МНОГОТОЧЕЧНАЯ МАТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ЛЕВОСТОРОННЕГО УПРАВЛЕНИЯ ТИПА КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА

А.Н. Бондарев[1], В.Н. Лаптинский[2]

[1] Белорусско-Российский университет, Мира 43, 212000 Могилёв, Беларусь
alex-bondarev@tut.by

[2] Институт технологии металлов НАН Беларуси
Бялыницкого–Бирули 11, 212030 Могилёв, Беларусь
lavani@tut.by

Изучается левосторонний аналог системы управления [1]

$$\frac{dX}{dt} = A_1(t)X + XA_2(t) + UQ(t) \tag{1}$$

с условиями типа [2, 3]

$$X(t_i) = X_i,\ i = 0, 1, ..., k, \tag{2}$$

где $X \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $U \in \mathbb{R}^{n\times r}$, $A_1(t)$, $A_2(t)$, $Q(t)$ – матрицы класса $\mathbb{C}[0, \tilde{T})$ соответствующих размерностей, $0 = t_0 < t_1 < ... < t_k \leqslant T < \tilde{T}$; X_i, t_i – заданные величины.

Матричные системы двустороннего управления классического типа для уравнения Ляпунова впервые исследовались в [1]. Там же рассматривались некоторые прикладные задачи, в частности, задачи экономики. Задача (1), (2) тоже имеет важное прикладное значение (экономика, робототехника и др.).

Настоящая работа является продолжением и развитием [2, 3]. Установлено, что методика [2, 4] применима для исследования разрешимости и построения решения задачи (1), (2). Как и в случае правостороннего управления [3], решение имеет громоздкий вид. Однако в классическом случае $X(t_0) = X_0$, $X(t_1) = X_1$ оно выглядит сравнительно просто. При выполнении условия $\det \tilde{M}_2(t_1) \neq 0$ одно из возможных управлений получено в виде

$$U(t) = \Phi_1(t)\left[N\tilde{M}_2^{-1}(t_1)R_2^T(t) + K(t) - \int\limits_0^{t_1} K(\tau)R_2(\tau)d\tau\tilde{M}_2^{-1}(t_1)R_2^T(t)\right],$$

где $N = \Phi_1^{-1}(t_1)X_1\Phi_2^{-1}(t_1) - X_0$, $\tilde{M}_2(t_1) = \int\limits_0^{t_1} R_2^T(\tau)R_2(\tau)d\tau$, $R_2(t) = Q(t)\Phi_2^{-1}(t)$, $K(t)$ – произвольная кусочно-непрерывная матрица; здесь $\Phi_1(t)$, $\Phi_2(t)$ – решения задач $d\Phi_1/dt = A_1(t)\Phi_1$, $\Phi_1(0) = E_n$, $d\Phi_2/dt = \Phi_2 A_2(t)$, $\Phi_2(0) = E_m$ (E_p – единичная матрица порядка p), $(\cdot)^T$ – знак транспонирования.

Библиографические ссылки

1. *Приставко В.Т.* Математическое моделирование систем управления с матричными переменными: автореф. дисс. ... докт. физ.-мат. наук: 05.13.18. Санкт-Петербург: СПбГУ, 2005.
2. *Лаптинский В.Н.* Об одной задаче управления // Еругинские чтения–XI: тез. докл. междунар. матем. конф. 2006. С. 83.
3. *Лаптинский В.Н., Маковецкий И.И.* Многоточечная матричная задача правостороннего управления типа Коши для уравнения Ляпунова // Материалы, оборудование и ресурсосбер. технологии: матер.конф. 2017. С. 425–426.
4. *Лаптинский В.Н.* Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Минск: ИМ НАН Беларуси, 1998.

О СТАБИЛИЗАЦИИ ГИБРИДНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В СКАЛЯРНОМ СЛУЧАЕ

И.М. Борковская, О.Н. Пыжкова

Белорусский государственный технологический университет
ул.Свердлова 13а, 220006 Минск, Беларусь
{borkovskaia,olga.pyzhcova}@gmail.com

В связи с многочисленными приложениями гибридных динамических систем исследование их качественных свойств представляется актуальной задачей. Гибридные системы — это математические модели реальных систем управления, в которых непрерывная динамика находится в комбинации с дискретной, либо наряду с динамическими связями имеют место и алгебраические зависимости. К важнейшим задачам теории управления для гибридных систем относятся вопросы представления решений, относительной управляемости, задачи устойчивости, стабилизации, модального управления и другие.

Важным классом гибридных систем является класс гибридных систем с многомерным (2-D-мерным) временем. Такие системы включают непрерывную и дискретную составляющие:

$$\dot{x}_1(t,k) = A_{11}x_1(t,k) + A_{12}x_2(t,k) + B_1u(t,k), t \in [0,+\infty), \quad (1)$$

$$x_2(t,k+1) = A_{21}x_1(t,k) + A_{22}x_2(t,k) + B_2u(t,k), k = 0,1,2,\ldots \quad (2)$$