

УДК 687.36.004.12

**А. В. Локтионов, д-р техн. наук, проф., А. П. Прохоров****РАСЧЁТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЦЕНТРА СХВАТА ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТА «КОНТУР-002»**

В статье изложены результаты теоретических исследований по расчёту кинематических параметров многозвенного разомкнутого пространственного шарнирного механизма – промышленного робота «КОНТУР-002». Составлена расчётная схема и предложены формулы для определения матричным методом скорости и ускорения центра схвата робота в подвижной и неподвижной системах координат, необходимых для прочностного расчёта и оценки динамических свойств механизма.

**Введение**

Существуют различные методы расчетов геометрических и кинематических параметров исполнительных механизмов роботов-манипуляторов [1, 4]. Векторный метод расчета кинематических параметров исполнительных механизмов следует использовать для роботов, звенья которых расположены в одной плоскости. Установлено, что применительно к двухзвенному исполнительному механизму с тремя степенями подвижности векторный метод достаточно сложен и не используется для пространственных схем размещения звеньев роботов-манипуляторов. При таком методе расчета определяются проекции звеньев на неподвижные оси координат и векторов скорости и ускорения на эти оси. При матричном методе расчета движение твердого тела рассматривается как движение подвижного трехмерного пространства в неподвижном. Геометрические и кинематические параметры робота можно представить в виде параллельного переноса и поворота. Скорости точек находятся в результате дифференцирования текущих координат центра схвата. При этом векторы угловой скорости и мгновенной угловой скорости вводятся как действие кососимметричной матрицы. Преимущества матричного способа заключаются в следующем: все виды движений изучаются с единой точки зрения; вектор угловой скорости вводится не фор-

мальным способом, а как соответствие пространства кососимметричных матриц подвижному пространству; легко выполняется переход от движения твердого тела к движению системы с конечным числом степеней свободы. С помощью транспонированных матриц перехода определяются матричным методом скорость и ускорение центра схвата робота-манипулятора в подвижной системе координат. В [5] рассмотрено определение в неподвижной системе координат скорости центра схвата робота «КОНТУР-002». Не определены скорость центра схвата в подвижной системе координат и ускорение центра схвата в подвижной и неподвижной системах координат. Следует разработать расчет кинематических параметров в подвижной системе координат, связанной с центром схвата исполнительного механизма [2, 3, 5].

**Конструкция робота «КОНТУР-002»**

Промышленный робот «КОНТУР-002» предназначен для автоматизации основных технологических процессов и вспомогательных операций при обработке наружных и внутренних поверхностей объемных изделий сложной конфигурации.

Манипулятор в составе промышленного робота «КОНТУР-002» предназначен для перемещения рабочего инструмента по заданной в процессе обучения траектории. Он представляет собой

многозвенный разомкнутый пространственный шарнирный механизм, состоящий из таких основных частей, как основание, плечо, предплечье, кисть.

Манипулятор с шарнирной кистью (рис. 1) имеет пять степеней подвижности: поворот манипулятора, качание плеча, качание предплечья, перемещение кисти (две степени).

Манипулятор с поворотной кистью имеет шесть степеней подвижности: поворот манипулятора, качание плеча, качание предплечья, качание кисти, поворот кисти, вращение выходного вала.

Основание манипулятора предназначено для установки на нём плеча с предплечьем и поворота их вокруг вертикальной оси в пределах  $210^{\circ}$ . Плечо предназначено для установки на нём предплечья с кистью и перемещения верхней части манипулятора вокруг горизонтальной оси в пределах  $60^{\circ}$ . Оно состоит из стойки, двух гидродвигателей, системы уравнивания и рукавов. Предплечье предназначено для ус-

тановки на нём кисти и перемещения в вертикальной плоскости в пределах  $60^{\circ}$ . Оно состоит из основания, системы уравнивания, предплечья и распределительной плиты. Система уравнивания предназначена для статического уравнивания предплечья с кистью во всех возможных его положениях. Кисть крепится к предплечью при помощи кронштейна с двигателем, который поворачивает кронштейн, закреплённый на его валу, в вертикальной плоскости. Угол поворота кронштейна от упора до упора составляет  $180^{\circ}$ . На валу двигателя установлена спиральная пружина, уравнивающая звенья кисти. На кронштейне установлен двигатель, который поворачивает кронштейн, закреплённый на его валу, в горизонтальной плоскости. Угол поворота кронштейна составляет  $180^{\circ}$ . На кронштейне установлен двигатель, на валу которого закрепляется рабочий инструмент.

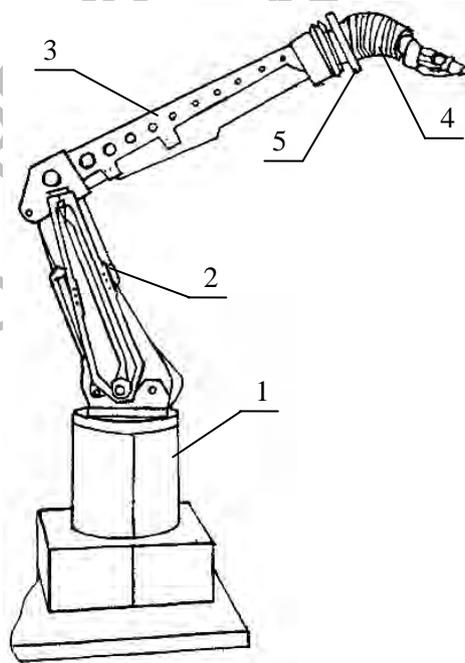


Рис. 1. Схема промышленного робота «КОНТУР-002»: 1 – основание манипулятора с механизмом поворота; 2 – плечо с гидродвигателями; 3 – предплечье с распределительной плитой; 4 – кисть; 5 – рукоятка обучения

**Методика расчёта кинематических параметров центра схвата робота**

Расчетная схема для определения кинематических параметров центра схвата робота «КОНТУР-002» представлена на рис. 2.

Система  $XYZ$  поворотом на угол  $\varphi$  переводится в подвижную систему  $X_1Y_1Z_1$  таким образом, что механизм размещается в вертикальную плоскость  $Y_1OZ_1$ . Следующим преобразованием система координат  $X_1Y_1Z_1$  переводится в

систему  $X_2Y_2Z_2$  поворотом вокруг оси  $OX_1$  на угол  $\theta_1$ . Затем, перемещая начало координат  $X_2Y_2Z_2$  на длину  $l_1$ , получают систему координат  $X_3Y_3Z_3$ . Поворотом системы  $X_3Y_3Z_3$  вокруг оси  $OX_3$  на угол  $\theta_2$  получают систему координат  $X_4Y_4Z_4$ , которую перемещают на длину  $l_2$ , и окончательно получают подвижную систему  $X_5Y_5Z_5$ . Для каждого поворота определяются матрицы, с помощью которых определяются координаты точки  $M$  центра схвата (точка  $O_3$ ).

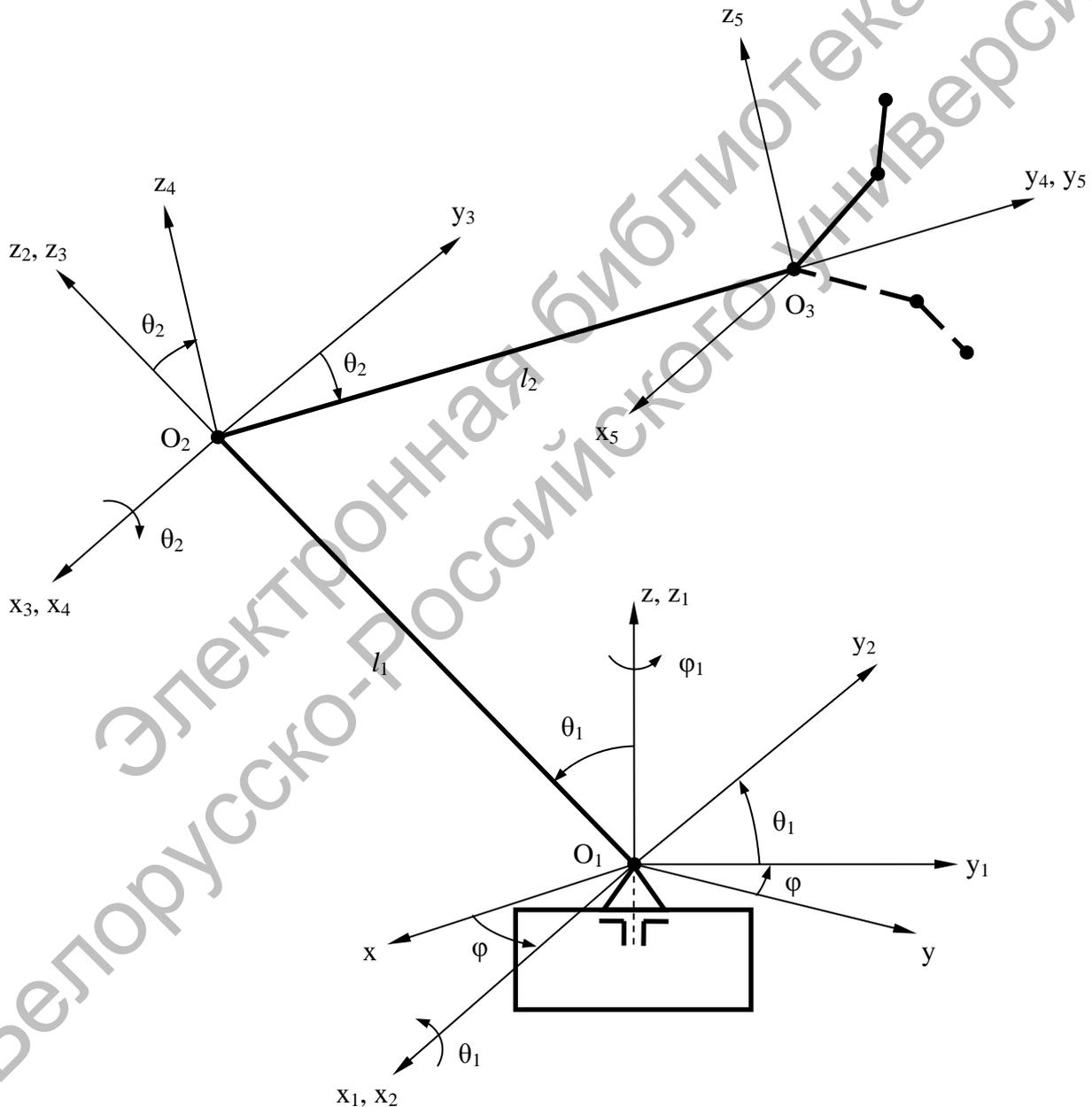


Рис. 2. Расчетная схема манипулятора робота «КОНТУР-002»

Матрицы, устанавливающие зависимости между системами координат, имеют вид:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A_\varphi \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = A_{\theta_1} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = A_{\theta_2} \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix}.$$

где  $l_1$  и  $l_2$  – конструктивные размеры звеньев механизма.

Координаты центра схвата в неподвижной системе  $XYZ$  выражаются через координаты в системе  $X_5Y_5Z_5$  следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A_\varphi A_{\theta_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + A_\varphi A_{\theta_1} A_{\theta_2} \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{pmatrix} + A_\varphi A_{\theta_1} A_{\theta_2} \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix}.$$

Матрицы-сомножители имеют вид:

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$A_{\theta_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix};$$

$$A_{\theta_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ 0 & -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix}.$$

Вектор скорости  $\bar{v}$  центра схвата в неподвижной системе  $XYZ$  определяется дифференцированием текущих координат (при условии, что  $x_5 = const$ ,  $y_5 = const$ ,  $z_5 = const$ ) по формуле

$$\bar{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{A}_\varphi A_{\theta_1} \dot{\varphi} + A_\varphi \dot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{A}_\varphi A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi} + A_\varphi \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\theta}_1 + A_\varphi A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{A}_\varphi A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi} + A_\varphi \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\theta}_1 + A_\varphi A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Производные от матриц-сомножителей имеют вид:

$$\dot{A}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \\ \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\dot{A}_{\theta_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_1 & -\cos \theta_1 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \end{pmatrix};$$

$$\dot{A}_{\theta_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 \\ 0 & -\cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \end{pmatrix}.$$

Из формулы (1) определяются проекции вектора скорости центра схвата на неподвижные оси координат  $XYZ$  (при условии, что  $x_5 = 0$ ,  $y_5 = 0$ ,  $z_5 = 0$ ), которые имеют вид:

$$\begin{aligned}
 v_x = \dot{x} &= l_1 (\dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta_1 + \dot{\theta}_1 \sin \varphi \cos \theta_1) + \dot{l}_1 \sin \varphi \sin \theta_1 - \\
 &- (l_2 \dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{l}_2 \sin \varphi) (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + \\
 &+ l_2 \dot{\theta}_1 \sin \varphi (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) + l_2 \dot{\theta}_2 \sin \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2); \\
 v_y = \dot{y} &= l_1 (\dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta_1 - \dot{\theta}_1 \cos \varphi \cos \theta_1) - \dot{l}_1 \cos \varphi \sin \theta_1 + \\
 &+ (\dot{l}_2 \cos \varphi - l_2 \dot{\varphi} \sin \varphi) (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - \\
 &- l_2 \dot{\theta}_1 \cos \varphi (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) - l_2 \dot{\theta}_2 \cos \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2); \\
 v_z = \dot{z} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \dot{l}_1 \cos \theta_1 + (l_2 \dot{\theta}_1 - l_2 \dot{\theta}_2) (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + \\
 &+ \dot{l}_2 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2).
 \end{aligned}$$

С учётом того, что  $l_i = const$ , имеем:

$$\begin{aligned}
 v_x = \dot{x} &= l_1 (\dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta_1 + \dot{\theta}_1 \sin \varphi \cos \theta_1) - l_2 \dot{\varphi} \cos \varphi (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + \\
 &+ l_2 \dot{\theta}_1 \sin \varphi (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) + l_2 \dot{\theta}_2 \sin \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2); \\
 v_y = \dot{y} &= l_1 (\dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta_1 - \dot{\theta}_1 \cos \varphi \cos \theta_1) - l_2 \dot{\varphi} \sin \varphi (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - \\
 &- l_2 \dot{\theta}_1 \cos \varphi (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) - l_2 \dot{\theta}_2 \cos \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2); \\
 v_z = \dot{z} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + (l_2 \dot{\theta}_1 - l_2 \dot{\theta}_2) (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2).
 \end{aligned}$$

Модуль скорости центра схвата определяется по формуле

$$\begin{aligned}
 v &= \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \\
 &= \sqrt{l_2^2 \dot{\varphi}^2 + (l_1^2 - 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2^2) \dot{\theta}_1^2}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

В свою очередь, вектор скорости  $\bar{v}$  центра схвата в системе  $X_5 Y_5 Z_5$

$$\bar{v}_M = A^T \cdot \bar{v},$$

где  $A^T$  – транспонированная матрица, равная произведению транспонированных матриц-сомножителей, взятых в обратном порядке,

$$A^T = A_{\theta_2}^T \cdot A_{\theta_1}^T \cdot A_{\varphi}^T.$$

Транспонированные матрицы-сомножители имеют вид:

$$A_{\varphi}^T = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$A_{\theta_1}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix};$$

$$A_{\theta_2}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ 0 & \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix}.$$

Подставляя полученные матрицы в выражение для определения вектора скорости в подвижной системе координат, имеем

$$\begin{aligned} \bar{v}_M = A^T \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A_{\theta_2}^T A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{\varphi} + \\ + A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \\ + A_{\theta_2}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{l}_1 \end{pmatrix} &+ \begin{pmatrix} A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{\varphi} + \\ + A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1 + \\ + A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{l}_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ + \left( A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{\varphi} + A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1 + A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \right) &\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix}. \quad (3) \end{aligned}$$

Из формулы (3) определяем проекции вектора скорости центра схвата на подвижные оси координат  $X_5 Y_5 Z_5$ , которые имеют вид:

$$\begin{aligned} v_{x_5} &= -l_2 \dot{\varphi}; \\ v_{y_5} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 - \dot{l}_1 \sin \theta_2 + \dot{l}_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{a} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} \ddot{\varphi} + \ddot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{\varphi}^2 + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\theta}_1 + A_{\varphi} \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1^2 + 2\dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \\ \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_2} \ddot{\varphi} + \ddot{A}_{\varphi} A_{\theta_2} \dot{\varphi}^2 + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\theta}_2 + A_{\varphi} \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2^2 + 2\dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 + 2A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{\varphi} + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1 \\ \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_2} \dot{\varphi} + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{l}_1 \end{pmatrix} + \\ + A_{\varphi} A_{\theta_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{l}_1 \end{pmatrix} &+ \begin{pmatrix} \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} A_{\theta_2} \ddot{\varphi} + \ddot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi}^2 + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \ddot{\theta}_1 + A_{\varphi} \ddot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\theta}_1^2 + A_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\theta}_2 + A_{\varphi} A_{\theta_1} \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2^2 + \\ + 2\dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 + 2\dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 + 2A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ + 2 \begin{pmatrix} \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi} + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\theta}_1 + A_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \\ \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi} + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\theta}_1 + A_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{l}_2 \\ 0 \end{pmatrix} &+ A_{\varphi} A_{\theta_1} A_{\theta_2} \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{l}_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \\ + \left( \dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} A_{\theta_2} \ddot{\varphi} + \ddot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi}^2 + A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \ddot{\theta}_1 + A_{\varphi} \ddot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\theta}_1^2 + A_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\theta}_2 + A_{\varphi} A_{\theta_1} \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2^2 + \right. & \\ \left. + 2\dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} A_{\theta_2} \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 + 2\dot{A}_{\varphi} A_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 + 2A_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right) &\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix}. \quad (4) \end{aligned}$$

$$v_{z_5} = -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 + \dot{l}_1 \cos \theta_2 + l_2 \dot{\theta}_1 - l_2 \dot{\theta}_2.$$

С учётом того, что  $l_i = const$ , имеем

$$\begin{aligned} v_{x_5} &= -l_2 \dot{\varphi}; \\ v_{y_5} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2; \\ v_{z_5} &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 + l_2 \dot{\theta}_1. \end{aligned}$$

Модуль скорости центра схвата определяется по формуле, которая совпадает с равенством (2):

$$\begin{aligned} v_M &= \sqrt{v_{x_5}^2 + v_{y_5}^2 + v_{z_5}^2} = \\ &= \sqrt{l_2^2 \dot{\varphi}^2 + (l_1^2 - 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2^2) \dot{\theta}_1^2}, \end{aligned}$$

а направление скорости – направляющими косинусами.

Ускорение центра схвата в системе XYZ

Вторые производные от матриц-множителей имеют вид:

$$\ddot{A}_\varphi = \begin{pmatrix} -\cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\ddot{A}_{\theta_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 0 & -\sin \theta_1 & -\cos \theta_1 \end{pmatrix};$$

$$\ddot{A}_{\theta_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ 0 & \sin \theta_2 & -\cos \theta_2 \end{pmatrix}.$$

Определяем проекции вектора ускорения центра схвата на неподвижные оси координат XYZ (при условии, что  $x_5 = 0$ ,  $y_5 = 0$ ,  $z_5 = 0$ ), которые имеют вид:

$$\begin{aligned} a_x = \ddot{x} = & l_1 \ddot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta - l_1 \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \sin \theta + l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \varphi \cos \theta_1 - l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \varphi \sin \theta_1 - 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \varphi \cos \theta_1 + \\ & + 2\dot{l}_1 \dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta + 2\dot{l}_1 \dot{\theta}_1 \sin \varphi \cos \theta_1 + \ddot{l}_1 \sin \varphi \sin \theta - l_2 \ddot{\varphi} \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + \\ & + l_2 \dot{\varphi}^2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_1 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ & + l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + l_2 \ddot{\theta}_2 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ & + l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ & + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - \\ & - 2\dot{l}_2 \dot{\varphi} \cos \varphi (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + 2\dot{l}_2 \dot{\theta}_1 \sin \varphi (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) + \\ & + 2\dot{l}_2 \dot{\theta}_2 \sin \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) - \ddot{l}_2 \sin \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_y = \ddot{y} = & l_1 \ddot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta + l_1 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi \sin \theta - l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \varphi \cos \theta_1 + l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \varphi \sin \theta_1 + 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \sin \varphi \cos \theta_1 + \\ & + 2\dot{l}_1 \dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta - 2\dot{l}_1 \dot{\theta}_1 \cos \varphi \cos \theta_1 - \ddot{l}_1 \cos \varphi \sin \theta - l_2 \ddot{\varphi} \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - \\ & - l_2 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - \\ & - l_2 \dot{\theta}_1^2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_2 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - \\ & - l_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ & + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - \\ & - 2\dot{l}_2 \dot{\varphi} \sin \varphi (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - 2\dot{l}_2 \dot{\theta}_1 \cos \varphi (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) - \\ & - 2\dot{l}_2 \dot{\theta}_2 \cos \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) - \ddot{l}_2 \cos \varphi (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_z = \ddot{z} = & -l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - 2\dot{l}_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \ddot{l}_1 \cos \theta_1 + l_2 \ddot{\theta}_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + \\ & + l_2 \dot{\theta}_1^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_2 (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + \\ & + l_2 \dot{\theta}_2^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - \\ & - 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + 2\dot{l}_2 \dot{\theta}_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - \\ & - 2\dot{l}_2 \dot{\theta}_2 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2) - \ddot{l}_2 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2). \end{aligned}$$

С учётом того, что  $l_i = const$ , имеем

$$a_x = \ddot{x} = l_1 \ddot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta - l_1 \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \sin \theta + l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \varphi \cos \theta - l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \varphi \sin \theta - 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \varphi \cos \theta + \\ + l_2 \ddot{\varphi} \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + \\ + l_2 \dot{\varphi}^2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_1 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ + l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + l_2 \ddot{\theta}_2 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ + l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1);$$

$$a_y = \ddot{y} = l_1 \ddot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta + l_1 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi \sin \theta - l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \varphi \cos \theta + l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \varphi \sin \theta + 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \sin \varphi \cos \theta + \\ + l_2 \ddot{\varphi} \sin \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - \\ - l_2 \dot{\varphi}^2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_1 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - \\ - l_2 \dot{\theta}_1^2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_2 \cos \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - \\ - l_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) - 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + \\ + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 \sin \varphi (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \varphi (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1);$$

$$v_z = \ddot{z} = -l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta - l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta + l_2 \ddot{\theta}_1 (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + \\ + l_2 \dot{\theta}_1^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - l_2 \ddot{\theta}_2 (\cos \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_2 \sin \theta_1) + \\ + l_2 \dot{\theta}_2^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) - 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1).$$

Модуль ускорения центра схвата определяется по формуле

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}. \quad (5)$$

В свою очередь, вектор ускорения  $\bar{a}$  центра схвата в подвижной системе

$X_5 Y_5 Z_5$

$$\bar{a}_M = A^T \cdot \bar{a}.$$

Ускорение центра схвата в подвижной системе  $X_5 Y_5 Z_5$

$$\begin{aligned}
 \bar{a}_M = A^T \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = & \left( A_{\theta_2}^T A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \ddot{\varphi} + A_{\theta_2}^T A_{\varphi}^T \ddot{A}_{\varphi} \dot{\varphi}^2 + A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\theta}_1 + A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1^2 + 2A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + \\
 & + 2 \left( A_{\theta_2}^T A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{\varphi} + A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{pmatrix} + A_{\theta_2}^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{l}_1 \end{pmatrix} + \left( A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \ddot{\varphi} + A_{\varphi}^T \ddot{A}_{\varphi} \dot{\varphi}^2 + A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\theta}_1 + \right. \\
 & + A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1^2 + A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\theta}_2 + A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2^2 + 2A_{\theta_1}^T A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 + 2A_{\theta_2}^T A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 + \\
 & + 2A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \left. \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \left( A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{\varphi} + A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1 + A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{l}_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \\
 & + \left( A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \ddot{\varphi} + A_{\varphi}^T \ddot{A}_{\varphi} \dot{\varphi}^2 + A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \ddot{\theta}_1 + A_{\theta_1}^T \ddot{A}_{\theta_1} \dot{\theta}_1^2 + A_{\theta_2}^T \dot{A}_{\theta_2} \ddot{\theta}_2 + A_{\theta_2}^T \ddot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_2^2 + 2A_{\theta_1}^T A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_1} \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 + \right. \\
 & \left. + 2A_{\theta_2}^T A_{\varphi}^T \dot{A}_{\varphi} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 + 2A_{\theta_2}^T A_{\theta_1}^T \dot{A}_{\theta_1} \dot{A}_{\theta_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right) \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix}. \tag{6}
 \end{aligned}$$

Определяются проекции вектора ускорения центра схвата на подвижные оси координат  $X_5Y_5Z_5$ , которые имеют вид:

$$\begin{aligned}
 a_{x_5} &= 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - l_2 \ddot{\varphi} + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 - 2l_2 \ddot{\varphi}; \\
 a_{y_5} &= -l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 + 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 - 2l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 - l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta_2 - l_2 \dot{\varphi}^2 - l_2 \dot{\theta}_1^2 - l_2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \ddot{l}_2; \\
 a_{z_5} &= -l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_2 - 2l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 + l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 + l_2 \ddot{\theta}_1 - l_2 \ddot{\theta}_2 + 2l_2 \dot{\theta}_1 - 2l_2 \dot{\theta}_2.
 \end{aligned}$$

С учётом того, что  $l_i = const$ , имеем:

$$\begin{aligned}
 a_{x_5} &= 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - l_2 \ddot{\varphi} + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + 2l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_2 \sin \theta_2; \\
 a_{y_5} &= -l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 + l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 + 2l_1 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 - l_2 \dot{\varphi}^2 - l_2 \dot{\theta}_1^2 - l_2 \dot{\theta}_2^2 + 2l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2; \\
 a_{z_5} &= -l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta_2 - l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_2 + l_2 \ddot{\theta}_1 - l_2 \ddot{\theta}_2.
 \end{aligned}$$

Модуль ускорения центра схвата рассчитывается по формуле (5) или из выражения:

$$\begin{aligned}
 a_M = \sqrt{\ddot{x}_5^2 + \ddot{y}_5^2 + \ddot{z}_5^2} = & \sqrt{(6l_2^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_2^2 + 6l_2^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_3^2 + 4l_1^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1^2 - 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1^4 + 4l_1^2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1^3 + l_1^2 \dot{\theta}_1^4 \cos^2 \theta_2 - 2l_2^2 \ddot{\theta}_1 \ddot{\theta}_2 - \\
 & - 4l_2^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2^3 - 4l_2^2 \dot{\theta}_1^3 \dot{\theta}_2 + 6l_2^2 \dot{\theta}_1^2 \dot{\theta}_2^2 - 4l_2^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 - 4l_2^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_2^2 \cos^2 \theta_2 + l_1^2 \ddot{\theta}_1^2 + l_2^2 \ddot{\theta}_1^2 + l_2^2 \ddot{\theta}_2^2 + l_2^2 \dot{\theta}_1^4 + \\
 & + l_2^2 \dot{\theta}_1^4 + l_1^2 \dot{\varphi}^2 - 2l_1 l_2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1^2 + l_2^2 \dot{\theta}_2^4 - 4l_2^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - 4l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1^3 - 4l_1 l_2 \dot{\varphi}^3 \dot{\theta}_1 + 4l_1 l_2 \dot{\theta}_1^3 \dot{\theta}_2 - 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \dot{\theta}_2^2 - \\
 & - 2l_1 l_2 \ddot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 + 4l_1^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 - 2l_1^2 \ddot{\theta}_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_2 - 4l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2^2 + 8l_1 l_2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1^2 \dot{\theta}_2 - 4l_1 l_2 \dot{\varphi} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \\
 & + 2l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + 2l_1^2 \ddot{\theta}_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 + 8l_1 l_2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 + 8l_1 l_2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 - \\
 & - 4l_2^2 \ddot{\varphi} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_1 - 4l_2^2 \dot{\varphi} \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 + 8l_2^2 \dot{\varphi}^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 - 4l_1^2 \dot{\varphi} \dot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 + 2l_1 l_2 \dot{\varphi}^2 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 + \\
 & + 2l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 - 4l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + 2l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2), \tag{7}
 \end{aligned}$$

а направление ускорения – направляющими косинусами.

### Выводы

Проанализированы методы расчета кинематических параметров исполнительных механизмов. Составлена расчетная схема для определения скорости и ускорения многозвенного разомкнутого пространственного шарнирного механизма – промышленного робота «КОНТУР-002», предложены аналитические зависимости для расчета матричным методом скорости и ускорения центра схвата робота в подвижной и неподвижной системах координат, необходимых для прочностного расчёта и оценки динамических свойств механизма.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Локтионов, А. В. Расчет кинематических и динамических параметров исполнительных механизмов / А. В. Локтионов, О. С.

Лысова // Современные проблемы машиноведения : тез. докл. VII Междунар. науч.-техн. конф. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2008. – С. 83.

2. Локтионов, А. В. Расчет кинематических параметров исполнительного механизма / А. В. Локтионов, О. С. Лысова // Теоретическая и прикладная механика : Междунар. науч.-техн. журн. – 2009. – № 24. – С. 239–299.

3. Лысова, О. С. Технические возможности промышленных роботов в легкой промышленности / О. С. Лысова, А. В. Локтионов // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2009. – Ч. 1. – С. 151–152.

4. Лысова, О. С. Оценка методов расчета кинематических параметров исполнительных механизмов / О. С. Лысова, А. В. Локтионов // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2009. – Ч. 1. – С. 153–154.

5. Лысова, О. С. Расчет скорости центра схвата промышленного робота «Контур-002» / О. С. Лысова, А. В. Локтионов // Материалы докл. XLII науч.-техн. конф. преподавателей и студентов ун-та. – Витебск : ВГТУ, 2009. – С. 75–77.

Витебский государственный технологический университет  
Материал поступил 29.04.2011

**A. V. Loktionov, A. P. Prokhorov**  
**The calculation of kinematic parameters of the mechanical gripper of the «KONTUR-002» industrial robot**

The paper presents the results of the theoretical research into the calculation of kinematic parameters of the multilink open spatial hinged mechanism – the «KONTUR-002» industrial robot. The design model is developed and formulas are offered to determine the speed and acceleration of the robot gripping center in moving and fixed coordinate systems by using the matrix method, required for strength calculation and mechanism dynamic properties evaluation.