

УДК 620.179

Н. В. Тюльпинова, канд. техн. наук

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ДЕТАЛЕЙ ПАР ТРЕНИЯ «ВАЛ–ВТУЛКА»

В статье приведены результаты расчетов температурных полей в контактирующих телах пары трения, которые являются актуальными и представляют интерес. Тепловыделение в зоне контакта оказывает существенное воздействие на работоспособность узла трения. При этом решающее значение на изменение свойств материалов как на поверхности трения, так и в глубинных слоях оказывает температурный градиент по нормали к поверхности трения, определить который можно лишь располагая картиной температурного поля во взаимодействующих телах.

Результаты многочисленных исследований показывают, что тепловыделение в зоне контакта оказывает существенное воздействие на работоспособность узла трения. Исходные фрикционно-износные и механические характеристики материалов контактирующих тел могут значительно изменяться в зависимости от теплового режима работы пары трения. При этом решающее значение на изменение свойств материалов как на поверхности трения, так и в глубинных слоях оказывает температурный градиент по нормали к поверхности трения, определить который можно лишь располагая картиной температурного поля во взаимодействующих телах. В связи с этим приведенные ниже результаты исследований по моделированию распределения температур при трении являются актуальными и представляют интерес.

Общая постановка задачи теплопроводности при прогнозировании распределения температур в парах трения вообще и паре «вал–втулка» в частности (рис. 1) при условии, что в зоне контакта действует источник тепла, переменный по времени и координате, а со свободных поверхностей происходит теплоотдача в окружающую среду, имеет вид [1, 2]:

$$\nabla^2 u_1 = \frac{1}{a_1} \frac{\partial u_1}{\partial t}; \quad \nabla^2 u_2 = \frac{1}{a_2} \frac{\partial u_2}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $u_{1,2}$  – температура;  $a_{1,2}$  – теплопроводность;  $t$  – время; индекс 1 соответствует валу, индекс 2 – втулке.

Граничные условия [1, 2]:

1) суммарный тепловой поток от трения равен сумме тепловых потоков, идущих в вал и втулку:

$$\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial \vec{n}} - \lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial \vec{n}} = q(x, y, 0, t), \quad (2)$$

где  $\lambda_{1,2}$  – теплопроводность;  $\vec{n}$  – внутренняя нормаль к поверхности;  $q$  – интенсивность теплового потока;

2) температуры на фактических пятнах контакта для обоих тел одинаковы:

$$u_1(x, y, 0, t) = u_2(x, y, 0, t) \quad (3)$$

при  $z = 0$ ,  $x$  и  $y$  принадлежат пятнам фактического контакта;

3) на границе тела с окружающей средой происходит теплообмен, например, по закону Ньютона:

$$\begin{aligned} -\lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial \vec{n}} &= \sigma'_1 (u_1 - u_c); \\ -\lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial \vec{n}} &= \sigma'_2 (u_2 - u_c), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\sigma'_{1,2}$  – коэффициент теплоотдачи;  $u_c$  – температура окружающей среды.

Начальное условие: в начальный момент температура элементов пары трения и окружающей среды одинаковая:

$$u_1 = u_2 = u_c \text{ при } t = 0. \quad (5)$$

Одним из распространенных в настоящее время методов численного решения краевых задач теплопроводности является метод сеток, или метод конечных разностей [3], сущность которого состоит в следующем. Область непрерывного изменения исследуемых величин заменяется расчетной сеткой – дис-

кретным множеством точек (узлов). Вместо функции непрерывных аргументов вводятся функции дискретных аргументов – сеточные функции, определяемые в узлах сетки. Частные производные, входящие в дифференциальное уравнение и граничные условия, заменяются (аппроксимируются) разностными соотношениями.

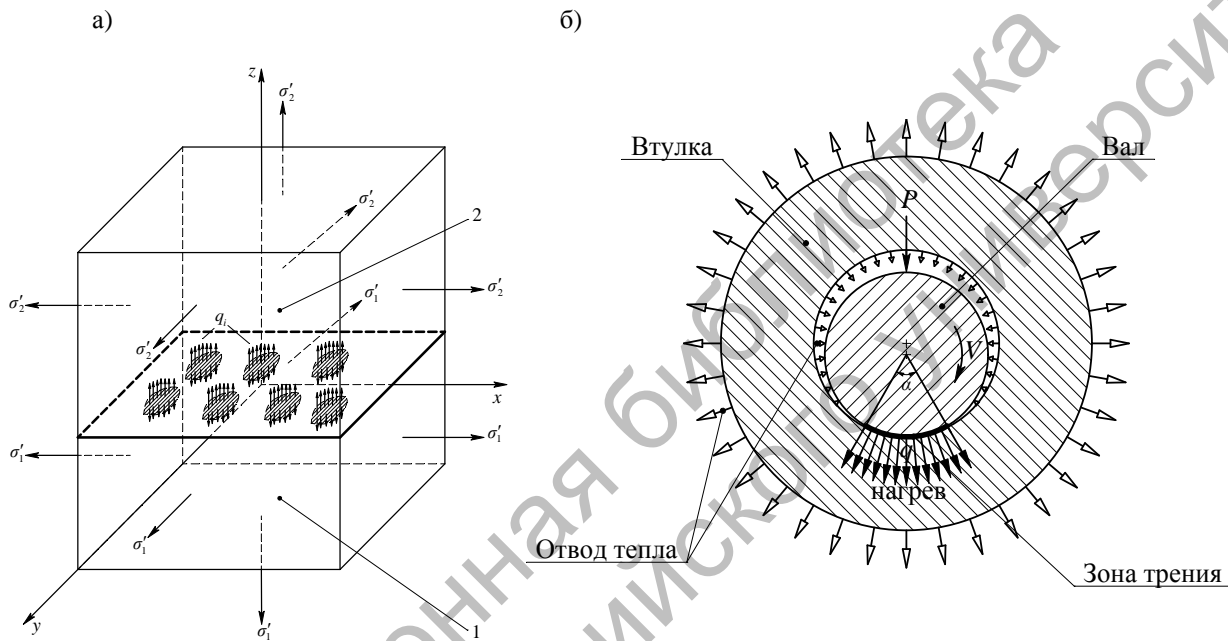


Рис. 1. Схема общей постановки задачи теплопроводности при трении: а – модель для оценки температур при дискретном контактировании;  $x, y, z$  – координаты;  $q_i$  – источник тепла;  $\sigma'_{1,2}$  – коэффициент теплоотдачи; б – модель пары трения «вал-втулка»;  $P$  – нагрузка;  $V$  – скорость скольжения;  $\alpha$  – угол контакта

Уравнение (1) можно записать в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right). \quad (6)$$

Обозначим

$$x = ih; \quad y = jh; \quad z = kh; \quad t = tl;$$

$$u(t, z_k, y_j, x_i) = u_{t,k,j,i},$$

где  $h$  – шаг по координате;  $l$  – шаг по времени;  $i, j, k, l = 0, 1, 2, \dots$

Получим конечно-разностное уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{u_{t+1,k,j,i} - u_{t,k,j,i}}{l} = \\ & = \frac{u_{t,k,j+1,i} - 2u_{t,k,j,i} + u_{t,k,j-1,i}}{h^2} + \\ & + \frac{u_{t,k,j,i+1} - 2u_{t,k,j,i} + u_{t,k,j,i-1}}{h^2} + \\ & + \frac{u_{t,k+1,j,i} - 2u_{t,k,j,i} + u_{t,k-1,j,i}}{h^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Обозначив  $\sigma = l/h^2$ , приводим это уравнение к виду

$$u_{t+1,k,j,i} = (1 - 6\sigma)u_{t,k,j,i} + \sigma \left( \begin{matrix} u_{t,k,j+1,i} + u_{t,k,j-1,i} + \\ + u_{t,k,j,i+1} + u_{t,k,j,i-1} + \\ + u_{t,k+1,j,i} + u_{t,k-1,j,i} \end{matrix} \right). \quad (8)$$

Уравнение (8) будет устойчивым при  $0 < \sigma \leq 1/6$  [3]. Наиболее удобный вид уравнение (8) имеет при  $\sigma = 1/6$ :

$$u_{t+1,k,j,i} = [u_{t,k,j+1,i} + u_{t,k,j-1,i} + u_{t,k,j,i+1} + u_{t,k,j,i-1} + u_{t,k+1,j,i} + u_{t,k-1,j,i}] / 6. \quad (9)$$

Для описания граничных условий необходимо определить  $q$  и  $\sigma'$ .

Интенсивность теплового потока от трения на фрикционном контакте  $q$  (удельная мощность трения) определяется следующим выражением:

$$q = fpV, \quad (10)$$

где  $f$  – коэффициент трения;  $p$  – удельное давление;  $V$  – скорость скольжения.

Используя понятие коэффициента распределения тепловых потоков  $\alpha_{тп}$ , характеризующего количество тепла, идущее в каждое из контактирующих тел, можно рассматривать задачу теплопроводности для каждого контактирующего тела в отдельности:

$$\alpha_{тп_1} + \alpha_{тп_2} = 1; \quad q_2 = \alpha_{тп_2} \cdot q; \quad q_1 = \alpha_{тп_1} \cdot q = (1 - \alpha_{тп_2}) \cdot q, \quad (11)$$

где  $q$  – общий тепловой поток на фрикционном контакте;  $q_{1,2}$  – интенсивность теплового потока в первое и второе тело соответственно.

Можно использовать среднее эффективное значение  $\alpha_{тп}$ , которое для первого элемента пары определяется по известным формулам [1, 2]:

$$\alpha_{тп_1} = \frac{\sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1}}{\sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1} + \sqrt{\rho_2 c_2 \lambda_2}} \quad (\text{при } K_{вз} \approx 1);$$

$$\alpha_{тп_1} = \frac{1}{1 + K_{вз} \frac{\sqrt{\rho_2 c_2 \lambda_2}}{\sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1}}} \quad (\text{при } K_{вз} < 1), \quad (12)$$

где  $\rho_{1,2}$ ,  $c_{1,2}$ ,  $\lambda_{1,2}$  – плотность материалов пары трения, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности соответственно;  $K_{вз}$  – коэффициент взаимного перекрытия,  $K_{вз} = A_{a2} / A_{a1}$ ;  $A_{a1,2}$  – номинальная площадь контакта.

Пятна фактического контакта в процессе работы узла трения могут перемещаться и изменять свои размеры и форму. Характер этих изменений и перемещений определяется процессами физико-химической механики трения и изнашивания, на которые влияют нагрузка, скорость скольжения, температура, окружающая среда. Распределение и миграция пятен фактического контакта по контурной и номинальной площади контакта неизвестны. Для учета этого обстоятельства при расчетах следует на каждом шаге расчета моделировать случайное распределение пятен фактического контакта и, как следствие, случайное распределение интенсивности теплового потока в пределах номинальной площади контакта.

Рекомендуемые значения коэффициента теплоотдачи  $\sigma'$  для узлов трения в зависимости от условий их обдува воздухом приведены в [1, 2].

Для проведения расчетов заменим в граничных условиях (2) и (4) частные производные разностными отношениями:

$$\lambda \frac{u_1 - u_2}{h} = q \Rightarrow u_1 = u_2 + \frac{hq}{\lambda}; \quad (13)$$

$$\lambda \frac{u_2 - u_1}{h} = \sigma'(u_1 - u_c) \Rightarrow u_1 = \frac{\lambda u_2 + h\sigma' u_c}{h\sigma' + \lambda}, \quad (14)$$

где  $u_1$  – температура в граничном узле;  $u_2$  – температура во внутреннем узле.

После того, как описаны начальные и граничные условия, можно переходить непосредственно к расчетам.

Разбиваем исследуемое тело (вал или втулку) на сетку (рис. 2). Узлы сетки, для которых шесть соседних узлов лежат в пределах тела или на границе, называются внутренними; узлы, для которых число соседних внутренних узлов меньше шести, называются граничными. Граничные условия задачи следует задавать именно в граничных узлах. Однако для криволинейных областей крайние узлы сетки далеко не все попадут на границу области. Тогда следует границу области аппроксимировать ло-

маной линией, проходящей через ближайшие к границе узлы, и перенести заданные граничные условия на эту ломаную. Температуру во внутренних узлах следует рассчитывать по зависимости (9), в граничных узлах – по зависимостям (13) и (14).

Для проведения расчетов распределения температуры в парах трения «вал–втулка» было разработано программное обеспечение, интерфейс и алгоритм работы которого представлены на рис. 3 и 4.

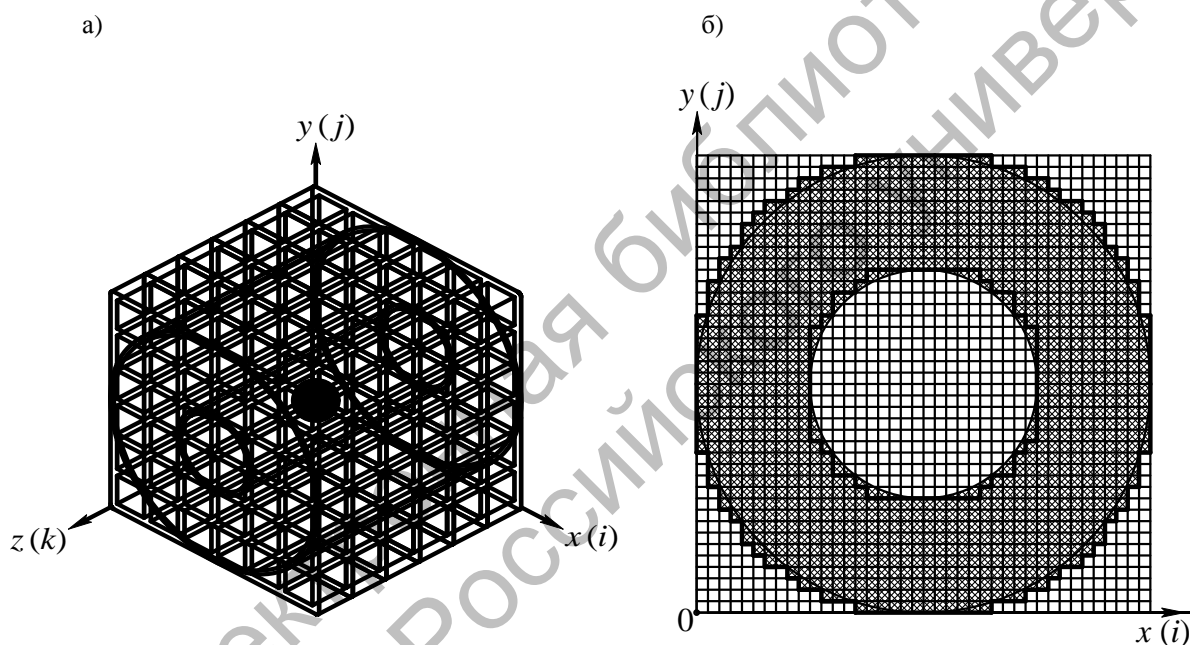


Рис. 2. Сетка для втулки: а – трехмерное представление; б – двухмерное сечение сетки;  $i, j, k$  – номера узлов сетки по координатам  $x, y, z$

Результатом работы программы является трехмерный массив значений температуры в каждом узле сетки. Считав этот массив в математическом пакете (например, в Mathcad) и указав номер интересующего сечения, можно построить график распределения температур в этом сечении детали пары трения. Результаты расчетов представлены на рис. 5.

Предлагаемая методика и разработанный в соответствии с ней программный модуль позволяют проводить расчеты тепловых полей в контактирующих телах пары трения «вал–втулка», что открывает возможность прогнозирования температурного режима, учета температурных изменений характеристик материалов при проектировании узлов трения.

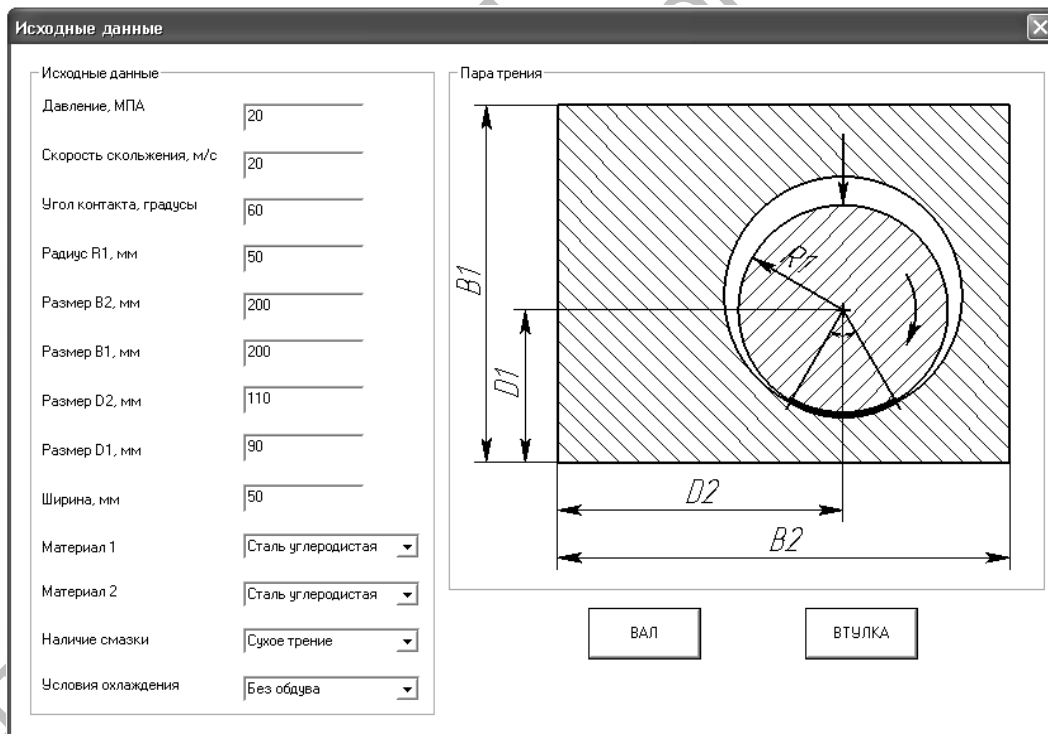
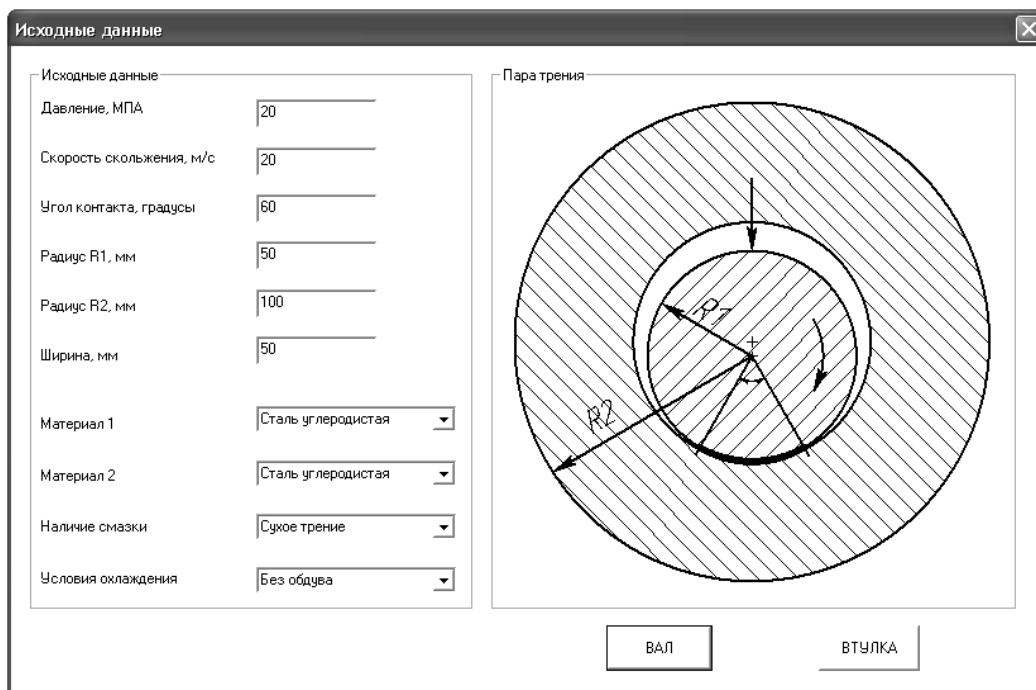


Рис. 3. Интерфейс программного обеспечения

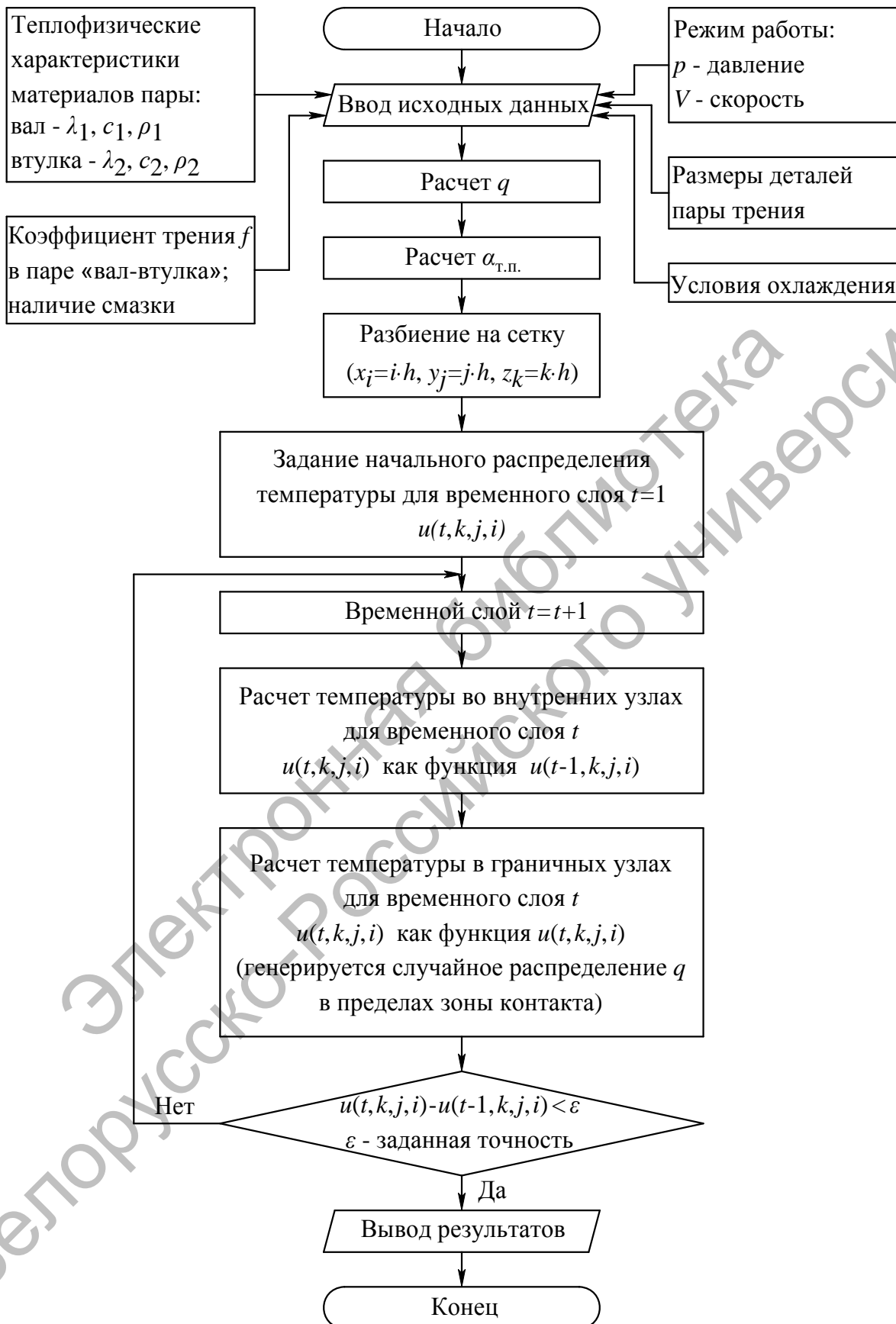


Рис. 4. Алгоритм работы программы

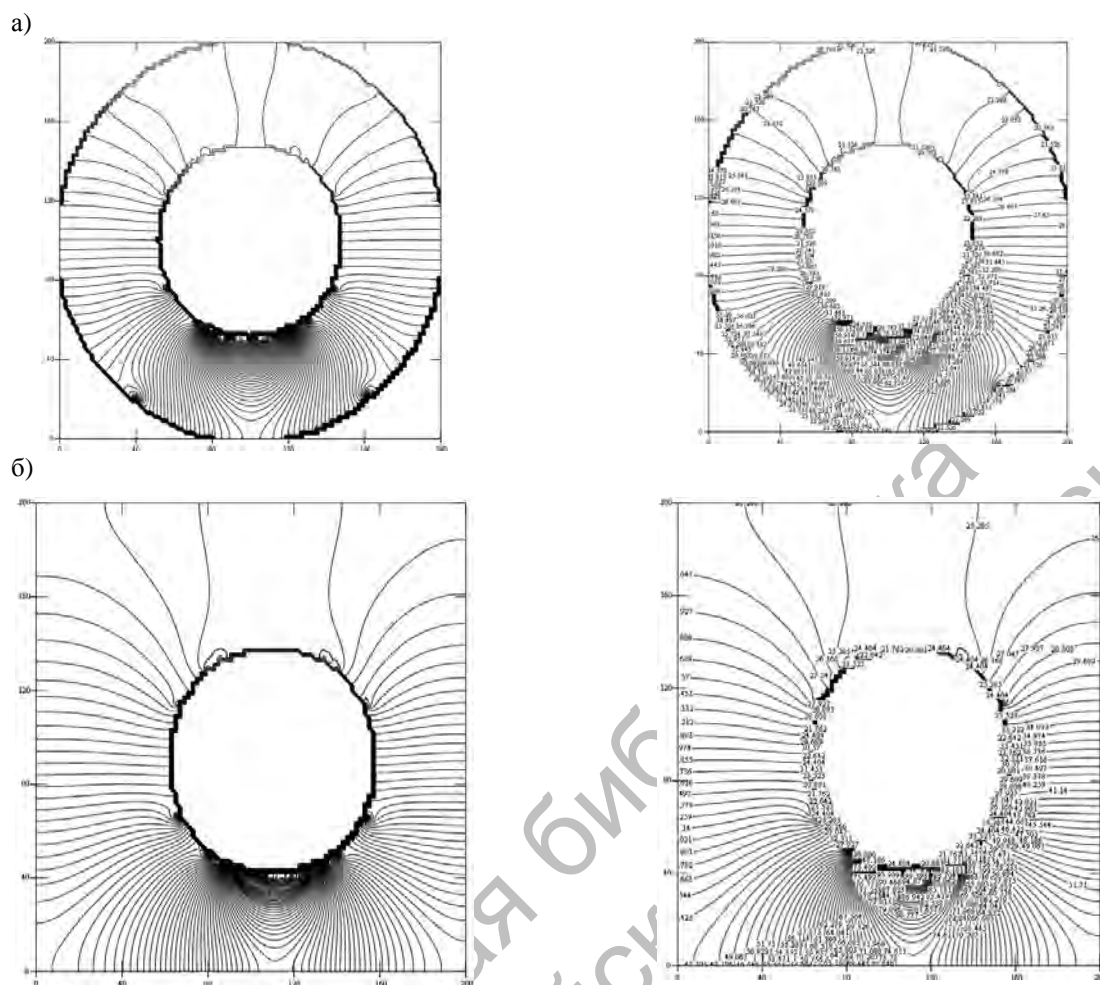


Рис. 5. Результат работы программы: а – для цилиндрической втулки; б – для призматической втулки

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы трибологии (трение, износ, смазка) : учебник для вузов / Под ред. А. В. Чичинадзе. – 2-е изд. – М. : Машиностроение, 2001. – 664 с.

2. Расчет, испытание и подбор фрикционных пар / А. В. Чичинадзе [и др.]. – М. : Наука, 1979. – 267 с.

3. Самарский, А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1977. – 656 с.

Брянский государственный технический университет  
Материал поступил 30.05.2011

**N. V. Tulpinova**  
**The simulation of temperature fields**  
**in component parts of friction pairs**  
**of the «shaft-bush» type**

The results of calculations of temperature fields in contacting elements of the friction pair are presented in this scientific paper, these results being important and of interest. Heat generation in the contact zone considerably affects the operating capacity of the friction unit. It is the temperature gradient oriented normal to the friction surface, which influences crucially the change of properties of materials both on the friction surface and in deep layers. The temperature gradient can be determined only by getting the picture of the temperature field in the interacting bodies.