

УДК 629.015

Д. А. Дубовик, канд. техн. наук

## ГИПОТЕЗА ЛИНЕЙНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ КОЛЕС МНОГООСНЫХ КОЛЕСНЫХ МАШИН И МЕТОДИКА ЕЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБОСНОВАНИЯ

В статье изложены гипотеза о линейном законе распределения опорных реакций колес многоосных колесных машин и метод ее экспериментального обоснования. Предложенная гипотеза позволяет раскрывать статическую неопределенность опорных реакций колес многоосных колесных машин, что создает основу для проведения работ по совершенствованию их компоновки, подвески, рулевого управления, трансмиссии и повышению эксплуатационных свойств машин.

Условие реализации крутящего момента двигателя, передаваемого ведущим мостам многоприводных колесных машин, во многом зависит от опорных реакций ведущих колес. При всех равных, прочих условиях касательные и боковые реакции колес определяются, прежде всего, их нормальными реакциями.

При рассмотрении статического равновесия плоской продольной модели двухосной колесной машины число нормальных реакций колес не превышает числа уравнений статического равновесия, а при большем количестве осей задача их определения представляет собой статически неопределимую задачу. Как известно, касательные силы тяги и боковые реакции можно связать с нормальными реакциями колес и коэффициентами сцеплений колес с опорной поверхностью. При числе осей колесной машины более двух мы имеем статически неопределимую задачу, решение которой требует поиска дополнительно накладываемых условий. В теории сопротивления материалов [1] для раскрытия статической неопределенности опорных реакций составляются дополнительные уравнения, основанные на применении метода сил. Применение метода сил для определения опорных реакций колес многоосных колесных машин представляется весьма сложным и приводит к получению громоздкого решения [2].

Для определения опорных реакций

колес многоосных колесных машин в качестве дополнительных условий предлагается гипотеза о линейном законе распределения опорных реакций колес.

Прежде всего, рассмотрим метод раскрытия статической неопределенности на примере четырехосной колесной машины с одинаковыми характеристиками подвесок и шин колес разных осей. Представим модель машины в виде недеформируемой балки на четырех опорах, опирающихся на горизонтальную поверхность (рис. 1).

Гипотезу о линейном законе распределения опорных реакций сформулируем следующим образом: *«Отрезки векторов опорных реакций колес многоосной колесной машины заключены между прямыми линиями, проходящими соответственно через точки приложения и концы этих векторов, и делят эти прямые на пропорциональные части».*

Прямые, между которыми заключены отрезки векторов опорных реакций колес, будем называть «линии связей», а углы, образуемые линиями связи с плоскостью дороги, будем называть «углы связей».

Дадим обоснование предлагаемой гипотезы исходя из положений формальной логики.

Положим, что корпус колесной машины представлен в виде недеформируемой балки 1, колеса абсолютно жесткие и представлены в виде опор 2, опирающихся на абсолютно жесткую

опорную поверхность 3 (см. рис. 1). При условии, что все представленные элементы недеформируемые, очевидно, что

изменения представленных опорных реакций осуществляются по линейному закону.

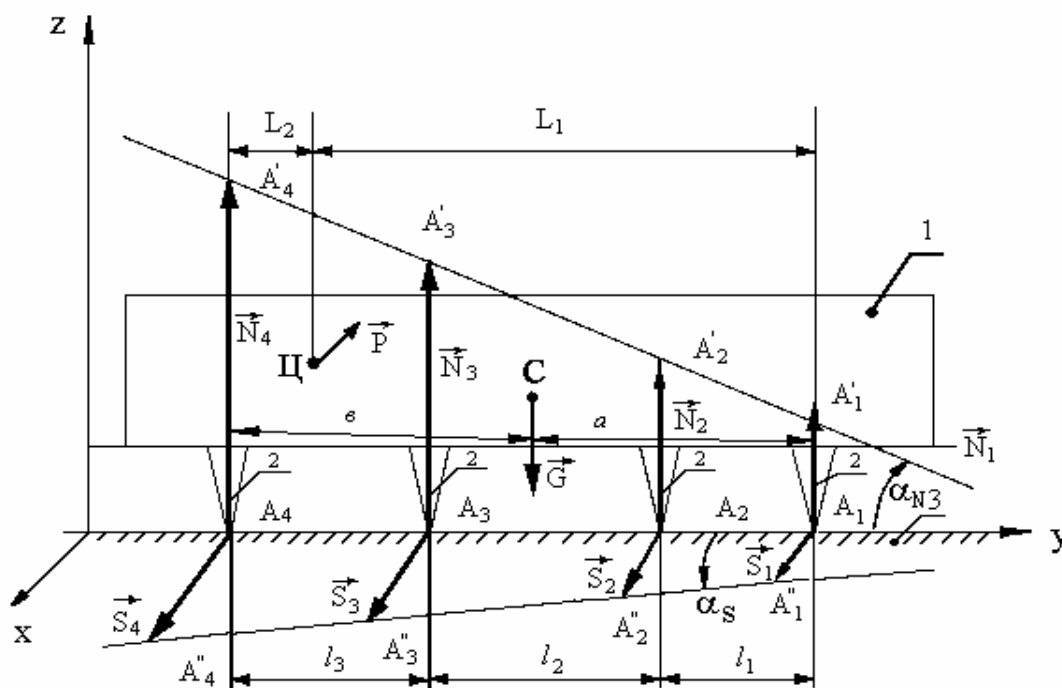


Рис. 1. Схема представления сил, действующих на многоосную колесную машину: 1 – кузов; 2 – опоры; 3 – опорная поверхность;  $\vec{G}$  – вектор силы тяжести колесной машины;  $\vec{P}$  – боковая сила;  $\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3, \vec{N}_4$  – вертикальные реакции;  $\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3, \vec{S}_4$  – боковые реакции;  $\alpha_N, \alpha_S$  – углы связей;  $A'_1, A'_2, A'_3, A'_4$  – вертикальная линия связи;  $A''_1, A''_2, A''_3, A''_4$  – боковая линия связи; С – центр масс кузова; Ц – точка приложения боковой силы

Гипотеза линейного закона распределения опорных реакций является очевидной, когда опорные реакции колес имеют свои конечные значения.

Дадим обоснование того, что закон распределения опорных реакций колес имеет именно линейный характер, а не иной.

Так, в случае статического равновесия колесной машины (состояние покоя или равномерного прямолинейного движения) условие статического равновесия определяется системой из двух уравнений:

$$\begin{cases} \sum m_{A1} = 0; \\ \sum m_{A4} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\sum m_{A1}$  – сумма моментов, дейст-

вующих на четырехосную колесную машину от внешних сил относительно линии, проходящей через точки взаимодействия колес первой оси с опорной поверхностью;  $\sum m_{A4}$  – сумма моментов, действующих на четырехосную колесную машину от внешних сил относительно линии, проходящей через точки взаимодействия колес четвертой оси с опорной поверхностью.

Распишем систему уравнений (1) следующим образом:

$$\begin{cases} Ga - N_2 l_1 - N_3 (l_1 + l_2) - \\ - N_4 (l_1 + l_2 + l_3) = 0; \\ Gb - N_3 l_3 - N_2 (l_2 + l_3) - \\ - N_1 (l_1 + l_2 + l_3) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $a$  – расстояние от первой оси до центра масс по базе многоосной колесной машины;  $b$  – расстояние от четвертой оси до центра масс по базе многоосной колесной машины;  $l_1$  – расстояние от первой до второй оси многоосной колесной машины;  $l_2$  – расстояние от второй до третьей оси многоосной колесной машины;  $l_3$  – расстояние от третьей до четвертой оси многоосной колесной машины.

Из системы уравнений (2) следует:

$$\frac{N_2 - N_1}{l_1} = \text{tg}L_N; \quad \frac{N_3 - N_2}{l_2} = \text{tg}L_N;$$

$$\frac{N_4 - N_3}{l_3} = \text{tg}L_N, \quad (3)$$

или

$$\frac{N_2 - N_1}{l_1} = \frac{N_3 - N_2}{l_2};$$

$$\frac{N_3 - N_2}{l_2} = \frac{N_4 - N_3}{l_3}. \quad (4)$$

Таким образом, получим замкнутую систему уравнений вида

$$\begin{cases} Ga - N_2(l_1 + l_2) - N_4(l_1 + l_2) - \\ - N_4(l_1 + l_2 + l_3) = 0; \\ Gb - N_3l_3 - N_2(l_2 + l_3) - \\ - N_1(l_1 + l_2 + l_3) = 0; \\ N_1l_2 - N_1l_3 = N_3l_1 - N_2l_1; \\ N_3l_3 - N_2l_3 = N_4l_2 - N_3l_2. \end{cases} \quad (5)$$

После формальных преобразований системы уравнений (5) получим

$$\begin{cases} N_1 0 + N_2l_1 - N_3(l_1 + l_2) + \\ + N_4(l_1 + l_2 + l_3) = Ga; \\ N_3l_2 + N_2(l_2 + l_3) + \\ + N_1(l_1 + l_2 + l_3) + N_4 0 = Gb; \\ - N_1(l_1 + l_2 + l_3) - \\ - N_3l_1 + N_4 0 = 0; \\ N_1 0 - N_2l_3 + N_3(l_2 + l_3) - \\ - N_3l_2 = 0. \end{cases} \quad (6)$$

В дополнение к уравнениям (6) запишем уравнение линейной связи

$$L_N = \text{arctg} \left( \frac{N_2 - N_1}{l_1} \right). \quad (7)$$

Систему уравнений (6) можно представить в матричной форме:

$$A_N = \begin{pmatrix} 0 & l_1 & l_1 + l_2 & l_1 + l_2 + l_3 \\ l_1 + l_2 + l_3 & l_2 + l_3 & l_3 & 0 \\ -l_2 & l_1 + l_2 & -l_1 & 0 \\ 0 & -l_3 & l_2 + l_3 & -l_2 \end{pmatrix}; \quad (8)$$

$$B_N = \begin{pmatrix} Ga \\ Gb \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Из представленных рассуждений следует, что закон распределения опорных реакций колес имеет линейный характер и может быть использован для раскрытия статической неопределенности рассматриваемой четырехосной колесной машины. Аналогичным образом может быть обоснована гипотеза для колесной машины с любым числом осей.

Рассмотрим раскрытие статической неопределенности опорных реакций колес в боковых направлениях. Уравнения статического равновесия представим в форме матриц:

$$A_N = \begin{pmatrix} 0 & l_1 & l_1 + l_2 & l_1 + l_2 + l_3 \\ l_1 + l_2 + l_3 & l_2 + l_3 & l_3 & 0 \\ -l_2 & l_1 + l_2 & -l_3 & 0 \\ 0 & -l_3 & l_2 + l_3 & -l_2 \end{pmatrix}; \quad (10)$$

$$B_s = \begin{pmatrix} PL_1 \\ PL_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Угол связи можно определить по формуле (см. рис. 1)

$$L_s = \arctg\left(\frac{S_2 - S_1}{l_1}\right). \quad (12)$$

Следовательно, с помощью гипотезы о линейном законе распределения опорных реакций колес многоосной колесной машины задача раскрытия статической неопределенности опорных реакций колес в боковом направлении может быть также реализована. Аналогичным образом с помощью гипотезы о линейном законе распределения опорных реакций колес можно раскрыть статическую неопределенность боковых

реакций для колесных машин с любым числом осей.

Для обоснования предлагаемой гипотезы изложим методику ее экспериментальной проверки.

В основу эксперимента положим метод виртуальных перемещений (метод сил), применяемый в теоретической механике и в теории сопротивления материалов для решения статически неопределимых задач [1].

Схематично экспериментальное оборудование представлено на рис. 2.

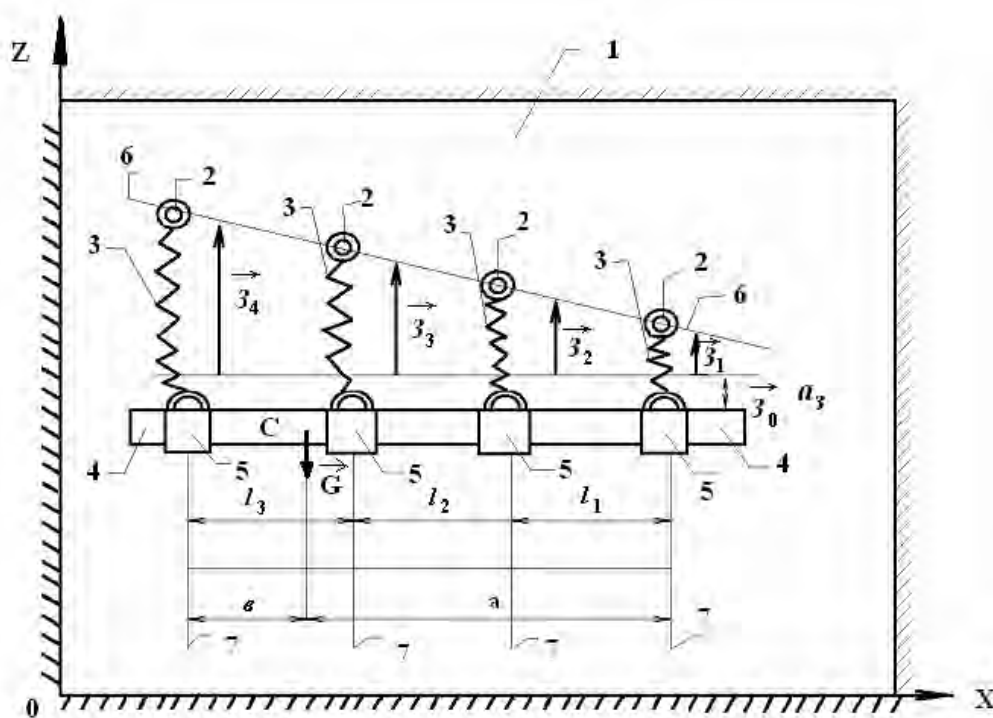


Рис. 2. Схема стенда для экспериментальной проверки гипотезы о линейном законе распределения опорных реакций колес: 1 – вертикальная плоскость; 2 – кронштейны; 3 – пружинные весы; 4 – металлический брус с центром масс С; 5 – кольца с ушками; 6 – линия деформаций; 7 – вертикальные линии

Экспериментальное оборудование содержит вертикальную плоскость 1, кронштейны 2, пружинные весы 3, металлический брус 4, шарнирные крепления 5, измерительную линейку 6. На плоскость 1 нанесены вертикальные линии 7.

При проведении эксперимента плоскость 1 ориентируется вертикально.

На плоскости 1 проводят линию деформации 6 под углом  $\alpha_3$  к горизонтальной плоскости и вертикальные линии 7, которые пересекают линии деформаций 6 на расстояниях  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$ . В точках пересечения линий 7 с линией 6 размещают фиксаторы 2. Фиксаторы 2 закреп-

плюют к ушкам крепления пружинных весов 3. На металлический брус 4 устанавливаются шарнирные крепления 5 на расстояниях  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$ . Петли хомутов 5 закрепляют к ушкам пружинных весов 3. На пружины весов 3 плавно опускается и ориентируется горизонтально металлический брус 4. Затем фиксируются показания  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  и  $N_4$  пружинных весов 3 и регистрируются линейные деформации  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  и  $Z_4$ .

В результате проведения эксперимента сравниваются показания  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  и  $N_4$  пружинных весов 3 с расчетными значениями сил, рассчитанными по формулам (2).

Нагружение в ходе проведения эксперимента рекомендуется производить в пределах упругих линейных деформаций пружин с тем, чтобы условие равновесия металлического бруса 4 удовлетворяло системе уравнений

$$\begin{cases} N_1 = C_3 Z_1; \\ N_2 = C_3 Z_2; \\ N_3 = C_3 Z_3; \\ N_4 = C_3 Z_4, \end{cases} \quad (13)$$

где  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$ ,  $N_4$  – показания весов;  $C_3$  – жесткость пружин.

Из формул (3) следует:

$$\operatorname{tg} \alpha_N = \frac{N_2 - N_1}{l_1} = \frac{C_3 Z_2 - C_3 Z_1}{l_1}$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha_N = C_3 \frac{Z_2 - Z_1}{l_1}. \quad (14)$$

С другой стороны (см. рис. 2), имеем

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{Z_2 - Z_1}{l_1}, \quad (15)$$

где  $\alpha_3$  – угол деформаций.

Уравнение (14) с учетом уравнения (15) можно представить в виде

$$\operatorname{tg} \alpha_N = C_3 \operatorname{tg} \alpha_3 \quad (16)$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{1}{C_3} \operatorname{tg} \alpha_N. \quad (17)$$

Окончательно можно записать:

$$\alpha_3 = \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha_N}{C_3} \right). \quad (18)$$

Критерием справедливости линейного закона распределения опорных реакций колес многоосных колесных машин является выполнение условий (2) и (13).

### Выводы

1. Гипотеза распределения реакций связей многоосной колесной машины позволяет раскрывать статическую неопределенность опорных реакций колес для колесных машин с любым числом осей.

2. Гипотеза о линейном распределении опорных реакций колес многоосных колесных машин является уточнением существующих методов [3] и представляет собой практический способ приближенного расчета опорных реакций колес.

3. Раскрытие статической неопределенности опорных реакций колес позволяет упростить математическое описание, алгоритмическую и программную реализацию математических моделей для выполнения исследований и оптимизации различных конструктивных параметров многоосных колесных машин с целью снижения энергозатрат, повышения производительности и экономичности проектируемых машин.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Феодосьев, В. И.** Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М. : Гос. изд-во физико-математической литературы, 1963. – 297 с.

2. **Смирнов, Г. А.** Теория движения колесных машин / Г. А. Смирнов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1990. – 352 с.

3. **Шухман, С. Б.** Теория силового привода колес автомобилей высокой проходимости / С. Б. Шухман, В. И. Соловьев, Е. И. Прочко. – М. : Агробизнесцентр, 2007. – 336 с.

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси  
Материал поступил 20.04.2010

**D. A. Doubovik**

**Hypothesis of linear law of distribution  
of end reactions of multiaxis cars wheels  
and methods of its experimental basis**

In the article the hypothesis of linear law of distribution of end reactions of multiaxis cars wheels and methods of its experimental basis are given. This hypothesis grounds static indeterminacy of end reactions of multiaxis cars wheels, that bases works for improvement of their arrangement, suspension, steering, transmission and increase of their exploitation characteristics.