

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ПЛАНЕТАРНОЙ ТОРОВОЙ ВИНТОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

Планетарная торовая винтовая передача обладает малыми габаритными размерами, реализуя при этом большие передаточные отношения в одной ступени (до 120) [1]. Высокая нагрузочная способность обеспечивается распределением передаваемых усилий по потокам (через составные ролики). Исходя из указанных преимуществ планетарная торовая винтовая передача может с успехом применяться в мехатронных модулях и роботах. Поскольку в данных областях передача работает не в установившемся (постоянном) режиме, а с частыми пусками, остановками и реверсом, то для анализа факторов, влияющих на периоды работы передачи и снижения неравномерности ее работы необходимо вывести уравнение движения для планетарной торовой винтовой передачи.

В качестве обобщенной координаты при определении кинетических энергий всех звеньев передачи принимается угол поворота ведущего звена φ_1 . Планетарная торовая винтовая передача состоит из следующих основных звеньев: ведущего, ведомого, заторможенного и составных роликов, посредством которых нагрузка передается от ведущего к ведомому звену [2]. На ведущем и заторможенном звеньях выполнены беговые дорожки, число которых определяет передаточное отношение. Составные ролики, установленные на ведомом звене, посредством своих пальцев взаимодействуют с беговыми дорожками.

Кинетическая энергия планетарной торовой винтовой передачи определяется по формуле

$$T = T_1 + T_2 + \sum_{k=0}^n (T_4 + T_{41}) + \sum_{k=0}^{n_y} T_{43}, \quad (1)$$

где T_1 – кинетическая энергия ведущего звена, Дж; T_2 – кинетическая энергия ведомого звена, Дж; T_4 – кинетическая энергия составного ролика, Дж; n – число составных роликов в передаче; n_y –

число составных роликов, передающих нагрузку.

Кинетическая энергия ведущего звена определяется по формуле

$$T_1 = \frac{J_1 \cdot \varphi_1^2}{2}, \quad (2)$$

где J_1 – момент инерции ведущего звена относительно его оси вращения, кг·м².

Кинетическая энергия ведомого звена определяется по формуле

$$T_2 = \frac{J_2 \cdot \varphi_1^2}{2 \cdot u^2}, \quad (3)$$

где J_2 – момент инерции ведомого звена с установленными составными роликами относительно его оси вращения, кг·м²; u – передаточное отношение передачи.

Кинетическая энергия составного ролика определяется по формуле

$$T_4 = \frac{J_4 \cdot \omega_4^2}{2}, \quad (4)$$

где J_4 – момент инерции составного ролика относительно оси, проходящей через его центр масс, кг·м²; ω_4 – угловая скорость вращения составного ролика относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, с⁻¹.

Кинетические энергии пальцев составного ролика, взаимодействующих с соответствующими беговыми дорожками, определяется по формулам

$$T_{41} = \frac{J_{4p} \cdot \omega_{41}^2}{2}; \quad (5)$$

$$T_{43} = \frac{J_{4p} \cdot \omega_{43}^2}{2}, \quad (6)$$

где J_{4p} – момент инерции пальца составного ролика, относительно оси, проходящей через его центр масс, кг·м²; ω_{41} – угловая скорость вращения пальца, взаимодействующего с беговой дорожкой на ведущем звене, с⁻¹; ω_{43} – угловая скорость вращения пальца,

взаимодействующего с беговой дорожкой на заторможенном звене, c^{-1} ;

При определении кинетической энергии составных роликов необходимо учитывать, что при работе планетарной торовой винтовой передачи часть составных роликов не передает усилие [3]. К таким роликам относятся, те у которых один из пальцев не взаимодействует с беговой дорожкой на заторможенном звене вследствие компоновки и геометрических параметров передачи. В тоже время второй палец этих роликов взаимодействует с беговой дорожкой на ведущем звене, что позволяет составному ролику продолжать вращаться. Соответственно в этот момент времени кинетическая энергия $T_{43} = 0$.

Количество составных роликов, пальцы которых не передают нагрузку определяется размерами ведомого вала, которые в свою очередь зависят от величины передаваемой передачей нагрузки. В среднем в передаче нагрузки участвует 60 – 90 % от общего числа составных роликов.

Уравнение для определения средней за оборот ведомого звена кинетической энергии планетарной торовой винтовой передачи получим, подставив в формулу (1) зависимости (2) – (6)

$$T = \frac{J_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{J_2 \cdot \dot{\varphi}_1^2}{2 \cdot u^2} + n \cdot \left(\frac{J_4 \cdot \omega_4^2}{2} + \frac{J_{4p} \cdot \omega_{41}^2}{2} \right) + n_y \cdot \frac{J_{4p} \cdot \omega_{43}^2}{2}. \quad (7)$$

Поскольку составной ролик при числе оборотов ведущего вала, равном Z_1 , поворачивается на 180° , угловую скорость вращения ролика можно определить по формуле

$$\omega_4 = \frac{\omega_1}{2 \cdot Z_1}, \quad (8)$$

где Z_1 – число витков винтовой линии, образующей беговую дорожку на ведущем звене.

Угловую скорость вращения пальца составного ролика, определим с учетом допущения, что палец катится по беговой дорожке. Средняя угловая скорость пальца, контактирующего с беговой дорожкой на ведущем звене, равна

$$\omega_{41} = \frac{L_1 \cdot \omega_1}{2 \cdot \pi \cdot r_{4p} \cdot Z_1}, \quad (9)$$

где L_1 – длина винтовой линии, образующей беговую дорожку на ведущем звене, м; r_{4p} – средний радиус поверхности, по которой происходит контакт пальца с беговой дорожкой, м.

Аналогичным образом определяется средняя угловая скорость пальца, контактирующего с беговой дорожкой на заторможенном звене.

$$\omega_{43} = \frac{L_3 \cdot \omega_1}{2 \cdot \pi \cdot r_{4p} \cdot Z_1}, \quad (10)$$

где L_3 – длина винтовой линии, образующей беговую дорожку на заторможенном звене, м.

Моменты инерции элементов звеньев передачи могут быть определены по формулам для тел простейшей формы в соответствии с [4, с. 295].

Подставим в формулу (7) полученные зависимости (8) – (10). В результате уравнение для определения средней за оборот ведомого вала кинетической энергии планетарной торовой винтовой передачи примет вид

$$T = \frac{\Phi_1^2}{2} \cdot \left(J_1 + \frac{J_2}{u^2} + \frac{n}{4 \cdot Z_1^2} \cdot \left(J_4 + J_{4p} \cdot \left(\frac{L_1}{\pi \cdot r_{4p}} \right)^2 \right) + n_y \cdot J_{4p} \cdot \left(\frac{L_3}{2 \cdot \pi \cdot r_{4p} \cdot Z_1} \right)^2 \right). \quad (11)$$

Уравнение движения для планетарной торовой винтовой передачи выводим путем преобразования выражения (11) в соответствии с уравнением Лагранжа 2-го рода [5, с. 357]. В результате получаем следующее уравнение

$$\begin{aligned} \Phi_1 \cdot \left(J_1 + \frac{J_2}{u^2} + \frac{n}{4 \cdot Z_1^2} \cdot \left(J_4 + J_{4p} \cdot \left(\frac{L_1}{\pi \cdot r_{4p}} \right)^2 \right) + n_y \cdot J_{4p} \cdot \left(\frac{L_3}{2 \cdot \pi \cdot r_{4p} \cdot Z_1} \right)^2 \right) &= \\ &= M_1 - \frac{M_2}{u} - M_{mp}, \end{aligned} \quad (12)$$

где M_1 , M_2 – вращающие моменты на ведущем и ведомом звеньях соответственно, Н·м; M_{mp} – момент трения в передаче, Н·м.

Полученное уравнение движения для планетарной торовой винтовой передачи устанавливает взаимосвязь между силовыми, инерционными, кинематическими параметрами передачи. Оно

позволяет определять кинематические параметры передачи с учетом действующих сил и масс звеньев, анализировать факторы, влияющих на периоды работы передачи, и добиться снижения динамических нагрузок на звенья передачи, вызванных неравномерностью ее работы в процессе пуска и остановки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Prudnikov A. P. Planetary torus helical transmission / A. P. Prudnikov // International Conference on Mechanical Engineering and Modern Technologies. – 2020. – Vol. 795. P. 1 – 6.

2. Прудников А. П. Сферическая передача с фиксированным расположением промежуточных тел качения / А. П. Прудников // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы междунар. науч.-техн. конф. / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус. – Рос. ун-т; редкол.: М.Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. – Могилев: Белорус. – Рос. ун-т, 2019. – С. 100.

3. Бодунова А. Д. Компьютерный анализ распределения сил между составными роликами в планетарной торовой винтовой передаче / А. Д. Бодунова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы междунар. науч.-техн. конф. молод. ученых / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус. – Рос. ун-т; редкол.: М. Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. – Могилев: Белорус. – Рос. ун-т, 2020. – С. 55.

4. Николаи Е. Л. Теоретическая механика. Часть 2 / Е.Л. Николаи. – 13-е изд. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1958. – 485 с.

5. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.