \times 2$  мм длиной 250 мм с параметрами, как показано на рисунке 5.2. После выполнения команды должна получиться деталь, представленная на рисунке 5.3.

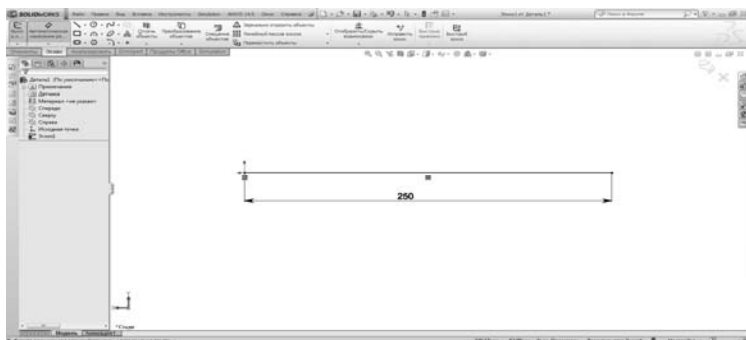


Рисунок 5.1 – Эскиз

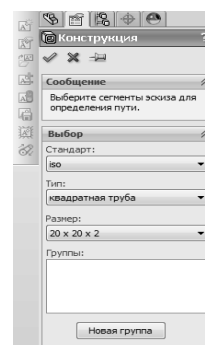


Рисунок 5.2 – Параметры профиля

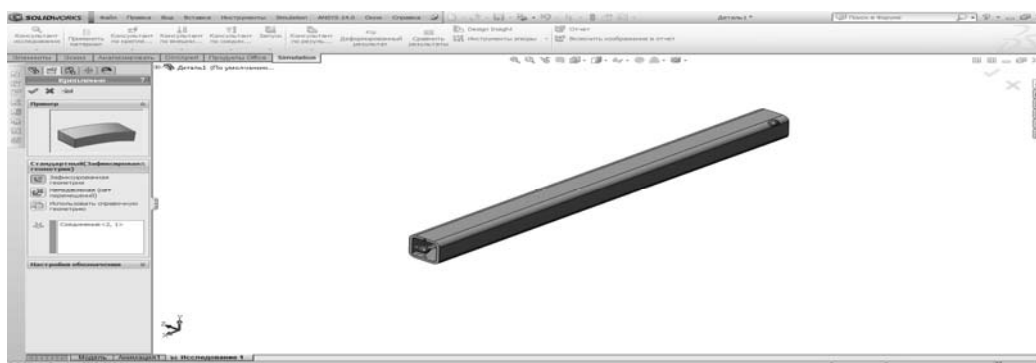


Рисунок 5.3 – Крепление детали

Создайте статическое исследование в Simulation.

Задайте материал «Легированная сталь» из библиотеки материалов. Выберите ограничение степени свободы (см. рисунок 5.3).

Задайте сжимающую нагрузку из таблицы 5.2, как показано на рисунке 5.4. В таблице содержатся варианты по нагрузкам для самостоятельного выполнения задания студентом.

Таблица 5.2 – Усилия

Вариант	Усилие, кН	Вариант	Усилие, кН	Вариант	Усилие, кН
1	20	6	14	11	25
2	15	7	13	12	27
3	17	8	18	13	29
4	19	9	11	14	30
5	12	10	21	15	35

Создайте конечно-элементную сетку. При правильном выполнении задания получится результат, представленный на рисунке 5.5.



Рисунок 5.4 – Создание зажимающей нагрузки

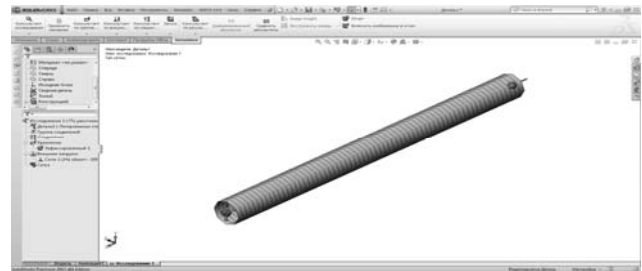


Рисунок 5.5 – Модель для исследования

Произведите исследование напряженно-деформированного состояния и заполните таблицу 5.3.

Таблица 5.3 – Результаты исследования

Результат	Величина	Название напряжения для объемного напряженного состояния
Величина усилия, кН	10	
Величина напряжения по оси, МПа		
Верхняя граница изгиба в направлении 1, МПа		
Верхняя граница изгиба в направлении 2, МПа		
Верхняя граница осевого напряжения и изгиба, МПа		
Крутильный, МПа		
Сдвиг в направлении 1, МПа		
Сдвиг в направлении 2, МПа		

Создайте объемную модель в соответствии со своим вариантом в SolidWorks. Затем проведите исследование объемного напряженно-деформированного состояния детали и сделайте заключение о правильности заполнения таблицы.

### **Контрольные вопросы**

- 1 Какой вид нагружения испытывает деталь?
- 2 Почему в файлах результатов при исследовании балочной модели отсутствует раздел, связанный с деформацией детали?
- 3 Почему различен уровень максимальных эквивалентных напряжений при первом и втором исследовании?
- 4 Составьте первый инвариант тензора деформаций для первого и второго исследования. Первый и второй инвариант девиатора деформаций запишется в следующей форме:

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 3\varepsilon_{cp};$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[ (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right].$$

## **6 Практическая работа № 6. Исследование напряжения в точке**

**Цель работы:** закрепление теоретических знаний и практических навыков исследования напряжений в точке с помощью формул теории упругости.

### **6.1 Порядок выполнения работы**

Показать по граням элемента направление заданных напряжений с учетом их знака отдельно на видимых, отдельно на невидимых гранях элемента. Вычислить величины главных напряжений и сделать необходимые проверки. Найти положения главных площадок и сделать необходимые проверки. Записать тензоры напряженного состояния в точке, шаровой тензор и девиатор напряжений и объяснить их смысл. Определить главные деформации. Вычислить относительное изменение объема материала элемента. Вычислить экстремальные касательные напряжения. Определить удельную потенциальную энергию изменения объема материала. Найти результирующее напряжение по четвертой теории прочности.

Дано: напряженное состояние в точке задано девятью компонентами. Величины компонент и их направление задается преподавателем в соответствии с вариантом по таблице 6.1. Необходимо определить величины главных напряжений и положение главных площадок, найти относительное изменение объема материала, вычислить результирующее напряжения по четвертой теории прочности.

$$\sigma_x = 20 \text{ МПа};$$

$$\sigma_y = 30 \text{ МПа};$$

$$\sigma_z = 40 \text{ МПа};$$

$$\tau_{xy} = 10 \text{ МПа};$$

$$\tau_{yz} = 10 \text{ МПа};$$

$$\tau_{zx} = 20 \text{ МПа};$$

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

Таблица 6.1 – Исходные данные

$$\mu = 0,3 \text{ МПа};$$

$$R = 210 \text{ МПа}.$$

Буква	Вариант	Напряжения, МПа			Буква	Вариант	Напряжения, МПа		
		$\sigma_x$	$\tau_{xy}$	$\tau_{yz}$			$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\tau_{zx}$
A	1	80	100	60	B	1	60	160	80
	2	100	50	100		2	120	80	50
	3	90	60	60		3	90	120	100
	4	90	80	60		4	100	80	100
	5	100	100	60		5	-90	-120	100
	6	160	100	90		6	80	60	60
	7	100	120	50		7	80	120	50
	8	100	100	50		8	150	50	100
	9	150	90	80		9	70	80	60
	0	140	60	100		0	-60	-100	90
C	1	150	100	50	D	1	90	60	50
	2	130	90	100		2	100	70	90
	3	70	120	60		3	-130	-100	90
	4	85	105	65		4	65	-165	85
	5	100	100	60		5	100	-85	100
	6	155	95	85		6	75	-80	55
	7	125	85	65		7	40	-85	75
	8	105	35	45		8	125	-140	15
	9	180	55	55		9	-60	50	110
	0	125	45	65		0	-95	-75	45

Для заданных напряжений необходимо:

- указать направление напряжений соответственно к варианту задания;
- определить положение главных площадок и напряжений на них;
- вычислить относительное изменение объема и удельную потенциальную энергию;
- выполнить проверку прочности материала согласно с третьей и четвертой теориями прочности.

1 Показываем две проекции бесконечно малого элемента с действующими на него напряжениями (рисунок 6.1).

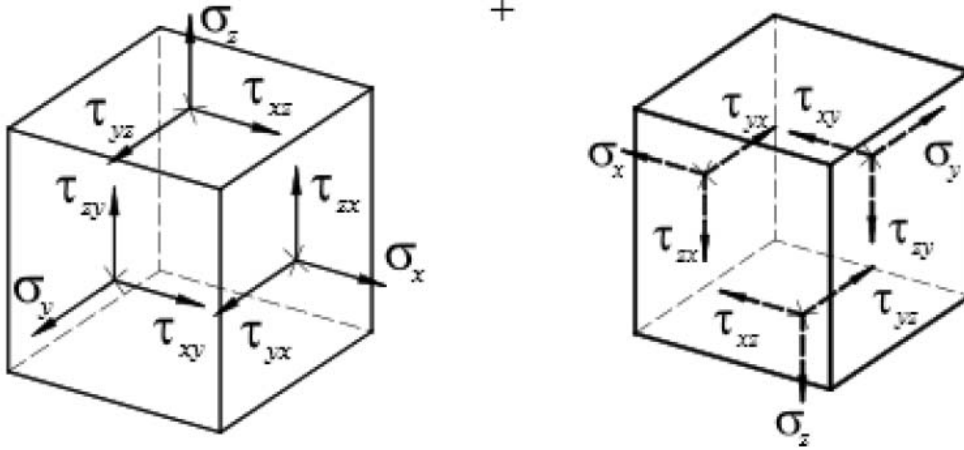


Рисунок 6.1 – Две проекции параллелепипеда  
2 Вычисляем главные напряжения:

$$\sigma_i^3 - I_1 \cdot \sigma_i^2 + I_2 \cdot \sigma_i - I_3 = 0,$$

где  $i = 1, 2, 3$ .

$$I_1^* = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 20 + 30 + 40 = 90 \text{ МПа};$$

$$I_2^* = \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 =$$

$$= 20 \cdot 30 + 30 \cdot 40 + 40 \cdot 20 - (10^2 + 20^2 + 10^2) = 2000 \text{ МПа}^2;$$

$$I_3^* = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z - \sigma_x \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_y \cdot \tau_{zx}^2 - \sigma_z \cdot \tau_{xy}^2 + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} =$$

$$= 20 \cdot 30 \cdot 40 - 20 \cdot 10^2 - 30 \cdot 20^2 - 40 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 20 = 10000 \text{ МПа}^3.$$

Кубическое уравнение

$$\sigma_i^3 - 90 \cdot \sigma_i^2 + 2000 \cdot \sigma_i - 10000 = 0;$$

$$K = \frac{2}{3} \sqrt{(I_1^2 - 3 \cdot I_2)} = \frac{2}{3} \sqrt{(90^2 - 3 \cdot 2000)} = 30,5505;$$

$$\theta = -2 \left( \frac{I_1}{3} \right)^3 + \frac{I_1 \cdot I_2}{3} - I_3 = -2 \left( \frac{60}{3} \right)^3 - 10000 = -4000;$$

$$W = \frac{4 \cdot \theta}{K^3} = \frac{4 \cdot (-4000)}{30,5505^3} = -0,5611;$$

$$\varphi = \frac{1}{3} \arcsin W = \frac{1}{3} \arcsin(-0,5611) = -11,3780^\circ;$$

$$\sigma_1 = K \cdot \sin(\varphi + 120^\circ) + \frac{I_1}{3} = 30,5505 \cdot \sin(-11,3780^\circ + 120^\circ) + \frac{90}{3} = 58,9511 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = K \cdot \sin(\varphi) + \frac{I_1}{3} = 30,5505 \cdot \sin(-11,3780^\circ) + \frac{90}{3} = 23,9730 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = K \cdot \sin(\varphi + 240^\circ) + \frac{I_1}{3} = 30,5505 \cdot \sin(-11,3780^\circ + 240^\circ) + \frac{90}{3} = 7,0760 \text{ МПа};$$

Напряженное состояние элемента при действии главных напряжений показано на рисунке 6.2.

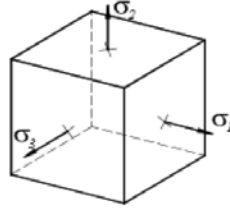


Рисунок 6.2 – Главные напряжения

Проверка:

$$-30^\circ \leq \varphi \leq 30^\circ;$$

$$-30^\circ \leq (-11,3780^\circ) \leq 30^\circ;$$

$$\sin(3\varphi) = W;$$

$$\sin(3 \cdot (-11,3780^\circ)) = -0,5611;$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3;$$

$$58,9511 > 23,9730 > 7,0760;$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 58,9511 + 23,9730 + 7,0760 = 90,0001 \text{ МПа};$$

$$I_2 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1 = 58,9511 \cdot 23,9730 + 23,9730 \cdot 7,0760 + 7,0760 \cdot 58,9511 = 2000,005 \text{ МПа}^2;$$

$$I_3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 = 58,9511 \cdot 23,9730 \cdot 7,0760 = 10000,0490 \text{ МПа}^3.$$

3 Определяем положение главных площадок, т. е. вычисляем направляющие косинусы  $l_i$ ,  $m_i$ ,  $n_i$ . Для этого представим систему уравнений

$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_i) \cdot l_i + \tau_{xy} \cdot m_i + \tau_{xz} \cdot n_i = 0; \\ \tau_{yx} \cdot l_i + (\sigma_y - \sigma_i) \cdot m_i + \tau_{yz} \cdot n_i = 0; \\ \tau_{zx} \cdot l_i + \tau_{zy} \cdot m_i + (\sigma_z - \sigma_i) \cdot n_i = 0 \end{cases}$$

и условие перпендикулярности  $l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1$  в виде



$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_i) \cdot \frac{l_i}{n_i} + \tau_{xy} \cdot \frac{m_i}{n_i} = -\tau_{xz}; \\ \tau_{yx} \cdot \frac{l_i}{n_i} + (\sigma_y - \sigma_i) \cdot \frac{m_i}{n_i} = -\tau_{yz}; \\ \left(\frac{l_i}{n_i}\right)^2 + \left(\frac{m_i}{n_i}\right)^2 + 1 = \frac{1}{n_i^2}. \end{cases}$$

Находим положение площадки, на которой действуют главные напряжения  $\sigma_i$ , т. е.  $l_i$ ,  $m_i$ ,  $n_i$ :

$$\begin{cases} (\sigma_x - \sigma_i) \cdot \frac{l_i}{n_i} + \tau_{xy} \cdot \frac{m_i}{n_i} = -\tau_{xz}; \\ \tau_{yx} \cdot \frac{l_i}{n_i} + (\sigma_y - \sigma_i) \cdot \frac{m_i}{n_i} = -\tau_{yz}. \end{cases}$$

Площадка 1. Решаем систему уравнений относительно неизвестных  $\frac{l_i}{n_i}$  и  $\frac{m_i}{n_i}$ :

$$\begin{cases} (20 - 58,9511) \cdot \frac{l_i}{n_i} + 10 \cdot \frac{m_i}{n_i} = -20 \Big| \cdot 10; \\ 10 \cdot \frac{l_i}{n_i} + (30 - 58,9511) \cdot \frac{m_i}{n_i} = -10 \Big| \cdot 38,9511; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -389,5110 \cdot \frac{l_i}{n_i} + 100 \cdot \frac{m_i}{n_i} = -200 \\ -389,5110 \cdot \frac{l_i}{n_i} + 1127,6772 \cdot \frac{m_i}{n_i} = -389,5110 \end{cases} -$$

$$-1027,6772 \cdot \frac{m_i}{n_i} = -589,5110. \text{ Тогда } \frac{m_1}{n_1} = 0,5736;$$

$$\frac{l_1}{n_1} = \left( -200 - 100 \cdot \frac{m_1}{n_1} \right) \cdot \frac{1}{-389,5110} = (-200 - 100 \cdot 0,5736) \cdot \frac{1}{-389,5110} = 0,6607;$$

$$(0,6607)^2 + (0,5736)^2 + 1 = \frac{1}{n_1^2}, \text{ отсюда } n_1 = 0,7526;$$

$$l_1 = 0,6607 \cdot 0,7526 = 0,4972;$$

$$m_1 = 0,5736 \cdot 0,7526 = 0,4317.$$

Проверка:

$$l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1;$$

$$0,4972^2 + 0,4317^2 + 0,7526^2 = 1,0000.$$

Следовательно,  $l_1 = 0,4672$ ,  $m_1 = 0,4317$ ,  $n_1 = 0,7526$ .

Аналогично находим положение 2-й и 3-й площадок, делаем проверки. Результаты сводим в таблицу 6.2.

Таблица 6.2 – Результаты расчетов

Площадка	$l_i$	$m_i$	$n_i$
$v_1$	0,4972	0,4317	0,7526
$v_2$	0,0758	-0,8857	0,4579
$v_3$	-0,8642	0,1705	0,4734

Таким образом,

$$\sigma_1 \rightarrow v_1(l_1, m_1, n_1);$$

$$\sigma_2 \rightarrow v_2(l_2, m_2, n_2);$$

$$\sigma_3 \rightarrow v_3(l_3, m_3, n_3).$$

4 Проверка ортогональности главных площадок:

$$l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2 = 0;$$

$$l_2 \cdot l_3 + m_2 \cdot m_3 + n_2 \cdot n_3 = 0;$$

$$l_3 \cdot l_1 + m_3 \cdot m_1 + n_3 \cdot n_1 = 0;$$

$$0,4972 \cdot 0,0758 + 0,4317 \cdot 0,8857 + 0,7526 \cdot 0,4579 = 0,0001;$$

$$0,0758 \cdot 0,8642 + 0,8857 \cdot 0,1705 + 0,4579 \cdot 0,4734 = 0,0003;$$

$$0,4972 \cdot 0,8642 + 0,4317 \cdot 0,1705 + 0,7526 \cdot 0,4734 = 0,0002.$$

Вычисление погрешности для указанных выражений. Вычисляем сумму положительных слагаемых и сумму отрицательных слагаемых, разность этих сумм делим на минимальную по модулю сумму. Например, для выражения

$$0,0377 - 0,3824 + 0,3446 = 0,3823 - 0,3824 = -0,0001$$

погрешность  $(0,0001 / 0,3824) \cdot 100 \% = 0,026 \%$ .

Аналогично можно вычислить погрешности и для остальных выражений.  
Тензор главных напряжений

$$T = \begin{vmatrix} 58,9511 & 0 & 0 \\ 0 & 23,9730 & 0 \\ 0 & 0 & 7,0760 \end{vmatrix}.$$

Шаровой тензор

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(20 + 30 + 40) = 30 \text{ МПа};$$

$$Ш_H = \begin{pmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{pmatrix}.$$

Шаровой тензор – равномерное всестороннее растяжение, при котором изменяется объем элемента без изменения его формы.

Девиатор напряжений:

$$D_H = \begin{pmatrix} \sigma_x - \sigma_{cp} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_{cp} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_{cp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 10 & 20 \\ 10 & 0 & 10 \\ 20 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

Девиатор напряжений характеризует состояние сдвига, при котором изменяется форма элемента без изменения его объема.

5 Определяем главные деформации:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot [58,9511 - \mu \cdot (23,9730 + 7,0760)] = 2,5 \cdot 10^{-4};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_2 - \mu \cdot (\sigma_3 + \sigma_1)] = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot [23,9730 - \mu \cdot (7,0760 + 58,9511)] = 2,1 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_3 - \mu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)] = \frac{1}{2 \cdot 10^5} \cdot [7,0760 - \mu \cdot (58,9511 + 23,9730)] = -8,9 \cdot 10^{-5}.$$

6 Относительное изменение объема материала:

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 2 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-5} + 9 \cdot 10^{-5} = 1,8 \cdot 10^{-4}.$$

Проверка:

$$\theta = \frac{1 - 2 \cdot \mu}{E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1 - 2 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^5} \cdot (58,9511 + 23,9730 + 7,0760) = 1,8 \cdot 10^{-4}.$$

7 Вычисление экстремальных касательных напряжений

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{58,9511 - 23,9730}{2} = 17,4891 \text{ МПа};$$

$$\tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} = \frac{23,9730 - 7,0760}{2} = 8,4485 \text{ МПа};$$

$$\tau_{31} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} = \frac{7,0760 - 58,9511}{2} = -25,9375 \text{ МПа}.$$

Удельная потенциальная энергия

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2 \cdot E} \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2 \cdot \mu \cdot (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} \cdot [58,9511^2 + 23,9730^2 + 7,0760^2 - \\ &- 2 \cdot 0,3 \cdot (58,9511 \cdot 23,9730 + 23,9730 \cdot 7,0760 + 7,0760 \cdot 58,9511)]. \end{aligned}$$

$$u = 0,00725 \text{ МДж/м}^3.$$

8 Проверка прочности материала по IV теории:

$$\sigma_{расч}^{IV} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]};$$

$$\begin{aligned} \sigma_{расч}^{IV} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(58,9511 - 23,9730)^2 + (23,9730 - 7,0760)^2 + (58,9511 - 7,0760)^2]} = \\ &= 45,8257 \text{ МПа} \leq 210 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Прочность по нормальным напряжениям обеспечена.

### **6.2 Требования к выполнению работы**

Лабораторная работа оформляется письменно. Титульный лист должен содержать наименование учреждения образования, кафедры, название дисциплины, номер лабораторной работы, ФИО студента и преподавателя. Структура исследования должна повторять приведенный пример выполнения исследования.

## **7 Практическая работа № 7. Исследование напряженно-деформированного тела с определением напряжений в точке**

**Цель работы:** проведение статического исследования напряженно-деформированного состояния детали; исследование объемного напряженного состояния объекта.

### **7.1 Порядок выполнения работы**

Создайте эскиз в SW в соответствии с рисунком 7.1 и таблицей 7.1. В таблице 7.1 содержатся варианты. При построении эскиза по варианту возможны отклонения от формы, поэтому необходимо выдержать размер «L», остальные размеры можно скорректировать студенту самостоятельно.

Таблица 7.1 – Исходные данные для создания эскиза

Вариант	Линейный размер $L$ , мм	Вариант	Линейный размер $L$ , мм	Вариант	Линейный размер $L$ , мм
1	32	6	37	11	42
2	33	7	38	12	43
3	34	8	39	13	44
4	35	9	40	14	45
5	36	10	41	15	46

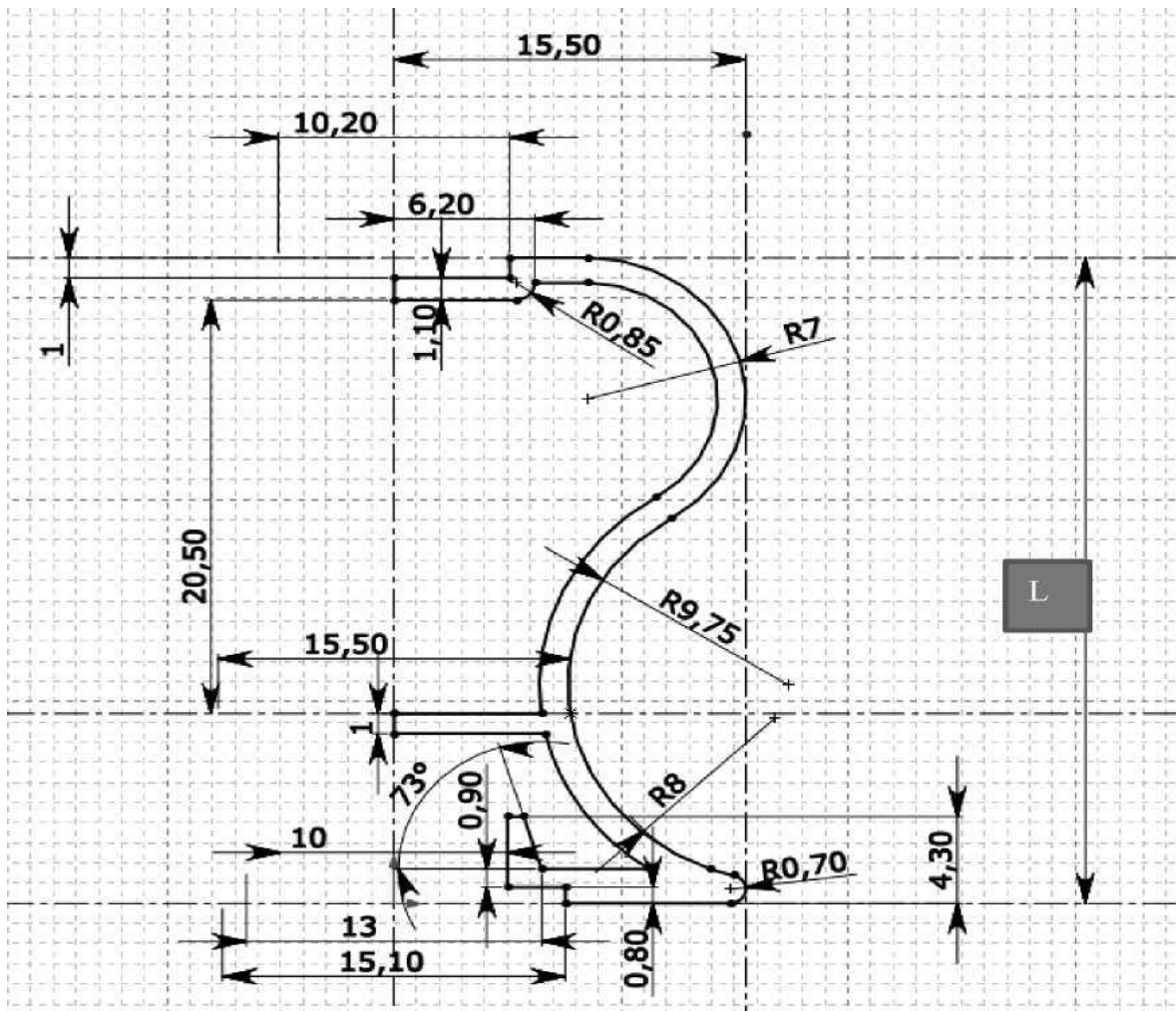


Рисунок 7.1 – Эскиз

Далее создайте объемную твердотельную параметрическую модель, представленную на рисунке 7.2, длиной 100 мм.

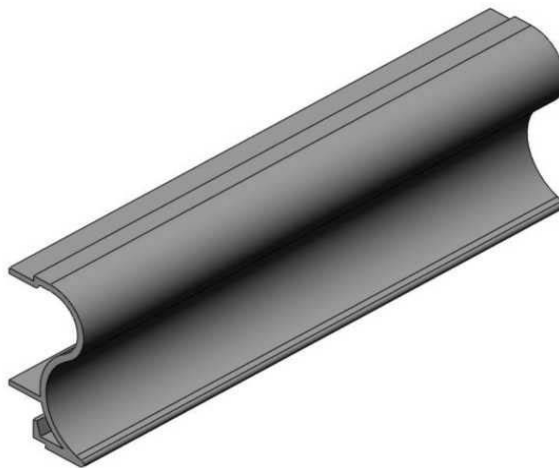


Рисунок 7.2 – Деталь

Выполните при помощи команды «Скругление» скругление кромок, как показано на рисунке 7.3 (для красных стрелок – 0,5 мм, для синих – 0,3 мм).

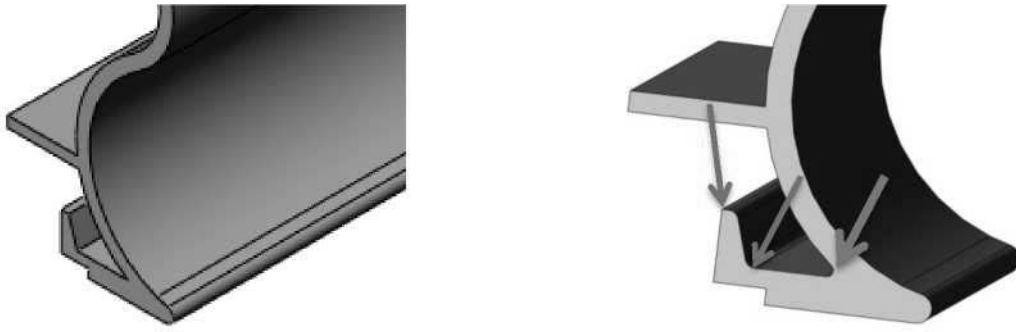


Рисунок 7.3 – Скругления кромок

Выполните команду зеркальное отражение и получите деталь, как представлено на рисунке 7.4.



Рисунок 7.4 – Исходная деталь для исследования

Создайте статическое исследование в Simulation.

Задайте материал «Легированная сталь».

Выберите ограничение степени свободы и задайте нагрузку как показано на рисунке 7.5.

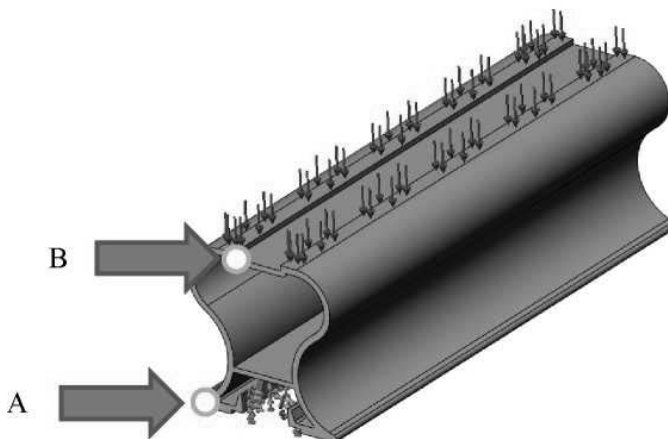


Рисунок 7.5 – Задание ограничений

В таблице 7.2 содержатся варианты по нагрузкам для самостоятельного выполнения задания студентом.

Таблица 7.2 – Исходные данные для создания нагрузки

Вариант	Усилие, кН	Вариант	Усилие, кН	Вариант	Усилие, кН
1	1,00	6	1,45	11	1,25
2	1,20	7	1,35	12	1,55
3	1,30	8	1,80	13	1,70
4	1,40	9	1,10	14	1,65
5	1,50	10	1,15	15	1,75

Выполните исследование для объемной твердотельной модели для точки *A* и точки *B*.

Отчет оформляется на листе бумаги или в Microsoft Word. На титульном листе указываются все необходимые сведения (название вуза, кафедры, дисциплины, номер практической работы, ФИО студента, преподавателя).

Далее в отчет переносится таблица 7.3 с заполненными данными для точки *A* и точки *B*.

Таблица 7.3 – Результаты исследования

Вариант	Максимальные нормальные напряжения по оси <i>X</i> , МПа	Максимальные нормальные напряжения по оси <i>Y</i> , МПа	Максимальные нормальные напряжения по оси <i>Z</i> , МПа	
	Максимальные касательные напряжения по плоскости <i>XY</i> , МПа	Максимальные касательные напряжения по плоскости <i>YZ</i> , МПа	Максимальные касательные напряжения по плоскости <i>ZX</i> , МПа	
	Максимальные эквивалентные напряжения, МПа	Вид напряженно-деформированного состояния	Коэффициент запаса	
			Точка <i>A</i>	Точка <i>B</i>

## 8 Практическая работа № 8. Исследование сварных соединений

**Цель работы:** изучение возможностей моделирования сварных соединений средствами Simulation.

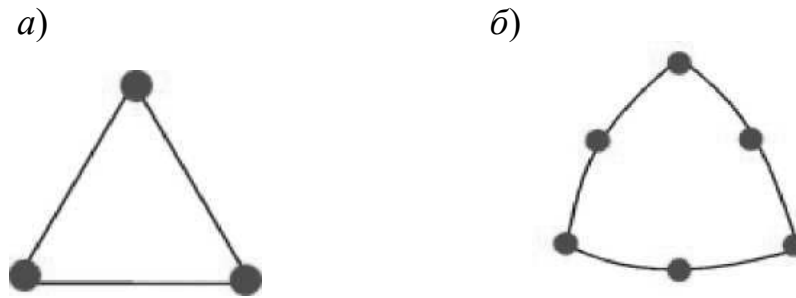
### 8.1 Общие сведения

При использовании элементов оболочки программа создает один из следующих типов элементов в зависимости от того, какие параметры создания сетки активированы для исследования.



**Сетка низкого качества.** Автоматический создатель сетки создает линейные треугольные элементы оболочки (рисунок 8.1, а).

**Сетка высокого качества.** Автоматический создатель сетки создает параболические треугольные элементы оболочки (рисунок 8.1, б).



а – линейный треугольный элемент; б – параболический треугольный элемент

Рисунок 8.1 – Элементы оболочки

Линейный треугольный элемент оболочки представляет собой три угловых узла, соединенных тремя прямыми кромками. Параболический треугольный элемент представляет собой три угловых узла, три средних узла и три параболические кромки. Для исследований листового металла толщина оболочки извлекается автоматически из геометрии модели.

Чтобы задать необходимый параметр для исследования, нажмите правой кнопкой мыши папку **Сетка**, выберите **Создать сетку** и разверните окно **Дополнительно**.

Элементы оболочки – это двумерные элементы, способные противостоять мембранным нагрузкам и изгибающим нагрузкам.

Для исследований конструкций у каждого узла в элементах оболочки имеется шесть степеней свободы: три перемещения и три вращения. Степени свободы перемещения – это движения в глобальных направлениях  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Степени свободы вращения – это вращения вокруг глобальных осей  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

Для термических задач каждый узел имеет одну степень свободы, которой является температура.

*Примечание* – Только для испытаний на ударную нагрузку детали из листового металла согласуются с твердыми объектами.

Программное обеспечение автоматически создает сетку оболочки для следующих фигур.

Листовой металл равномерной толщины (рисунок 8.2). Для моделей листового металла создается сетка оболочечных элементов (рисунок 8.3), кроме исследований испытаний на ударную нагрузку. Программа назначает толщину оболочки, основываясь на толщине листового металла. Пользователь может отредактировать определение оболочки перед выполнением исследования.

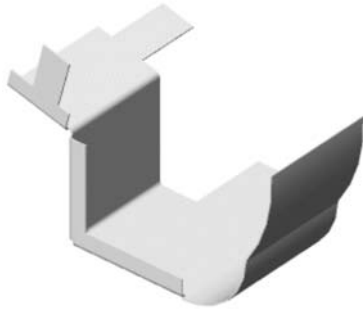


Рисунок 8.2 – Модель листового металла

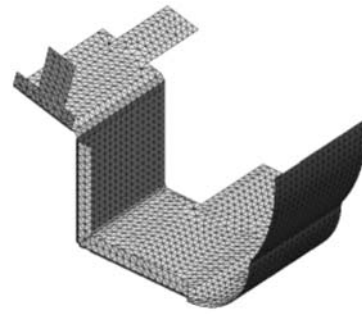


Рисунок 8.3 – Сетка оболочки

Тела поверхностей. Твердые тела сочетаются с элементами оболочки. Программное обеспечение назначает определение для тонкой оболочки к каждой поверхности. Пользователь может отредактировать определение оболочки перед выполнением исследования.

*Примечание* – Программа автоматически создает комбинированную сетку, когда в одну модель включены твердые тела и поверхности или элементы листового металла.

Достаточно точная сетка низкого качества дает в общем такие же результаты, как сетка высокого качества с таким же количеством элементов. Разница между двумя результатами возрастает, если модель имеет изогнутую форму.

### Задачи моделирования оболочек

При создании исследования программа автоматически определяет тип сетки для твердого тела, оболочки или смешанный на основании существующей геометрии.

#### Создание сетки оболочки

*Листовой металл.* Листовой металл равномерный по толщине (кроме исследований испытания на ударную нагрузку) автоматически рассматривается программой в качестве оболочки. Программное обеспечение извлекает средние поверхности и создает сетку оболочки в срединной плоскости.

*Поверхностные фигуры.* Фигуры поверхностей автоматически рассматриваются программой в качестве оболочек. Сетка оболочки создается на поверхности (расположена в срединной поверхности оболочки).

*Твердотельные детали.* Твердотельные детали не разбиваются сеткой с оболочечными элементами. Однако можно создать фигуру поверхности из грани твердого тела двумя способами.

1 Откройте документ детали и нажмите «Вставить → Поверхность → Смещение». Затем выберите грань твердого тела и укажите направление и расстояние смещения.

2 Нажмите «Вставить → Поверхность → Промежуточная поверхность», чтобы вставить промежуточную поверхность между парой граней.

*Примечание* – Программа автоматически применяет комбинированную сетку, когда в модели присутствуют различные геометрические формы.

### Назначение толщины

*Листовой металл.* Программа автоматически извлекает и назначает толщину листового металла к оболочке. Нельзя изменить толщину. Можно выбрать между определениями тонкой и утолщенной оболочки.

*Фигура поверхности.* Программа по умолчанию назначает нулевую толщину. Можно изменить толщину оболочки в PropertyManager (Менеджере свойств) **Определение оболочки**. Можно выбрать между определениями тонкой и утолщенной оболочки.

*Примечание* – В качестве основного правила: тонкие оболочки могут использоваться при отношении толщины к пролету менее 0,05.

### Приложение нагрузок, крепления и управление сеткой

*Листовой металл.* Нагрузки и крепления автоматически переносятся на серединную поверхность.

Чтобы применить крепление или нагрузку к *кромке оболочки*, выберите *связанную грань* твердого тела.

Чтобы применить крепление, нагрузку или управление сеткой к *вершине оболочки*, выберите *связанную кромку* твердого тела.

*Фигура поверхности.* Приложите нагрузки или крепления к кромкам и/или вершинам поверхностей.

Можно приложить давление к кромке оболочки. Давление задается на единицу площади.

Программа внутренне использует толщину оболочки. Эквивалентная сила, приложенная к кромке, равна произведению значения давления, длины кромки и толщины оболочки.

*Примечание* – Поскольку элементы оболочки имеют вращательные степени свободы, необходимо дифференцировать **Неподвижное** ограничение (нет перемещения) и **Зафиксированную геометрию** (нет перемещения и нет вращения). Также можно применить концентрированные моменты, используя параметр **Сила/Вращательный момент** PropertyManager (Менеджера свойств).

### Создание сетки

Примените необходимое управление сеткой на надлежащих гранях, кромках и вершинах. До создания сетки убедитесь, что параметры создания сетки активированы, и укажите все необходимые параметры управления сеткой.

При создании оболочки можно выбрать постановку задачи для тонкой или толстой оболочки. Тонкие оболочки могут использоваться при отношении толщины к шагу, меньшем или равным 0,05.

### Просмотр результирующих напряжений оболочек

При составлении списка или построении графиков результирующих напряжений можно выбрать один из следующих параметров (рисунок 8.4).

**Сверху.** Общие (мембранное + изгибающее) напряжения на верхней грани.

**Снизу.** Общие (мембранное + изгибающее) напряжения на нижней грани.

**Мембрана.** Составляющая мембранного напряжения.

## Изгибание. Компонент напряжения сгибания.

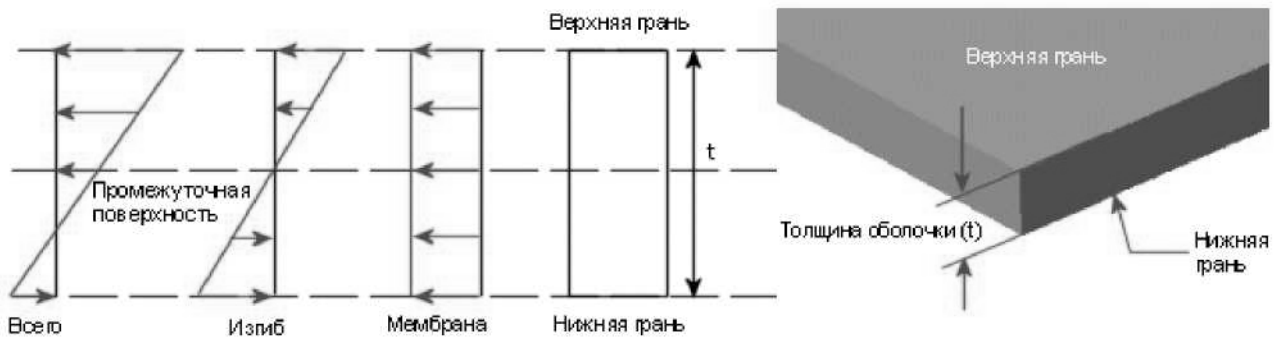


Рисунок 8.4 – Результирующие напряжений оболочек.

Хотя результаты перемещений в статических исследованиях и температуры в термических исследованиях не меняются, если оболочки не выравнены, рекомендуется выравнивать оболочки для всех исследований. Нажмите «Автоматическое повторное выравнивание поверхности оболочки» в «Настройки по умолчанию > Сетка», чтобы программа автоматически перестраивала поверхности оболочки.

### 8.2 Порядок выполнения работы

Для выполнения данного исследования необходимо выполнить сборочное соединение по аналогии с представленным на рисунке 8.5. После создания сборки средствами SW необходимо создать статическое исследование в Simulation. После задать материал «Листовая углеродистая сталь».

Далее необходимо вызвать контекстное меню, когда курсор мыши находится напротив позиции «деталь». Затем выбрать меню «Определить оболочку выбранными гранями». Выбор граней целесообразно производить в последовательности, которая будет формировать непрерывную поверхность (т. е. не допускать разрыва между поверхностями). В контекстном меню «Определение оболочки» определяется тип оболочки (тонкостенный, утолщенный, составной). В данном случае необходимо оставить выбор по умолчанию «тонкостенный» и задать толщину пластины в соответствии с заданным преподавателем вариантом.

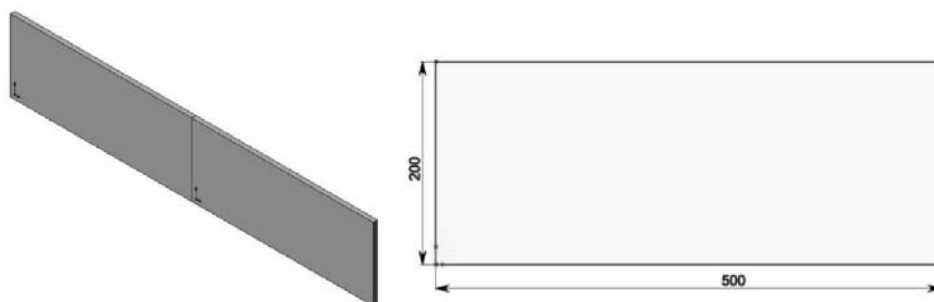


Рисунок 8.5 – Взаимное расположение элементов в сборке и линейные размеры эскиза

После определения оболочечных поверхностей необходимо создать конечно-элементную сетку с настройками по умолчанию. При правильно выполненных действиях получится результат, представленный на рисунке 8.6.

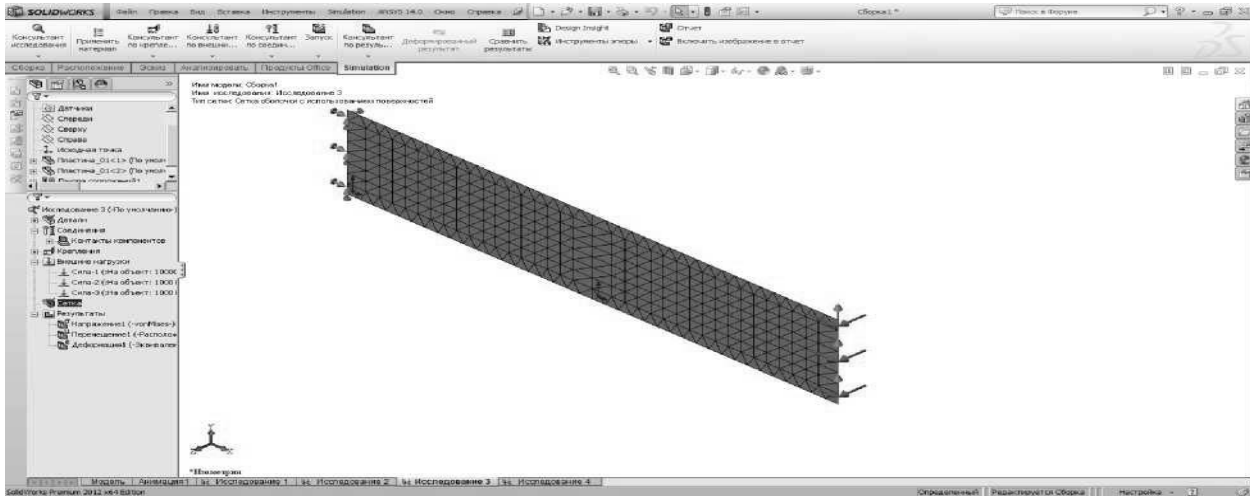


Рисунок 8.6 – Конечно-элементная сетка оболочного типа

Далее задайте граничные условия (закрепления по грани от шести степеней свободы и нагрузки по трем направлениям в соответствии с вариантом) (таблица 8.1).

Таблица 8.1 – Исходные данные

Вариант	$F_x$ , кН	$F_y$ , кН	$F_z$ , кН	Вариант	$F_x$ , кН	$F_y$ , кН	$F_z$ , кН
1	10000	1000	1000	9	12500	1250	1250
2	11000	1100	1100	10	10900	1090	1090
3	9000	900	900	11	6000	600	600
4	9500	950	950	12	8000	800	800
5	10500	1050	1050	13	7000	700	700
6	10700	1070	1070	14	7500	750	750
7	12000	1200	1200	15	4500	450	450
8	13000	1300	1300				

Проведите исследование напряженно-деформированного состояния и сохраните результаты проведенной работы в файле SW с именем, соответствующим Вашей фамилии. Далее ознакомьтесь с представленной информацией по моделированию сварных соединений средствами Simulation.

Для дальнейшей работы необходимо создать новое статическое исследование в SW и выполнить все действия по созданию оболочной конечно-элементной сетки. Далее необходимо вызвать контекстное меню «Соединения», выбрать параметр «Торцевой сварной шов» и произвести выбор граней, как было описано выше. При правильном выполнении данного пункта получится результат, как представлено на рисунке 8.7.

Задайте стыковой сварной двусторонний шов при использовании американского стандарта оценки сварного соединения. Задайте граничные условия в соответствии с вариантом и проведите исследования напряженно-деформи-

рованного состояния. При правильно выполненной последовательности получатся результаты, как показано на рисунке 8.8.

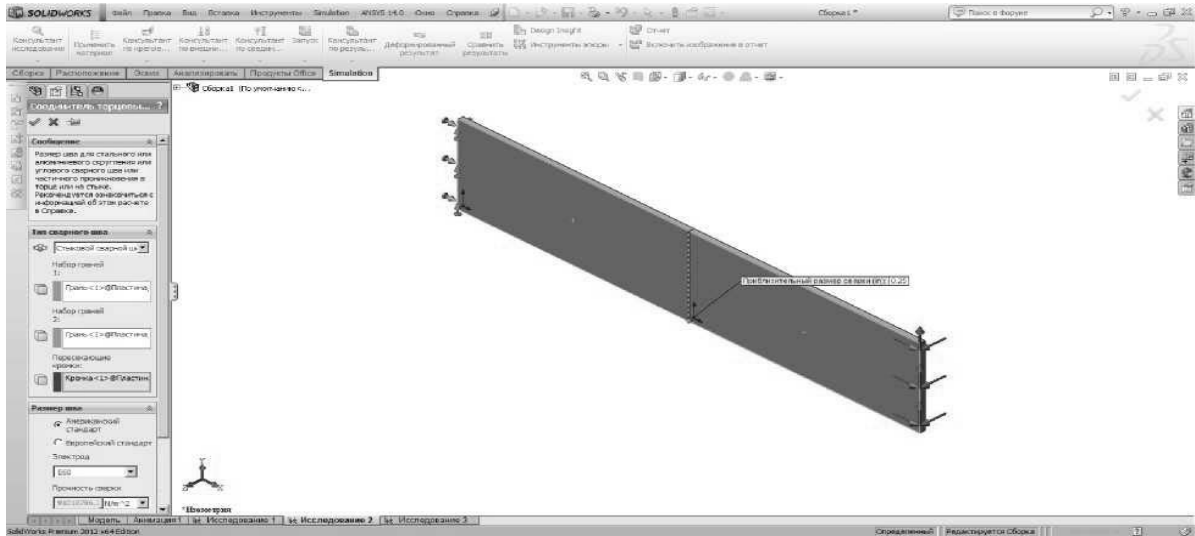
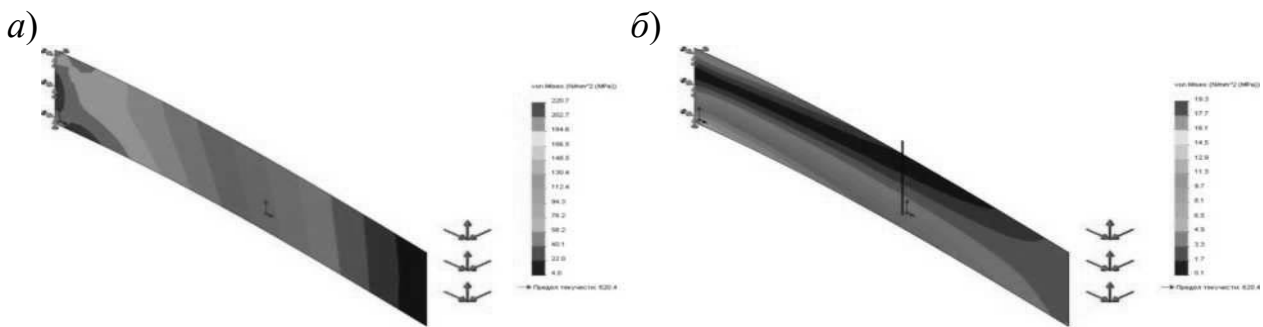


Рисунок 8.7 – Результат моделирования сварного соединения



а – эквивалентные напряжения в сборке без моделирования сварного шва;  
 б – эквивалентные напряжения в сборке при моделировании сварного шва

Рисунок 8.8 – Распределение эквивалентных напряжений в сборке

Сделайте заключение по результатам выполненной работы, в котором отразите следующие вопросы.

### **Контрольные вопросы**

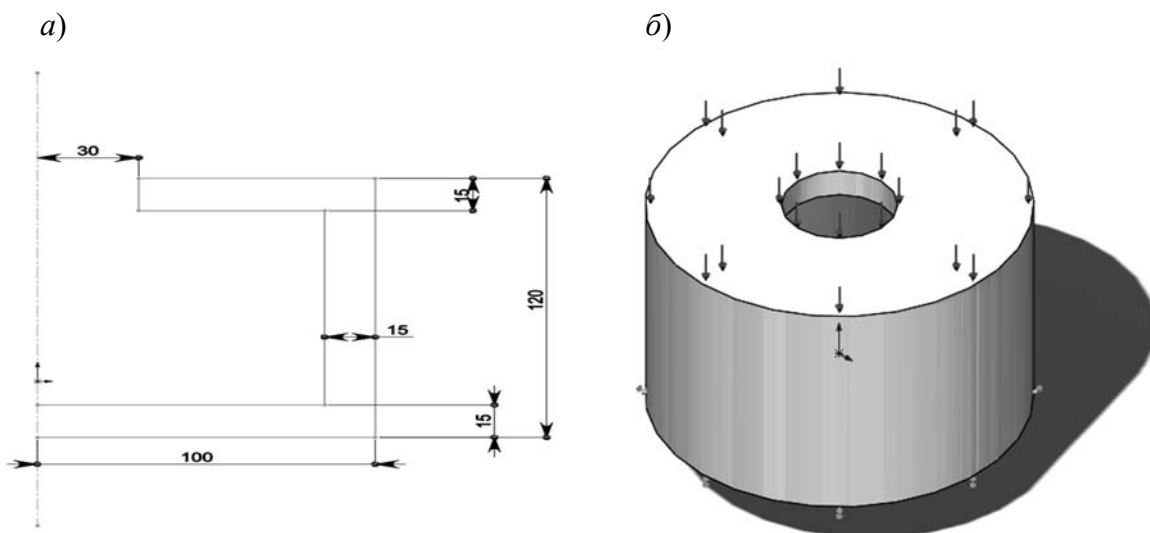
- 1 Почему величина максимальных эквивалентных напряжений отличается при моделировании сварного соединения и без него?
- 2 Что необходимо сделать, чтобы получить одинаковые результаты максимальных эквивалентных напряжений в обоих случаях?

## 9 Практическая работа № 9. Решение осесимметричных задач

**Цель работы:** систематизация полученных навыков использования метода конечных элементов применительно к программному обеспечению SW Simulation.

### 9.1 Порядок выполнения работы

Осесимметричному баку с отверстием наверху (геометрические размеры на рисунке 9.1, а) приложено давление в 20 Мпа. Бак твердо зафиксирован в его основании, как показано на рисунке 9.1, б. Бак сделан из стали, имеющей модуль упругости 195 кН/мм и отношение Пуассона 0,3.



а – эскиз; б – объемная модель

Рисунок 9.1 – Бак

- 1 Создайте объемную модель бака.
- 2 Задайте граничные условия.
- 3 Создайте конечно-элементную модель, не превышающую 4500 элементов.
- 4 Проверьте настройки материала, используемые программой, исправьте при необходимости.
- 5 Запустите исследование на расчет.

### Контрольные вопросы

- 1 Какие граничные условия для решения задачи Вы применяли (перечислить все)?
- 2 Какие максимальные эквивалентные напряжения (касательные, нормальные) были рассчитаны?
- 3 Какой размер конечного элемента Вы использовали при решении задачи?

## Список литературы

- 1 **Кривошапко, С. Н.** Сопротивление материалов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С. Н. Кривошапко. – Москва: Юрайт, 2016. – 413 с.
- 2 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов : учебник для вузов / М. Д. Подскребко. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 797 с.
- 3 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов. Основы теории упругости, пластичности, ползучести и механики разрушения : учебное пособие для вузов / М. Д. Подскребко. – Минск: Вышэйшая школа, 2009. – 670 с.
- 4 **Дарков, А. В.** Сопротивление материалов : учебник / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Альянс, 2018. – 624 с.
- 5 **Окопный, Ю. А.** Механика материалов и конструкций : учебник для вузов / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. П. Чирков. – 2-е изд., доп. – Москва: Машиностроение, 2002. – 436 с.
- 6 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов. Лабораторный практикум : учебное пособие / М. Д. Подскребко, О. И. Мисуно, С. А. Легенький. – Минск: Амалфея, 2001. – 272 с.
- 7 **Скопинский, В. Н.** Сопротивление материалов : учебное пособие в 2 ч. / В. Н. Скопинский, А. А. Захаров. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: МГИУ, 2005. – Ч. 2. – 165 с.
- 8 **Скопинский, В. Н.** Практическое руководство к расчетам по сопротивлению материалов : учебное пособие / В. Н. Скопинский. – Москва: МГИУ, 2007. – 240 с.
- 9 **Захаров, А. А.** Лаборатория сопротивления материалов : учебное пособие / А. А. Захаров, Е. А. Мороз, А. Б. Сметанкин. – Москва: МГИУ, 2007. – 123 с.
- 10 **Старовойтов, Э. И.** Сопротивление материалов : учебник / Э. И. Старовойтов. – Москва: Физматлит, 2008. – 384 с.
- 11 **Копнов, В. А.** Сопротивление материалов. Руководство для решения задач и выполнения лабораторных и расчётно-графических работ : учебное пособие / В. А. Копнов, С. Н. Кривошапко. – Минск: Высшая школа, 2003. – 351 с.