

УДК 629.114.2

Г.Л. АНТИПЕНКО, канд. техн. наук; М.Г. ШАМБАЛОВА

Белорусско-Российский университет, г. Могилев

## ВЛИЯНИЕ ЕДИНИЧНЫХ ДЕФЕКТОВ ЗУБЬЕВ ПРИВОДА НА ЕГО ДИНАМИЧЕСКУЮ НАГРУЖЕННОСТЬ

*Рассмотрены вопросы моделирования единичных дефектов зубьев привода и исследования влияния величины и местоположения дефектов в кинематической цепи привода на динамическую нагруженность привода. Предложена методика определения величины дефекта с учетом коэффициента перекрытия в зубчатом зацеплении передачи.*

**Ключевые слова:** зубчатые колеса, единичный дефект, динамическая модель, угловое ускорение

Состояние зубчатых передач оценивается величиной износа рабочих поверхностей зубьев и наличием единичных дефектов зубьев. Единичные дефекты зубьев — это обломы, сколы, выкрашивания рабочих поверхностей зубчатых колес. Появление таких дефектов является признаком скорого разрушения передачи, поскольку они вызывают появление дополнительных динамических нагрузок, превосходящих рабочие в 2...3 раза [1]. При этом перегрузки могут не вызывать непосредственно поломку деталей, но они существенно сказываются на их усталостной прочности и долговечности.

Изучению динамики зубчатых передач посвящено множество работ отечественных и зарубежных ученых. Существуют два подхода в исследовании динамических процессов в зубчатых передачах, получивших название вибрационной и ударной теорий динамики зубчатых передач. В соответствии с вибрационной теорией, динамические нагрузки возникают вследствие кинематических погрешностей и изменения жесткости зубьев [2], а по ударной теории они являются следствием удара зубьев в моменты пересопряжения [3].

В зубчатой паре удар происходит при нарушении шага зацепления. В зависимости от разницы предельного отклонения шага зацепления зубьев ведомого и ведущего колес различают «кромочный» и «серединный» удар профилей зубьев. Сила этих ударов при больших величинах ошибок бывает значительной, и нагрузочная способность передачи вследствие этого используется не полностью, в ряде случаев даже меньше, чем наполовину [4].

Процессы возникновения и проявления вибраций, возникающих в момент удара при работе передачи, вызванных погрешностями изготовления и сборки зубчатых колес, достаточно полно исследованы и описаны в работах М.Д. Генкина, В.К. Гриневича, Э.Л. Айрапетова и др. Задача ударного взаимодействия цилиндрических эвольвентных зубчатых колес применительно к вибродиагностике, где в качестве диагностического сигнала используют величину ударного импульса, решает-

ся в плане определения параметров ударных импульсов (форма и время удара), что позволяет повысить информативность сигнала, снимаемого с вибродатчика [5, 6].

Ударный импульс, вызванный изменением кинетической энергии в зубчатом зацеплении при прохождении единичного дефекта, характеризует динамическую нагруженность зубьев, а не самого привода. В этих исследованиях упругим элементом представляется сам зуб, хотя жесткость валов самого привода может быть гораздо меньше.

В отличие от редукторов, в приводе автомобиля — трансмиссии, жесткость зуба зубчатого колеса, воспринимающего удар при прохождении единичного дефекта, существенно выше жесткости валов, на которых расположены зубчатые колеса. Это несколько меняет картину нагружения зубьев при прохождении дефекта. Применение классической теории удара не позволяет решить задачу оценки влияния величины и месторасположения дефекта на изменение динамической нагруженности такого сложного привода, как трансмиссия автомобиля.

На динамику работы привода влияет величина кинематической неравномерности вращения выходного вала. Во время прохождения зубчатым колесом дефекта происходит резкое увеличение скорости вращения ведущего колеса, т. к. к нему подводится вращающий момент от двигателя, а момент сопротивления становится равным нулю. С другой стороны в этот период происходит замедление ведомого колеса, т. к. к нему момент сопротивления подводится, а ведущий момент равен нулю. При восстановлении кинематической связи после прохождения дефекта, происходит удар. Величина энергии удара зависит от разницы скоростей ведомого и ведущего колес при их соприкосновении, от величины передаваемого момента, от накопленной кинетической энергии, т. е. от моментов инерции вращающихся масс, связанных с ведущей и ведомой частями привода. Поэтому для оценки нагруженности привода при наличии единичных дефектов зубчатых передач необходимо создание динамической модели все-

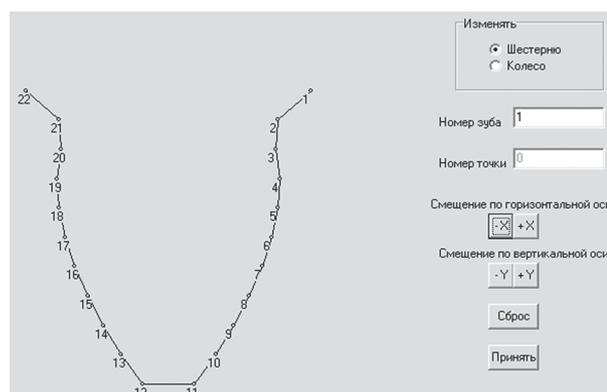
го привода, позволяющей определить их влияние на различных режимах работы и оценить опасность для дальнейшей эксплуатации.

Наличие единичных дефектов можно оценить кинематической неравномерностью вращения выходного вала. Однако обнаружение факта наличия дефекта зуба не является поводом для прекращения эксплуатации. Опасность дефекта определяется величиной и местом его расположения в кинематической цепи трансмиссии. От этих параметров зависит дополнительная нагруженность трансмиссии при передаче вращающего момента [7].

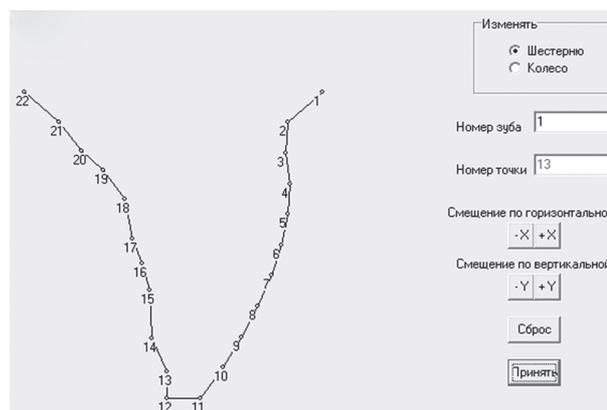
Для исследования влияния величины и места расположения дефекта на кинематическую неравномерность вращения выходного вала необходимо создать такую модель, которая позволила бы моделировать различные виды дефектов зубьев как на ведущем, так и на ведомом колесах и оценивать их влияние на неравномерность вращения выходного вала с учетом взаимодействия других зубьев. Математически описать величину и конфигурацию дефекта зуба достаточно сложно, поскольку его необходимо увязывать с модулем зуба, числом зубьев, расположением его на ведущем или ведомом колесах. Для приближения результатов математического и физического моделирования и визуализации этих исследований целесообразно создать анимационную модель, которая позволила бы установить взаимосвязь между задаваемой величиной и конфигурацией дефекта, его расположением на шестерне или колесе и их влиянием на кинематическую неравномерность вращения выходного вала.

Эту задачу решает созданная анимационная модель, имитирующая вращение зубчатой пары с различными дефектами зубьев. Главная форма представляет собой изображение зубчатой пары, при этом имеется возможность изменения количества зубьев, модуля и координат центра шестерни. Профиль зуба представляет собой совокупность точек, соединенных отрезками. Эвольвенты зуба описываются точками, координаты которых вычисляются путем моделирования процесса зубообработки реечным инструментом методом обката. При этом размеры исходного производящего контура рассчитываются в соответствии с ГОСТ 9587-81. Полученные координаты точек контура зуба последовательно нумеруются и запоминаются программой (рисунок 1 а). При таком подходе к моделированию профиля зуба имеется возможность, изменяя координаты точек выбранного зуба на шестерне или на колесе перемещать их по вертикали и горизонтали, формируя требуемую конфигурацию дефекта зуба (см. рисунок 1 б).

Приняв заданное изображение дефекта, задается максимальное значение угла поворота шестерни и шаг поворота, на который можно поворачивать изображение одним кликом мышки. Процесс



а



б

**Рисунок 1 — Моделирование профиля зуба:**  
а — профиль зуба без дефекта; б — формирование конфигурации дефекта зуба

визуализации вращения зубчатой пары с дефектом зуба можно осуществлять и в непрерывном режиме с различной скоростью.

Особенностью данной модели является то, что перемещение ведомого колеса осуществляется путем обкатки поверхностей сопрягаемых профилей зубьев, позволяющей обкатывать и контур дефекта, переводя его в угол поворота ведомого зубчатого колеса. Приняв за максимальный дефект облом одного зуба, разница  $\Delta\varphi$  фактического угла поворота зубчатого колеса с теоретическим углом поворота будет существенно меньше самого дефекта, поскольку по условию непрерывности и плавности хода передачи коэффициент торцового перекрытия больше единицы (рисунок 2).

При вращении колес линия контакта зубьев перемещается по длине активной линии зацепления  $g_a$  (рисунок 3 а). Пусть линия контакта 1 первой пары зубьев находится в начале поля зацепления, тогда при  $p_b < g_a$  в поле зацепления находится еще и линия контакта 2 второй пары зубьев. В процессе вращении колес линии 1 и 2 перемещаются в направлении, указанном стрелкой. Когда вторая пара придет на границу поля зацепления 2', первая пара займет положение 1'. При дальнейшем движении на участке 1'...2 зацепляется толь-

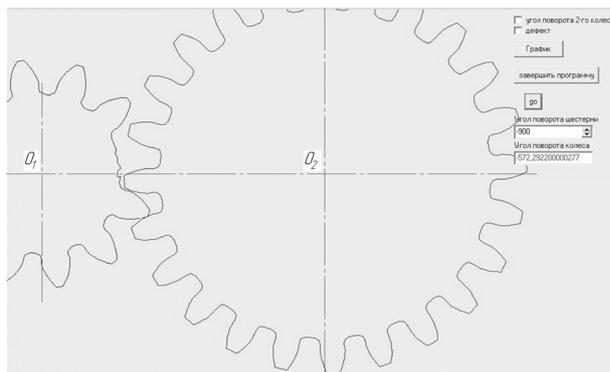


Рисунок 2 — Обкатка максимального дефекта зуба

ко одна пара зубьев. Однопарное зацепление продолжается до тех пор, пока пара 1 не займет положение 2. В этот момент в зацепление вступит следующая пара зубьев и снова начнется двухпарное зацепление [8].

Дефект будет проявляться только в зоне однопарного зацепления, которая располагается по середине зуба или в районе полюса зацепления. В зоне однопарного зацепления зуб передает полную нагрузку  $F_n$ , а в зонах двухпарного — половину (см. рисунок 3 б). Величину этой зоны, а значит и максимального дефекта, можно определить из анимационной модели, приняв соответствующую конфигурацию дефекта или рассчитать графоаналитически.

Величину дефекта зубчатого колеса целесообразно задавать в долях от толщины зуба по постоянной хорде  $s_c$  и приводить к углу поворота ведущего вала привода  $\Delta\varphi_1$ , что позволит исследовать влияние величины и принадлежности дефекта на изменение нагруженности привода на математической модели.

Оценка величины дефекта основана на отслеживании относительного угла поворота  $\Delta\varphi$  одного зубчатого колеса по отношению к другому, а место расположения дефекта — по периоду его повторного появления и сопоставления с периодом обкатки того или иного колеса, находящегося в том или ином месте кинематической цепи передачи.

В момент прохождения дефекта кинематическая связь между ведомым и ведущим колесами

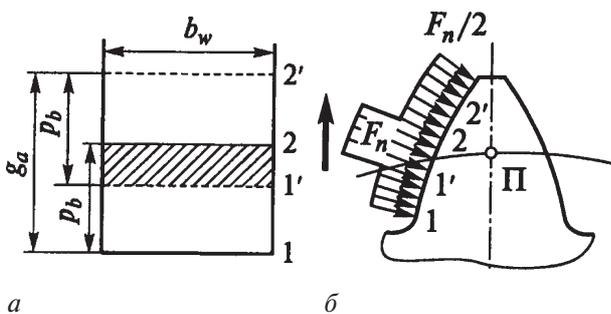


Рисунок 3 — Изменение нагрузки по профилю зуба:  
а — поле зацепления зуба; б — распределение нагрузки по высоте зуба

нарушается. Рассматривая движение колес без учета динамики видно, что при прохождении дефекта ведомое колесо вначале останавливается, т. к. подвод вращающего момента прекращается, а затем восстановление кинематической связи сопровождается ускоренным движением ведомого колеса, инициированное последующей парой зубьев. Причем величина дефекта  $\Delta\varphi$  в одной паре зубчатых колес не зависит от места его нахождения — на ведомом или ведущем колесе, отличие наблюдается только в периоде  $T$  повторного появления. На шестерне появление дефекта наблюдается чаще, а на колесе в  $u$  раз реже, где  $u = z_2 / z_1$  — передаточное число:

$$T_1 = 2\pi; T_2 = 2\pi \cdot z_2 / z_1.$$

Изучение влияния величин дефектов и места их расположения на динамическую нагруженность привода осуществлялось на динамической модели типового привода. Типовой привод, например трансмиссия автомобиля, является динамической системой с сосредоточенными параметрами. Основанием для дискретизации является то, что крутильные колебания в трансмиссии имеют выраженный дискретный спектр собственных частот в диапазоне до 300 Гц. В системах, приведенных к дискретному виду, массы сосредоточены и обладают только инерционностью. Участки системы, связывающие массы, имеют вид упругих элементов, которые характеризуются определенной жесткостью, а затухание колебаний — демпфированием или рассеянием энергии колебаний. При изучении кратковременных переходных процессов, рассеивания энергии, вызываемые гистерезисными потерями в материале деталей, зубчатых, шлицевых соединениях, опорах валов, сказывающееся на затухании колебаний, можно не учитывать [9, 10].

С учетом вышеизложенного, динамическая модель имеет вид, представленный на рисунке 4. В состав динамической модели входит силовая установка, подводящая вращающий момент  $M_0$ , фрикционный элемент разьединения привода ФЭ, трансформаторные элементы ТЭ1 и ТЭ2 с передаточными числами  $U_1$  и  $U_2$ , в которых задается определенная величина дефекта. С трансформаторными элементами, отображающими безинерционные

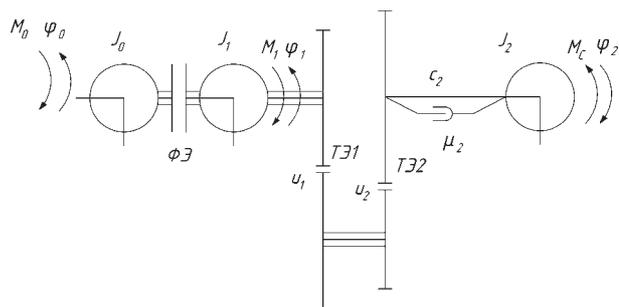


Рисунок 4 — Динамическая модель типового привода

преобразования параметров потока энергии, связаны ведущие и ведомые элементы привода, характеризуются определенной величиной моментов инерции  $J_i$ , способных накапливать кинетическую энергию: нулевая сосредоточенная масса с моментом инерции  $J_0$  отображает инерционные свойства вращающихся масс приводного двигателя и кинематически связанных с ним деталей привода; первая сосредоточенная масса с моментом инерции  $J_1$  учитывает моменты инерции вращающихся масс (валов и зубчатых колес), приведенных к первичному валу привода после фрикционного элемента (при включенном фрикционном элементе ФЭ  $J_0$  объединяется с  $J_1$ ); вторая сосредоточенная масса с моментом инерции  $J_2$  — учитывает моменты инерции элементов привода, связанных с выходным валом привода. Внешнее воздействие на систему представлено вращающим моментом  $M_c$ , отображающим воздействие со стороны полезного сопротивления привода [11].

Математическое представление динамической модели переменной структуры с сосредоточенными параметрами выражено системой обыкновенных дифференциальных уравнений, составленных на основе уравнения Лагранжа второго рода

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\varphi}_0 = \frac{M_d - (1 - L_0) \cdot M_{\Phi}}{j_0 - L_0 \cdot j_1} - \\ \frac{L_1 \cdot c_2 / (u_1 \cdot u_2) \cdot (\varphi_0 / (u_1 \cdot u_2) - \varphi_2)}{j_0 - L_0 \cdot j_1} - \\ \frac{L_1 \cdot \mu_2 / u_1 \cdot \left( \dot{\varphi}_0 / (u_1 \cdot u_2) - \dot{\varphi}_2 \right)}{j_0 - L_0 \cdot j_1}, \\ \ddot{\varphi}_1 = \ddot{\varphi}_0 \cdot L_0 + \frac{(1 - L_0) \cdot M_{\Phi}}{j_1} - \\ \frac{(1 - L_0) \cdot L_1 \cdot c_2 \cdot (\varphi_1 / (u_1 \cdot u_2) - \varphi_2)}{j_1} - \\ \frac{(1 - L_0) \cdot \mu_2 \cdot \left( \dot{\varphi}_1 / (u_1 \cdot u_2) - \dot{\varphi}_2 \right)}{j_1}, \\ \ddot{\varphi}_2 = \frac{L_1 \cdot c_2 \cdot (\varphi_1 / (u_1 \cdot u_2) - \varphi_2)}{j_2} + \\ + \frac{L_1 \mu_2 \cdot \left( \dot{\varphi}_1 / (u_1 \cdot u_2) - \dot{\varphi}_2 \right)}{j_2} - \frac{M_c}{j_2}, \end{array} \right.$$

где  $\ddot{\varphi}_0, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2$  — ускорение инерционной массы приводного двигателя, ведущего зубчатого колеса и ведомой части привода соответственно, рад/с<sup>2</sup>;  $\dot{\varphi}_0, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$  — угловые скорости инерционной массы приводного двигателя, ведущей и ведомой частей привода, рад/с;  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$  — углы поворота инерционной массы приводного двигателя, ведущего и ведомого валов привода, рад;  $M_d$  — вращающий момент приводного двигателя, Нм;  $M_c$  — момент

сопротивления движению привода, Нм;  $M_{\Phi}$  — момент, создаваемый фрикционом, Нм;  $c_2$  — коэффициент жесткости, приведенный к ведомому валу привода, Нм/рад;  $\mu_2$  — коэффициент демпфирования ведомой части привода, Нмс/рад;  $L_0$  — дискретная функция состояния, характеризующая состояние фрикционного элемента,  $L_0 = 0$  — фрикцион буксует,  $L_0 = 1$  — фрикцион замкнут;  $L_1$  — дискретная функция состояния, характеризующая наличие кинематической связи между ведущим и ведомым зубчатым колесом. При наличии кинематической связи между ведущим и ведомым валами  $L_1 = 1$ , а при нарушении кинематической связи в момент прохождения дефекта  $L_1 = 0$ .

Дискретные функции состояния  $L_i$  позволяют использовать одну и ту же математическую модель при изменяющихся условиях, исключая из структуры те или иные слагаемые в системе дифференциальных уравнений, а не создавать свои модели для замкнутой и разомкнутой кинематической цепи при прохождении единичного дефекта зуба или при отключении фрикционным элементом сцепления подвода вращающего момента со стороны двигателя.

Приняв параметры привода автомобиля ГАЗ-3307 определяем максимальную величину дефекта в долях от толщины зуба по постоянной хорде, приведенной к углу поворота ведущего вала привода. Учитывая, что из-за коэффициента перекрытия зубчатого зацепления выломанный зуб вызывает кинематическую неравномерность вращения аналогичную дефекту зуба, равную 0,3 от толщины зуба по постоянной хорде  $s_c$ , его и принимаем за максимальный дефект.

Оценка влияния максимальной величины дефекта на динамическую нагруженность привода проводилась на представленной выше математической модели. Дефект располагали в зубчатой паре с передаточным числом  $u_1 = 2,53$ , затем в зубчатой паре с передаточным числом  $u = u_1 \times u_2 = 6,55$  (см. рисунок 4). Передаваемый момент при этом изменялся в зависимости от имитируемых дорожных условий. Изменения момента в приводе при ударе, сопровождаемом прохождением дефекта зуба, зависит от разности ускорений инерционных элементов, возникшей от разгона ведущей части зубчатого колеса при мгновенном снятии нагрузки и от замедления ведомой, при пропадании ведущего момента и действия только момента сопротивления. Характер изменения ускорения приводной шестерни с максимальным дефектом зуба при угловой скорости 20 рад/с на первой ступени коробки передач при нагружении моментом сопротивления  $M_c = 57$  Нм, характерном для движения полностью груженого автомобиля по грунтовой дороге, приведен на рисунке 5.

В момент разрыва кинематической связи с ведомым звеном ведущее звено ускоряется, что соответствует пику графика на рисунке 5. Затем про-

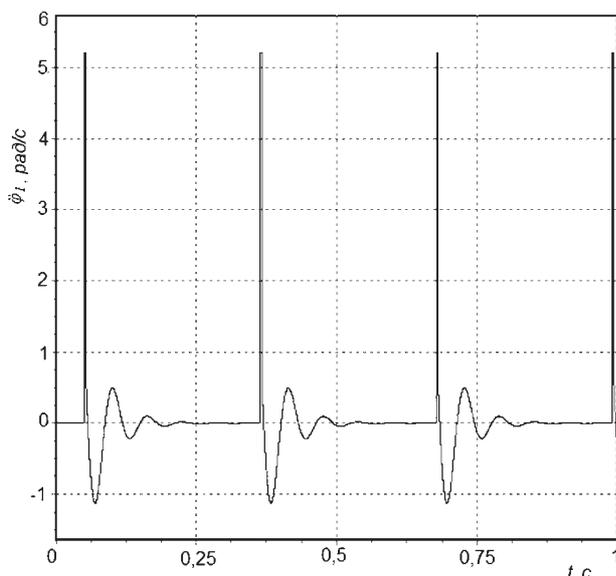


Рисунок 5 — Ускорение приводной шестерни при наличии дефекта 0,3с

исходит удар и восстановление кинематической связи с резким замедлением ведущего звена. Поскольку в приводе имеется упругий элемент, то в динамической системе происходят колебания, а благодаря демпфированию эти колебания затухают.

При увеличении угловой скорости входного вала ускорения, а, следовательно, и максимальные моменты, казалось бы должны возрастать, однако с возрастанием угловой скорости динамическая нагруженность привода уменьшается (рисунок 6). Так, при угловой скорости входного вала 20 рад/с динамическая нагруженность привода по сравнению с величиной передаваемого момента возросла в 1,45 раза, а при 180 рад/с только в 1,05 раза.

Эта зависимость нелинейная и объясняется тем, что вращающиеся массы привода с увеличе-

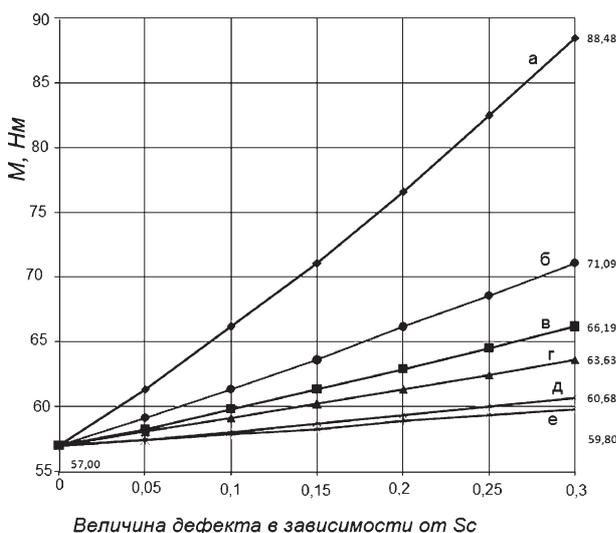


Рисунок 6 — Изменение нагруженности привода в зависимости от скорости работы привода при наличии дефекта зуба в зацеплении  $u = 6,55$ :

$a$  — при  $\omega = 20$  рад/с;  $b$  — при  $\omega = 40$  рад/с;  $в$  — при  $\omega = 60$  рад/с;  $г$  — при  $\omega = 100$  рад/с;  $д$  — при  $\omega = 140$  рад/с;  $е$  — при  $\omega = 180$  рад/с

нием угловой скорости накапливают большую кинетическую энергию, пропорциональную квадрату угловой скорости, и в меньшей степени реагируют на возмущения при прохождении дефекта, продолжая свое движение за счет сил инерции.

Величина динамической нагруженности привода зависит не только от величины дефекта, но и места его расположения в кинематической цепи. На рисунке 7 показано изменение момента в упругом элементе привода в зависимости от величины дефекта зуба колеса, расположенного на входном валу зубчатой пары ТЭ1, передаточное число которой  $u_1 = 2,53$ , и зубчатом колесе пары ТЭ2, когда общее передаточное число  $u = u_1 \times u_2 = 6,55$  при работе в одинаковых условиях нагружения моментом сопротивления  $M_c = 57$  Нм с угловой скоростью входного вала 100 рад/с.

При анализе графика можно сделать вывод, что наличие единичного дефекта максимальной величины на зубчатом колесе пары наиболее удаленной от первичного вала, увеличивает нагруженность привода в 1,1 раза по сравнению с установившимся режимом движения, тогда как дефект колеса ближней пары — в 1,03 раза. Это соотношение справедливо для различной величины передаваемого момента.

Наличие дефекта в кинематической цепи привода будет по-разному влиять на динамическую нагруженность в зависимости от типа привода. Если это станочный привод с короткими жесткими валами и высокомодульными массивными зубчатыми колесами, то динамическая нагруженность привода при одной и той же величине дефекта, будет отличаться от динамической нагруженности привода автомобиля, содержащего в своем составе упругие элементы (торсионные валы или упругие муфты).

Таким образом, при рассмотрении динамической нагруженности отдельно взятого зубчатого зацепления вне привода, результаты расчета нагруженности зубьев будут менее точны, чем при рассмотрении этого зацепления в составе привода [12]. При этом важно отметить, что даже такой опасный для дальнейшей эксплуатации дефект, как облом зуба, не вызывает резких внешних проявле-

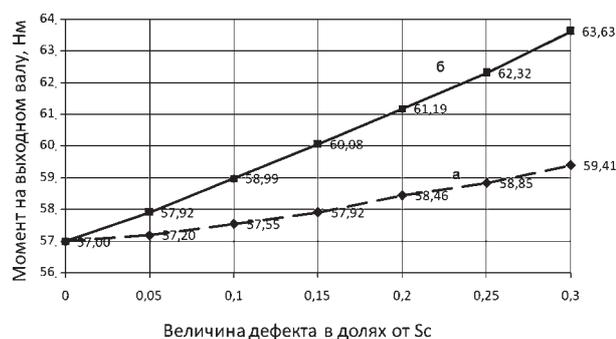


Рисунок 7 — Изменение нагруженности привода в зависимости от величины и принадлежности дефекта:  $a$  — дефект зубчатого колеса пары с  $u_1 = 2,53$ ;  $b$  — дефект зубчатого колеса пары с  $u = 6,55$

ний, способствующих однозначной идентификации такого дефекта. Это необходимо учитывать при разработке систем диагностики зубчатых передач различных приводов машин.

#### Список литературы

1. Антипенко, Г.Л. Диагностирование механических трансмиссий машин импульсным способом на стационарном стенде / Г.Л. Антипенко, В.А. Судакова, М.Г. Шамбалова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. — 2010. — № 2(27). — С. 9–16.
2. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах / Э.Л. Айрапетов [и др.] // Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами. — М.: Наука, 1978. — С. 3–18.
3. Петрусевич, А.И. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колёсами / А.И. Петрусевич, М.Д. Генкин, В.К. Гринкевич. — М.: Изд-во АН СССР, 1956. — 132 с.
4. Генкин, М.Д. Повышение надежности тяжело-нагруженных зубчатых передач / М.Д. Генкин, М.А. Рыжов, Н.М. Рыжов. — М.: Машиностроение, 1981. — 232 с.: ил.
5. Павлов, Б.В. Акустическая диагностика механизмов / Б.В. Павлов. — М.: Машиностроение, 1971. — 224 с.
6. Ишин, Н.Н. Исследование параметров ударного импульса в зубчатом зацеплении прямозубых цилиндрических колес / Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов // Механика машин, механизмов и материалов. — 2011. — 3(16). — С. 19–23.
7. Шамбалова, М.Г. Исследование кинематики зубчатого зацепления при наличии единичных дефектов зубьев / М.Г. Шамбалова // «Интерстроймех-2011»: материалы Международ. науч.-техн. конф. — Могилев, 2011. — С. 245–246.
8. Иванов, М.Н. Детали машин: учеб. для машиностроительных спец. вузов / М.Н. Иванов, В.А. Финонгенов. — 12-е изд., испр. — М.: Высш. шк., 2008. — 408 с.: ил.
9. Гришкевич, А.И. Автомобили: Конструкция, конструирование и расчет. Трансмиссия: учеб. пособие; под ред. А.И. Гришкевича. — Минск: Выш. шк., 1985. — 240 с.
10. Гришкевич, А.И. Проектирование трансмиссий автомобилей: справ. / под ред. А.И. Гришкевича. — М.: Машиностроение, 1984. — 272 с.
11. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем: учеб. для вузов / В.П. Тарасик. — Минск: Дизайн-ПРО, 1997. — 640 с.: ил.
12. Биргер, И.А. Расчет на прочность деталей машин: справ. / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1979. — 702 с., ил.

---

Antipenko G.L., Shambalova M.G.

#### The influence of drive tooth gear defect on one dynamic load

The problems of gear teeth defects modeling and analysis of the influence of defects size and their location in the kinematic chain of the drive on drive dynamic loading are discussed. The methods of determining defect size, considering contact ratio in gearing, is proposed.

**Keywords:** tooth gear, defect, dynamic model, rotary acceleration

Поступила в редакцию 28.01.2013.