

DOI: 10.53078/20778481_2021_3_108

УДК 629.114.2

Э. И. Ясюкович

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ МНОГООСНЫХ КОЛЕСНЫХ МАШИН

E. I. Yasyukovich

SIMULATION OF CONTROLLED DIRECTIONAL MOTION OF MULTI-AXLE WHEELED MACHINES

Аннотация

Рассматриваются разработанные математическая модель и программное обеспечение для имитационного моделирования управляемого курсового движения и вертикальной динамики многоосных колесных машин. Обсуждаются полученные результаты расчетных исследований трех- и четырехосных колесных машин по моделируемой недеформируемой опорной поверхности со случайным макро- и микропрофилем.

Ключевые слова:

многоосная колесная машина, математическая модель, имитационное моделирование, микро- и макропрофиль опорной поверхности, вертикальная динамика, управляемое курсовое движение, курсовая устойчивость, управляемость.

Для цитирования:

Ясюкович, Э. И. Имитационное моделирование управляемого курсового движения многоосных колесных машин / Э. И. Ясюкович // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2021. – № 3(72). – С. 108–116.

Abstract

The developed mathematical model and software for simulation of controlled directional motion and vertical dynamics of multi-axle wheeled vehicles are considered. The results of computational studies of three- and four-axle wheeled vehicles on a simulated non-deformable supporting surface with a random macro- and micro-profile are discussed.

Keywords:

multi-axle wheeled vehicle, mathematical model, simulation modeling, micro-and macro-profile of the bearing surface, vertical dynamics, controlled directional movement, directional stability, controllability.

For citation:

Yasyukovich, E. I. Simulation of controlled directional motion of multi-axle wheeled machines / E. I. Yasyukovich // The Belarusian-Russian university herald. – 2021. – № 3(72). – P. 108–116.

Введение

Повышение эффективности многоосных грузовых колесных машин, обладающих высокой маневренностью, курсовой устойчивостью и управляемостью, требует рационального выбора

их массогеометрических параметров, а также упругих характеристик подвески и шин. В связи с этим была поставлена задача разработки имитационной математической модели управляемого курсового движения с учетом вертикальной динамики назван-

ных машин при движении их по дорогам с микро- и макропрофилем.

Представлены основные характеристики разработанных математического и программного обеспечений виртуальных испытаний управляемого курсового движения многоосных грузовых колесных машин по недеформируемой опорной поверхности. Программное обеспечение (ПО) позволяет оценить влияние основных массогеометрических параметров, упруго-диссипативных характеристик подвески и шин колесной машины на ее курсовую устойчивость и управляемость. При моделировании маневров разработанное ПО дает возможность выбирать рациональные скорости поступательного движения для обеспечения движения колесной машины без отрыва шин ее колес от опорной поверхности и без их скольжения.

Расчетные схемы и математическая модель управляемого курсового движения с учетом вертикальной динамики многоосных колесных машин

Для построения имитационной математической модели исследуемой механической системы были разработаны расчетные схемы управляемого курсового движения многоосной колесной машины (рис. 1) и ее вертикальной динамики (рис. 2).

В обозначениях параметров и независимых координат моделируемой механической системы используются двухзначные индексы, первые цифры которых относятся к ее левому борту, а вторые – к правому.

Вывод уравнений управляемого курсового движения и вертикальной динамики многоосной колесной машины выполнен на основе математической схемы Лагранжа второго рода.

Разработанная имитационная математическая модель управляемого курсового движения исследуемой меха-

нической системы содержит динамические уравнения и уравнения кинематических связей эластичных шин колесных движителей с опорной поверхностью.

Для моделирования управляемого курсового движения колесной машины на каждом шаге интегрирования уравнений ее движения необходимо вычислять значения боковых реакций Y_{ij} опорной поверхности на шину каждого управляемого колеса. Эти реакции можно вычислить с использованием различных теорий качения деформируемой шины по недеформируемой опорной поверхности, например таких, как теория Келдыша, Грейдануса, Рокара.

Вычисление реакций Y_{ij} производилось на базе теории Рокара, согласно которой боковая реакция шины определяется на основе ее угла увода δ_{ij} и коэффициента сопротивления боковому уводу ku_{ij} [1].

Поскольку коэффициенты ku_{ij} зависят от вертикальной нагруженности шин, то математическая модель курсового движения колесной машины разработана с учетом вертикальной динамики ее подрессоренной и неподдресоренных масс – движителей.

Приведенная на рис. 1 расчетная схема курсового движения исследуемой механической системы содержит следующие геометрические параметры: l_i, l_{mc} – расстояния от центра масс колесной машины до центров ее i -й оси и до проекции точки O на ее продольную ось; $\Theta_{i1}, \Theta_{i2} \dots \Theta_{n1}, \Theta_{n2}$ – углы поворота управляемых колес i -й оси; d_{ki1}, d_{ki2} – левая и правая половины ширины i -й колеи; $v_{i1}, v_{i2} \dots v_{n1}, v_{n2}$ – продольные скорости перемещения центров левого и правого колес i -й оси.

Для вывода динамических уравнений вертикальной динамики колесной машины разработана расчетная схема (см. рис. 2), которая содержит следующие упругие и диссипативные характеристики: $c_{i1}, c_{i2} \dots c_{n1}, c_{n2}$ – коэффициенты нормальной жесткости шин;

$C_{ti1}, C_{ti2} \dots C_{tm1}, C_{tn2}$ – коэффициенты тангенциальной жесткости шин; $C_{pi1}, C_{pi2} \dots C_{pn1}, C_{pn2}$ – коэффициенты жесткости элементов подвески; $k_{i1}, k_{i2} \dots k_{n1}, k_{n2}$ – коэффициенты нормального демп-

фирования шин; $k_{ii1}, k_{ii2} \dots k_{im1}, k_{in2}$ – коэффициенты тангенциального демпфирования шин; $k_{pi1}, k_{pi2} \dots k_{pn1}, k_{pn2}$ – коэффициенты демпфирования элементов подвески.

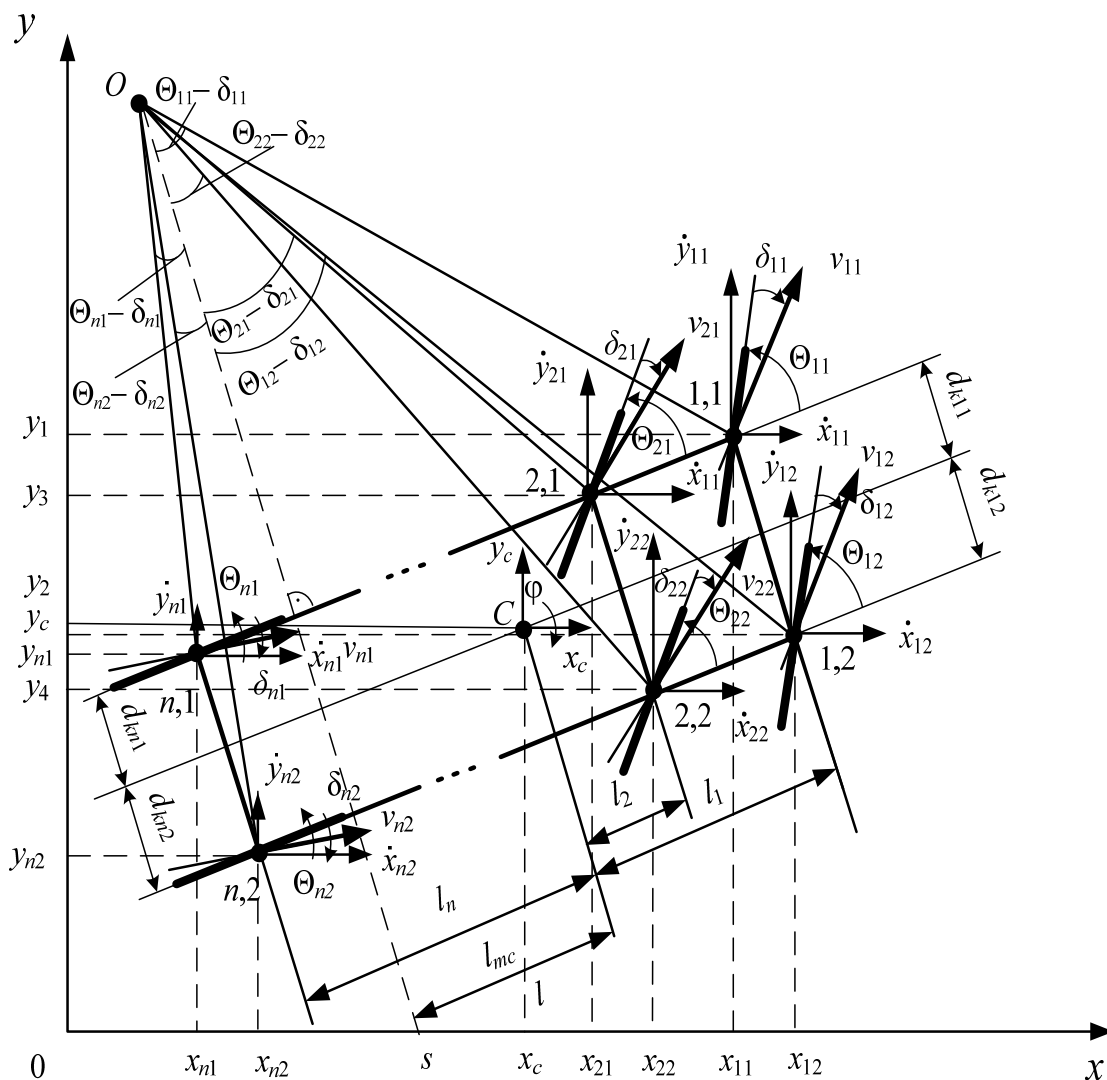


Рис. 1. Расчетная схема курсового движения многоосной колесной машины

В качестве независимых координат моделируемой системы были выбраны следующие: x_c, y_c, z_c – перемещения центра масс колесной машины по продольной Ox , поперечной Oy и вертикальной Oz осям; $z_{i1}, z_{i2} \dots z_{n1}, z_{n2}$ –

вертикальные перемещения центров неподрессоренных масс (колес); φ, ψ, Φ – курсовой угол, углы бокового крена и тангажа остова; $\delta_{i1}, \delta_{i2} \dots \delta_{n1}, \delta_{n2}$ – углы увода шин i -й оси.

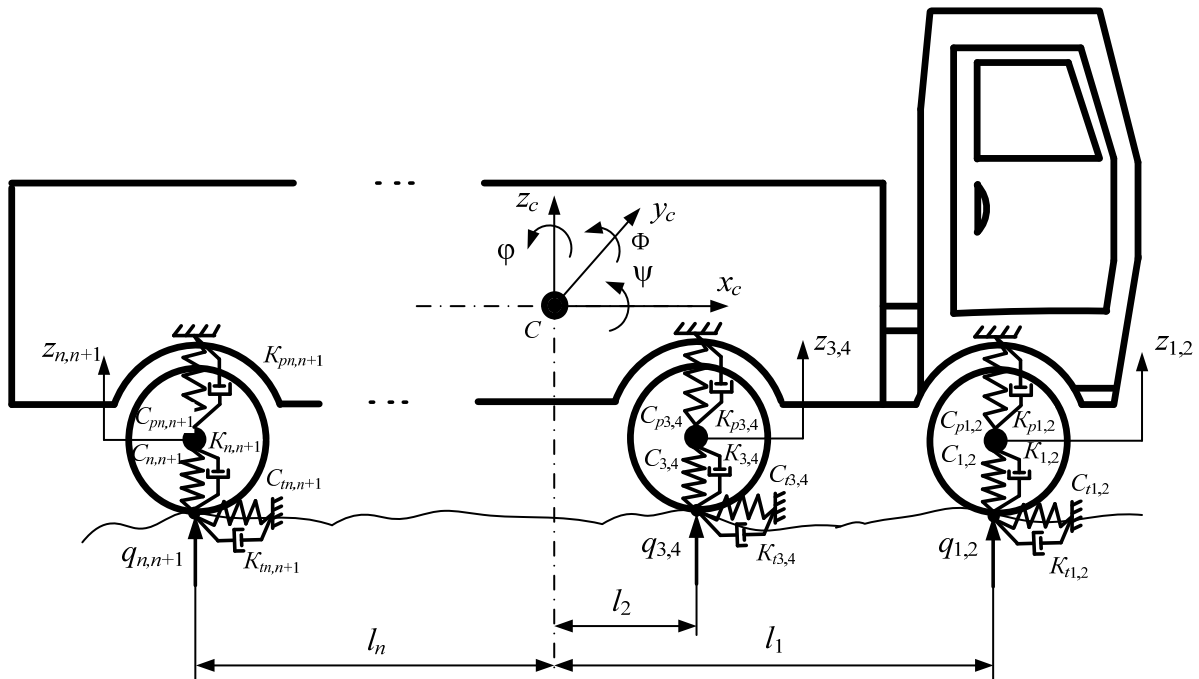


Рис. 2. Расчетная схема вертикальной динамики многоосной колесной машины

Для вычисления углов δ_{ij} , определяемых как разность между углами поворота ободьев колес вокруг их осей шкворней и плоскостью, проходящей через среднюю линию шин, были составлены уравнения неголономных связей шин с недеформируемой опорной поверхностью [5].

Таким образом, разработанная математическая модель многоосной колесной машины представлена в виде системы обыкновенных дифферен-

циальных уравнений (1), которая объединяет динамические уравнения курсового движения – три первых уравнения; вертикальной динамики – четвертое и пятое уравнения; продольно- и поперечно-угловых колебаний поддрессоренной массы – шестое и седьмое уравнения, а также последнее восьмое уравнение, описывающее неголономные связи j -го колеса i -й оси с недеформируемой опорной поверхностью.

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_c &= -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left\{ Y_{ij} \sin(\varphi \pm \theta_{ij} \mp \delta_{ij}) + (P_{kij} - P_{ij}) \cos(\varphi \pm \theta_{ij} \mp \delta_{ij}) \right\} / m; \\
 \ddot{y}_c &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left\{ Y_{ij} \cos(\varphi \pm \theta_{ij} \mp \delta_{ij}) + (P_{kij} - P_{ij}) \sin(\varphi \pm \theta_{ij} \mp \delta_{ij}) \right\} / m; \\
 \ddot{\varphi} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \left\{ Y_{ij} (L_i \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \mp \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij})) + (P_{kij} - P_{ij}) \times \right. \\
 &\quad \left. \times (L_i \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij}) (L_i \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \pm d_{kij} \cos(\theta_{ij} \mp \delta_{ij})) \right\} / J_z; \\
 \ddot{z}_c &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 P_{ij} / m; \quad \ddot{z}_{ij} = \frac{(P_{ij} - P_{kij})}{m_{ij}}, \quad i=1,4, \quad j=1,2; \\
 \ddot{\psi} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (\mp P_{ij} d_{kij} - F_c h_c) / J_x; \\
 \ddot{\theta} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (P_{ij} l_i - F_c h_c) / J_y; \\
 \delta_{ij} \{ \dot{x}_c \cos(\varphi + \theta_{ij} - \delta_{ij}) + \dot{y}_c \sin(\varphi + \theta_{ij} - \delta_{ij}) + \dot{\varphi} (l_i \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \mp \\
 &\quad \mp d_{kij} \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij})) \} = \ddot{x}_c \sin(\varphi + \theta_{ij} - \delta_{ij}) - \ddot{y}_c \cos(\varphi + \theta_{ij} - \delta_{ij}) - \\
 &\quad - \ddot{\varphi} (l_i \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \mp d_{kij} \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij})) - \dot{\varphi}^2 (l_i \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \mp \\
 &\quad \mp d_{kij} \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij})) + (\dot{\varphi} + \dot{\theta}) (\dot{x}_c \cos(\varphi + \theta_{ij} - \delta_{ij}) + \dot{y}_c \sin(\varphi + \theta_{ij} - \\
 &\quad - \delta_{ij}) + \dot{\varphi} (l_i \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \mp d_{kij} \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}))), \quad i=1, n, \quad j=1, 2, \quad i=1, n.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В системе уравнений (1) приняты следующие параметры и обозначения: m, m_{ij} – подрессоренная масса колесной машины и непрорессоренные массы ее j -го колеса i -й оси; J_x, J_y, J_z – моменты инерции остова колесной машины относительно ее продольной, поперечной и вертикальной осей; l_i – расстояние от центра масс до i -й оси колесной машины; d_{kij} – половина ширины j -й колеи i -й оси; h_c – расстояние от поверхности дороги до центра масс; P_{ij} – вертикальное усилие в j -м элементе подвески i -й оси; P_{kij} – вертикальное усилие в j -й шине i -й оси; P_{ij} – боковое усилие в j -й шине i -й оси; F_c – центробежная сила, действующая относительно продольной оси, проходящей через центр масс колесной машины, $F_c = mv_c^2 / r_{tr}$.

Технология разработки математи-

ческих моделей курсового движения колесных машин подробно рассмотрена в [4, 5].

Боковые реакции Y_{ij} опорной поверхности, действующие в пятнах контактов колес движителей с опорной поверхностью и определяющие характер курсового движения колесной машины, вычислялись по формуле

$$Y_{ij} = k_{ij} \delta_{ij}, \quad i=1,2, \quad j=1 \dots n. \tag{2}$$

Коэффициенты k_{ij} изменяются в зависимости от приложенных к колесам нормальных и тангенциальных сил, давления воздуха в шинах, характеристик дорожной поверхности по условиям сцепления и т. д. [1, 5]. Поэтому при моделировании курсового движения исследуемой механической системы на протяжении длительного маршрута

значение коэффициентов ku_{ii} необходимо уточнять на каждом шаге интегрирования уравнений движения.

Математическая модель (1) разработана для случая отсутствия бокового проскальзывания шин при движении по криволинейной траектории, который требует, чтобы нормали к проекциям

средних линий шин каждого колеса на опорную поверхность пересекались в одной точке O (см. рис. 1). Это обуславливается следующими уравнениями, определяющими углы поворота каждого управляемого колеса относительно его оси шкворня:

$$\theta_{i1} = \arctan \left(\frac{l_{(i+1)/2} \tan \theta_{i-1,1}}{l_1} \right),$$

$$\dot{\theta}_{i2} = \frac{\pm l_1 l_{(i+1)/2} \dot{\theta}_{i-1,1}}{l_1^2 \cos^2 \theta_{i-1,1} + l_{(i+1)/2}^2 \sin^2 \theta_{i-1,1}}, \quad i = 3, 5, \dots, n-1; \quad (3)$$

$$\theta_{i1} = \arctan \left(\frac{l_{i/2} \tan \theta_{i-1,1}}{l_{i/2} + d_{ij} \tan \theta_{i-1,1}} \right),$$

$$\dot{\theta}_{i2} = \frac{l_{i/2}^2 \dot{\theta}_{i-1,2}}{(l_{i/2} + d_{ij} \tan \theta_{i-1,2})^2 \cos^2 \theta_{i,2} + l_{i/2}^2 \sin^2 \theta_{i-1,2}}, \quad i = 2, 4, \dots, n. \quad (4)$$

Алгоритм решения задачи исследования курсового движения многоосной колесной машины сводится к численному интегрированию уравнений движения (1) и содержит следующие блоки: ввод исходных данных и начальных условий интегрирования; считывание и привязка к реальным условиям движения ординат неровностей макро- и микропрофиля опорной поверхности; вычисление скоростей изменения этих неровностей; считывание параметров управления курсовым движением автомобиля и вычисление углов поворота каждого j -го колеса i -й оси.

В процессе интегрирования уравнений движения разработанное ПО формирует файл результатов моделирования, содержащий параметры: моменты времени; ординаты неровностей микропрофиля опорной поверхности и их скорости; значения обобщенных координат моделируемой системы и их скорости; значения углов увода каждого колеса; нормальные и боковые реакции опор-

ной поверхности на шины колес и др.

Алгоритм предусматривает также управление продольной скоростью движения многоосной колесной машины при выполнении маневров и фиксацию момента начала бокового скольжения ее шин.

В качестве исходных данных при проведении расчетных экспериментов, кроме вышеперечисленных, использовались параметры закона изменения скорости угла поворота его переднего левого управляемого колеса, который задается с помощью специальной таблицы [5]. В первой строке таблицы указываются моменты времени начала действия заданных во второй строке скоростей изменения угла поворота переднего левого управляемого колеса, в третьей – его предельно допустимое значение, а в четвертой – предельно допустимая скорость движения колесной машины при совершении маневра, используемая при моделировании курсового движения по заданной траектории.

На основе этих данных вычислялись углы поворота каждого управляемого колеса в соответствии с геометрией поворота многоосной колесной машины, что позволило организовать моделирование различных режимов движения, таких как: прямолинейное движение, движение по круговой траектории, смена полосы движения, обгон и др.

Расчетные эксперименты управляемого курсового движения проводились на интервале времени от 0 до 250 с и более по дорогам с различными параметрами макро- и микропрофиля опорной поверхности.

Результаты моделирования выводились в файл на жесткий диск компьютера в виде численных значе-

ний: моментов времени; обобщенных координат и их скоростей; боковых реакций опорной поверхности на двигатели колесной машины; углов увода шин и др. По результатам имитационного моделирования формировались графические зависимости изменения во времени различных параметров курсового движения исследуемой многоосной колесной машины.

Один из вариантов моделирования курсового движения с начальной скоростью движения 25 м/с по горизонтальной дороге со случайным микропрофилем по траектории «Смена полосы движения» на интервале времени от 0 до 10 с приведен на рис. 3.

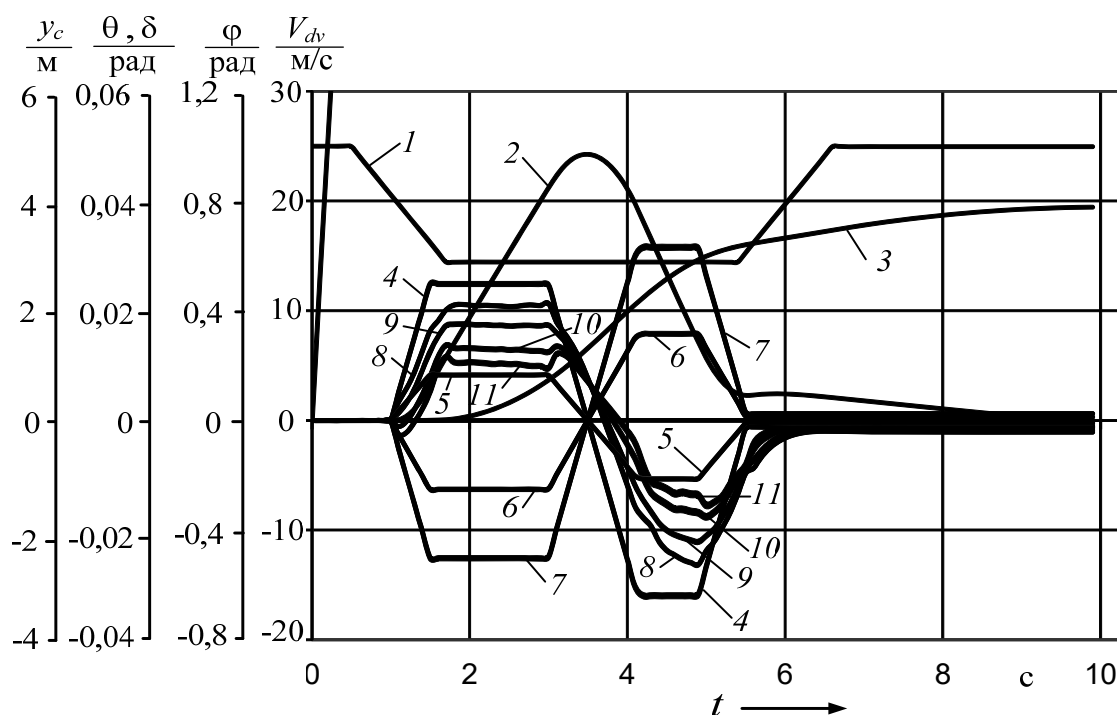


Рис. 3. Результаты имитационного моделирования курсового движения четырехосной колесной машины по траектории «Смена полосы движения» на начальной скорости 25 м/с: 1 – скорость движения; 2 – курсовой угол; 3 – перемещение центра масс по оси Oy ; 4–7 – углы поворота правых управляемых колес первой, второй, третьей и четвертой осей колесной машины; 8–11 – углы увода правых управляемых колес первой, второй, третьей и четвертой осей

Из рис. 3 видно, что в начале регистрации движения в момент времени $t = 0$ с колесная машина двигалась со

скоростью 25 м/с (линия 1), а через 0,5 с она начала снижение скорости, т. к. через 1 с должен начинаться ее маневр –

поворот против часовой стрелки. Снижение скорости движения до 12 м/с прекратилось через 1,7 с, а в момент времени 5,4 с после завершения маневра началось повышение ее скорости до 25 м/с, и далее продолжалось прямолинейное движение по новой полосе движения (линия 3). При этом курсовой угол (линия 2) через 1 с после начала движения начал увеличиваться и достиг значения 1 рад. После 3,5 с курсовой угол начал уменьшаться и примерно при $t = 9$ с после начала движения достиг нулевого значения.

На рис. 3 изменение углов поворота управляемых колес отображено линиями 4–7 – левого борта, а 8–11 –

правого.

На рис. 4 представлена фазовая траектория перемещения центра масс колесной машины при совершении маневра «Смена полосы движения» на интервале движения от 0 до 460 м.

Разработанное программное обеспечение позволяет моделировать движение по криволинейной дороге, а также по траектории разворота (рис. 5).

Результаты имитационного моделирования динамики движения четырехосной колесной машины на скорости 25 м/с по дороге со случайным микропрофилем по круговой траектории представлены на рис. 6.

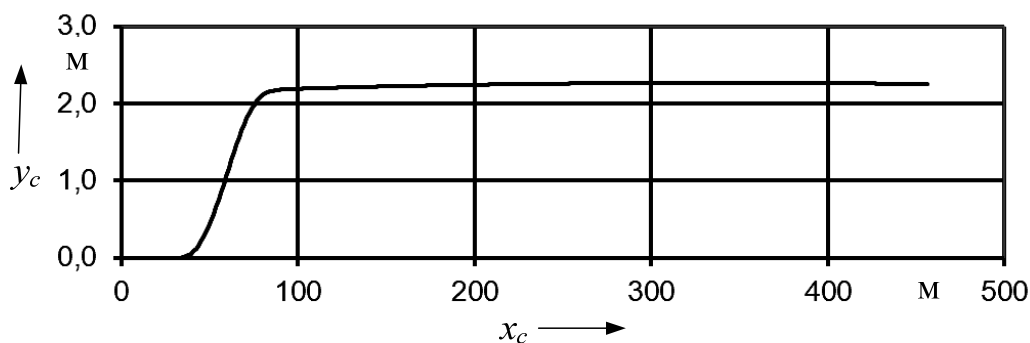


Рис. 4. Фазовая траектория перемещения центра масс при совершении маневра «Смена полосы движения»

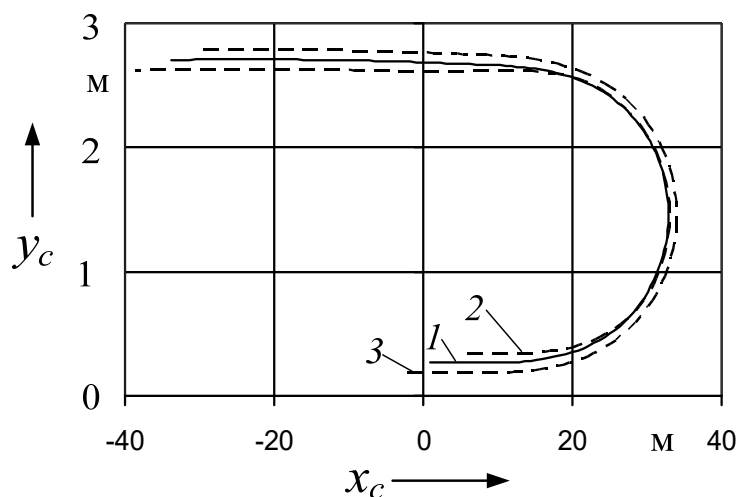


Рис. 5. Фазовая траектория перемещения центра масс при совершении маневра «Разворот»: 1 – траектория перемещения центра масс; 2, 3 – левого и правого колес третьей оси

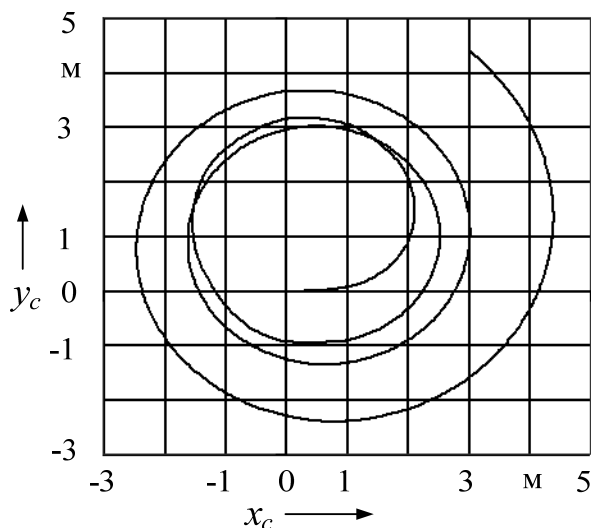


Рис. 6. Фазовая траектория перемещения центра масс колесной машины при совершении маневра «Движение по кругу»

Можно отметить, что разработанное программное обеспечение позволяет моделировать курсовое движение многоосной колесной машины по криволинейным дорогам различных категорий, что подтверждают вышеприведенные результаты.

Таким образом, разработаны математическая модель и программное обеспечение для моделирования управ-

ляемого курсового движения многоосной колесной машины со всеми управляемыми колесами с учетом вертикальной динамики, позволяющие моделировать курсовое движение по различным траекториям и категориям дорог.

Приведенные результаты моделирования подтверждают работоспособность программного обеспечения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов, А. А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей / А. А. Антонов. – Москва: Машиностроение, 1979. – 216 с.: ил.
2. Динамика колесных машин : монография / И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2006. – 462 с.: ил.
3. Литвинов, А. С. Управляемость и устойчивость автомобиля / А. С. Литвинов. – Москва: Машиностроение, 1971. – 416 с.: ил.
4. Ясюкович, Э. И. Виртуальные испытания курсовой устойчивости и управляемости четырехосных колесных машин / Э. И. Ясюкович // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2017. – № 1. – С. 110–118.
5. Ясюкович, Э. И. Имитационное моделирование курсового движения трехосного автомобиля со всеми управляемыми колесами / Э. И. Ясюкович // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2009. – № 4. – С. 60–67.

Статья сдана в редакцию 20 мая 2021 года

Эдвард Игнатъевич Ясюкович, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.
E-mail: ed50@tut.by.

Edvard Ignatyevich Yasyukovich, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.
E-mail: ed50@tut.by.