УДК 535.31

Моделирование внутрирезонаторного отражения света от призмы

И. У. Примак, А. В. Хомченко

На основе метода последовательных приближений получено аналитическое описание отражения излучения от призмы, размещенной в резонаторе He-Ne лазера. Выполнено моделирование отражения излучения при различных углах падения на призму.

Ключевые слова: Лазерный резонатор, призма, параболическое приближение уравнения Гельмгольца, гауссов пучок, коэффициент усиления, угол Брюстера.

Simulation of intracavity reflection of light from a prism

I. U. Primak, A. V. Khomchenko

An analytical description of the reflection of radiation from a prism placed in the resonator of a He-Ne laser is obtained on the basis of the method of successive approximations. Simulation of the reflection of radiation from a prism at different angles of incidence has been carried out.

Keywords: Laser resonator, prism, parabolic approximation of the Helmholtz equation, Gaussian beam, gain, Brewster angle.

В рамках задачи о внутрирезонаторном отражении излучения от призмы в схеме, представленной на рис. 1, рассчитаем распределение интенсивности излучения в резонаторе и на выходе из резонатора при повороте призмы относительно оси x [1].

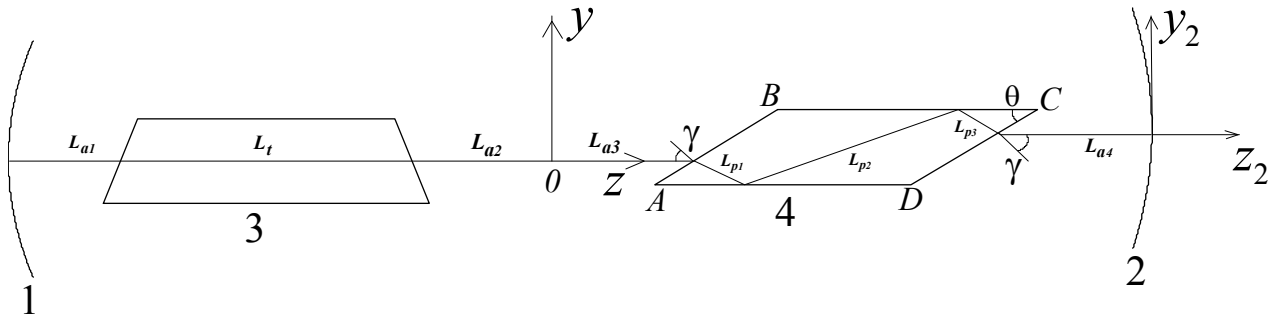

Рис. 1. Схема лазерного резонатора: *1* – глухое зеркало, *2* – выходное зеркало, *3* – кювета (газоразрядная трубка *He-Ne* лазера), *4* – призма

В ряде работ расчет излучения в резонаторе основывается на матричном описании, использовании метода последовательных приближений [2, 3]. При этом начальное приближение для электромагнитных полей получается при ре-

© Примак И. У., Хомченко А. В., 2021

шении однородного волнового уравнения Гельмгольца. Последующие приближения находят при решении неоднородного уравнения Гельмгольца, которое описывает нелинейный процесс усиления излучения [2].

Решение однородного волнового уравнение Гельмгольца в рассматриваемой ситуации имеет ряд следующих особенностей. Присутствие в резонаторе кюветы *3* и призмы *4* (рис. 1) с ориентированными поверхностями под углом Брюстера к падающему излучению [1] означает, что излучение в резонаторе имеет ТМ-поляризацию. Как известно, приближенным решением однородного волнового уравнения Гельмгольца являются полиномы Эрмита – Гаусса, и в соответствии с [2] для электромагнитного поля в резонаторе можно рассматривать одномодовое приближение, так как призма является амплитудным корректором и осуществляет селекцию мод [1].

В этой ситуации поле основной моды резонатора представляется в виде двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях. В качестве волны бегущей в направлении оси *z* (рис. 1) рассматривался гауссов пучок вида $\psi_p(x,y,0) = Ae^{-(x^2+y^2)/w_0^2}$, где $\psi_p = H_x$ – компонента магнитного поля, *A* – амплитуда пучка, w_0 – наименьший радиус пучка. Применяя разложения Фурье для поля [4], а также учитывая отражение пучка от граней призмы *4* (в приближении широкого пучка) и зеркал *1* и *2* (рис. 1), было найдено распределение поля моды в резонаторе в начальном приближении.

Полученное начальное приближение для поля основной моды позволило получить последующее приближение, учитывающее нелинейный процесс усиления излучения. Это приближение строилось при решении неоднородного уравнения Гельмгольца в области кюветы (на рис. 1 область $-L_{a2} - L_T \le z \le -L_{a2}$) и последующем учете отражения пучка от граней призмы *4*. При этом так как среда в кювете *3* является слабонеоднородной [2], то амплитуду пучка *A* моделировали медленно меняющейся функцией переменной *z*, т. е. $A = A_0\varphi(x,y,z)$, где A_0 – постоянная, $\varphi(x,y,z)$ – решение параболического приближения уравнения Гельмгольца [2, 5]:

$$-2ik_0\frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + 2n_0k_0^2\left(\Delta n + 0.5ik_0^{-1}g\right)\varphi = 0, \qquad (1)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 – длина волны, n_0 – показатель преломления лазерной среды кюветы *3* в условиях отсутствия излучения, Δn – приращение показателя преломления лазерной среды, обусловленное нелинейными процессами усиления излучения,

$$g = g_0\left(1 + \left(I_p + I_l\right)I_s^{-1}\right)^{-1} \qquad (2)$$

– коэффициент усиления лазерной среды [3], g_0 – коэффициент усиления слабого сигнала, I_p и I_l – интенсивности пучков распространяющихся в лазерной среде *3* в направлении оси *z* и в противоположном направлении соответственно (рис. 1), I_s – интенсивность насыщения.

Решение уравнения (1) для пучка, бегущего в направлении оси z ($\varphi = \varphi_p$), можно получить в аналитическом виде, если оценить производные как $\partial^2\varphi_p / \partial x^2 = \partial^2\varphi_p / \partial y^2 \approx -2\varphi_p w_p^{-2}$ (w_p – ширина пучка в точке z):

$$\varphi_p(x,y,z) = \varphi_p\left(x,y,-L_t - L_{a2}\right) e^{\int\limits_{-L_t-L_{a2}}^{z} \left(-i(k_0 n_0 \Delta n - 2k_0^{-1} w_p^{-2}) + 0.5 n_0 g\right) dz'}, \tag{3}$$

где $\Delta n = \Delta n(x,y,z)$, $g = g(x,y,z)$, L_t и L_{a2} – расстояния, которые проходит пучок в кювете и от кюветы до точки начала отсчета (рис. 1).

Это позволило с учетом выражения (2), в котором в качестве интенсивностей I_p и I_l использовались их начальные приближения, при расчете интеграла (3) в точке $z = -L_{a2}$ и последующем моделировании отражения излучения от граней призмы *4* и выходного зеркала *2* записать для интенсивности пучка на выходе зеркала *2* выражение в нормированном виде

$$I_s^{-1} I_p(x_2, y_2, 0) = \frac{S T_p^2 T_2}{q_1^2} e^f, \; f = -2\frac{x_2^2 + y_2^2}{q_1 w_0^2} + n_0 g_0 L_t \left[1 - S\left(\bar{M}_p^2 + \bar{M}_l^2\right)\left(1 - 2\bar{w}_p^{-2}\left(x_2^2 + y_2^2\right)\right)\right], \tag{4}$$

$$q_1 = 1 + i\frac{4B}{w_0^2}, \quad B = -\frac{L_{a3} + L_{a4}}{2k_0} - \cos^2\gamma \frac{L_{p1} + L_{p3}}{2\bar{k}_z} + L_{p2}\left(\frac{\cos\theta\cos^2\gamma}{2\bar{k}_z} - \frac{\sin\theta\sin\gamma}{2k_0}\right),$$

$$S = A_0^2 (\mu_0 c)^2 I_s^{-1}, \quad \bar{M}_p^2 = 1/(1 + 4\bar{z}^2 k_0^{-2} w_0^{-4}), \quad \bar{M}_l^2 = T_p^2 R_2 / (1 + 4\bar{z}^2 k_0^{-2} w_0^{-4}),$$

$$\bar{z} = -0.5L_t - L_{a2}, \; \bar{w}_p = w_p(\bar{z}), \; \bar{k}_z = k_0\sqrt{n_p^2 - \sin^2\gamma}, \; T_p = t_{AB} t_{CD} r_{AD} r_{BC}\, e^{-0.5\alpha_p (L_{p1} + L_{p2} + L_{p3})},$$

где γ – угол падения пучка на входную грань призмы, θ – угол призмы, $L_{a3}, L_{p1}, L_{p2}, L_{p3}, L_{a4}$ – расстояния, которые проходит пучок от точки начала отсчета до призмы, в призме и за ней (рис. 1), n_p – показатель преломления призмы, α_p – коэффициент поглощения материала призмы, t_{AB} и t_{CD} – амплитудные коэффициенты пропускания граней призмы *AB* и *CD* соответственно (вычисляются для угла γ), r_{AD} и r_{BC} – амплитудные коэффициенты отражения граней призмы *AD* и *BC* соответственно (вычисляются для угла γ), R_2 и T_2 – коэффициенты отражения и пропускания зеркала *2*, μ_0 – магнитная постоянная, c – скорость света.

Согласно [2, 3] определение интенсивности генерации или точнее величины S можно осуществить, определив потери излучения ε'' за полный проход резонатора и приравняв их усилению излучения за двойной проход кюветы. Рассматривая потери в соответствии с [3] как $\varepsilon'' = -\ln\left|T_p^2 R_1 R_2\right|$ (здесь R_1 – коэффициент отражения зеркала *1*), была получена следующая оценка для величины S:

$$S = \frac{2g_0 L_t - \varepsilon''}{\varepsilon''\left(\bar{M}_p^2 + \bar{M}_l^2\right)}. \tag{5}$$

На основе выражений (4)–(5) была разработана процедура расчета интенсивности на выходе из резонатора и выполнено численное моделирование отражения излучения от призмы в резонаторе, результаты которого представлены на рис. 2, *а* и *б*. При расчетах использовались следующие значения параметров призмы и резонатора: $\lambda_0 = 0{,}6328$ мкм, $n_p = 1{,}657$ (стекло СТК3), $\theta = 38°$, $|AB| = 6{,}5$ мм, $|AD| = 13$ мм, фокусы зеркал 1 и 2 соответственно $F_1 = 500$ мм, $F_2 = 500$ мм, $R_1 = 1$, $R_2 = 0{,}99$, $L_{a1} = 25$ мм, $L_t = 260$ мм, $L_{a2} = L_{a3} = 65$ мм, $g_0 = 3{,}8 \cdot 10^{-8}$ мкм$^{-1}$. Величины L_{a4} и w_0 подбирались таким образом, чтобы выполнялось условие баланса фаз.

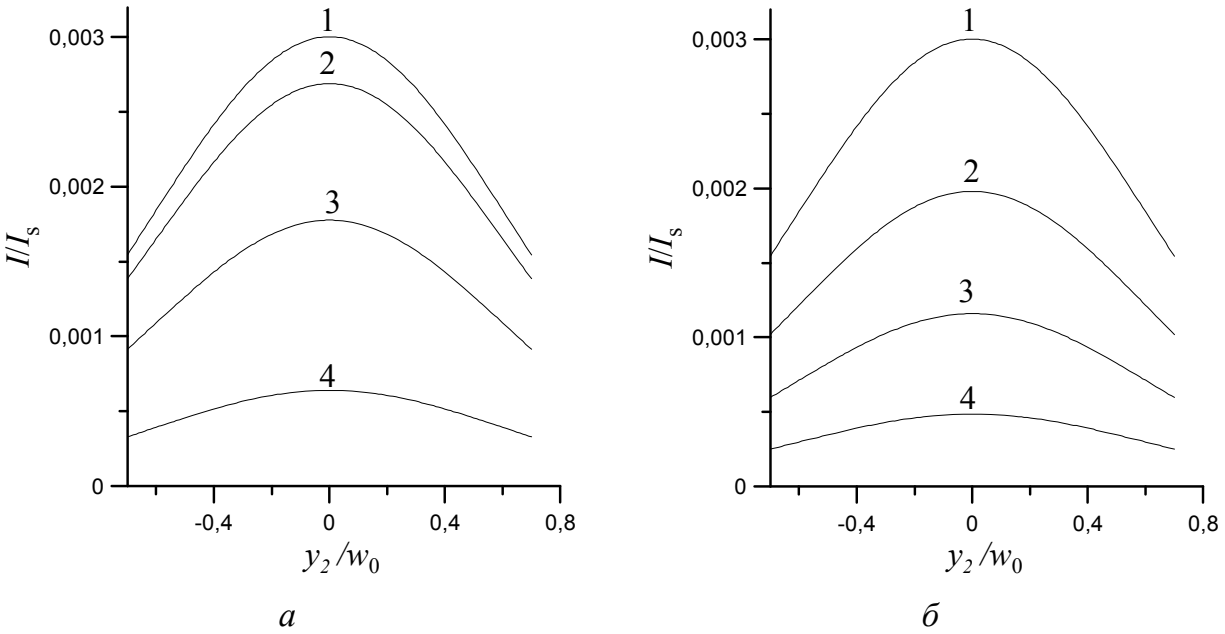

Рис. 2. Зависимости интенсивности излучения на выходе из резонатора от y_2 при падении излучения на призму при различных углах падения на призму (*а*) (кривые *1–4* построены при углах падения γ = 58,89°, 58°, 57°, 56° соответственно) и с различными коэффициентами поглощения (*б*) (кривые *1–4* построены при значениях коэффициента поглощения $\alpha_p = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$, $1{,}5 \cdot 10^{-8}$, $2{,}0 \cdot 10^{-8}$, $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ мкм$^{-1}$ соответственно)

На рис. 2, *а* построены зависимости интенсивности $I(y_2)$ при нескольких углах падения пучка на призму. Как видим, отклонение угла падения излучения на входную грань призмы от угла Брюстера снижает интенсивность генерации. Так, при отклонении угла падения на ~3° интенсивность снижается в 4 раза. Это позволяет оценить угловой диапазон измерения от 56° до 62°.

На рис. 2, *б* построены зависимости интенсивности $I(y_2)$ для различных значений коэффициента поглощения материала призмы (излучение падало на входную грань призмы под углом Брюстера). Как видим, интенсивность генерации излучения очень чувствительна к поглощению в призме. Так, увеличение поглощения в призме в 2 раза привело к снижению интенсивности в 2,6 раза.

Таким образом, на основе метода последовательных приближений получено аналитическое описание отражения излучения от призмы, размещенной в резонаторе He-Ne лазера. Выполнено моделирование отражения при различных углах падения излучения на призму. Получены оценки интенсивности генерации излучения. Определен диапазон углов падения излучения на призму при котором имеет место генерация излучения.

Список использованных источников и литературы

1. *Шульга*, *А. В.* Внутрирезонаторная волноводная спектроскопия тонких пленок / А. В. Шульга, А. В. Хомченко, И. В. Шилова // Письма в ЖТФ. – 2018. –Т. 44, № 21. –С. 3–9.

2. *Радина*, *Т. В.* Резонансные и параметрические явления в задачах генерации и распространения лазерного излучения / Т. В. Радина, Т. Ф. Станкевич. – Санкт-Петербург : Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2009. –231 с.

3. *Солименко*, *С.* Дифракция и волноводное распространение оптического излучения / С. Солименко, Б. Крозиньяни, П. Ди Порто. – Москва : Мир, 1989. – 664 с.

4. *Романенко*, *А. А.* Пространственная структура интенсивности излучения, отраженного от призменного устройства возбуждения плоскослоистых сред / А. А. Романенко, А. Б. Сотский, А. В. Хомченко. – Минск, 1991. – 31 с. (Препринт / Академия наук Беларуси. Ин-т физики; № 649).

5. *Ярив*, *А.* Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – Москва : Мир, 1987. – 616 с.

Сведения об авторах

Игорь Ульянович Примак, кандидат физико-математических наук, доцент, заместитель декана экономического факультета Белорусско-Российского университета (Республика Беларусь, г. Могилев), primak_igor@mail.ru

Александр Васильевич Хомченко, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой «Физика» Белорусско-Российского университета (Республика Беларусь, г. Могилев), avkh@mogilev.by