

УДК 621.83.06

А. П. Прудников

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РОЛИКОВОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ С СОСТАВНЫМИ САТЕЛЛИТАМИ

UDC 621.83.06

A. P. Prudnikov

THE ANALYSIS OF THE DYNAMIC MODEL OF ROLLER PLANETARY GEARING WITH COMPOUND SATELLITE GEARS

Аннотация

Описан процесс разработки динамической модели. Приведен ее анализ для передачи с промежуточными телами качения, особенностью конструкции которой являются использование в зацеплении составных роликовых сателлитов и наличие вставок из упругого материала в пазах ведомого вала. Полученные зависимости позволяют определять нагрузки, действующие в роликовой планетарной передаче, правильно выбирать ее конструктивные параметры и оценивать качество переходных процессов.

Ключевые слова:

передача с промежуточными телами качения, составной роликовый сателлит, динамическая модель.

Abstract

The paper develops and analyzes the dynamic model for the gearing with intermediate rolling bodies, the peculiarity of its design being the usage of compound roller satellite gears in mesh and the availability of resilient inserts in slots of the driven shaft. The obtained dependences enable loads acting in roller planetary gearing to be determined, its design parameters to be correctly chosen and the quality of transient processes to be evaluated.

Key words:

gearing with intermediate rolling bodies, compound satellite gear, dynamic model.

Передачи с промежуточными телами качения (ППТК) имеют ряд преимуществ, благодаря которым их применение в случае необходимости установки силовой передачи в небольшие габаритные размеры и при создании средств малой механизации является целесообразным [1].

К преимуществам данных передач относятся: малые габариты, наличие самоторможения, многопоточность при передаче нагрузки и высокий коэффициент перекрытия, низкая материалоемкость, небольшой вес, возможность создания многоступенчатых конструкций.

В качестве объекта исследования,

описываемого в данной статье, были выбраны ППТК, использующие в зацеплении составные роликовые сателлиты, траектории движения центров масс которых расположены на цилиндрической поверхности (передачи цилиндрического типа).

Применение в исследуемой передаче составных роликовых сателлитов приводит к повышению нагрузочной способности и КПД по сравнению с передачами данного класса, использующими в качестве тел качения шарики, вследствие замены трехточечного контакта шариков на однолинейный контакт элементов составных роликовых

сателлитов с деталями передачи [2]. Усовершенствованием конструкции является установка в пазах ведомого вала пластин из упругого материала, которые могут деформироваться под действием нагрузок. При этом составные роликовые сателлиты имеют возможность самостоятельно устанавливаться в огра-

ниченном диапазоне перемещений, что приводит к выравниванию нагрузки между телами качения и компенсации погрешности изготовления деталей роликового планетарного редуктора (РПР).

Конструкция исследуемого РПР представлена на рис. 1.

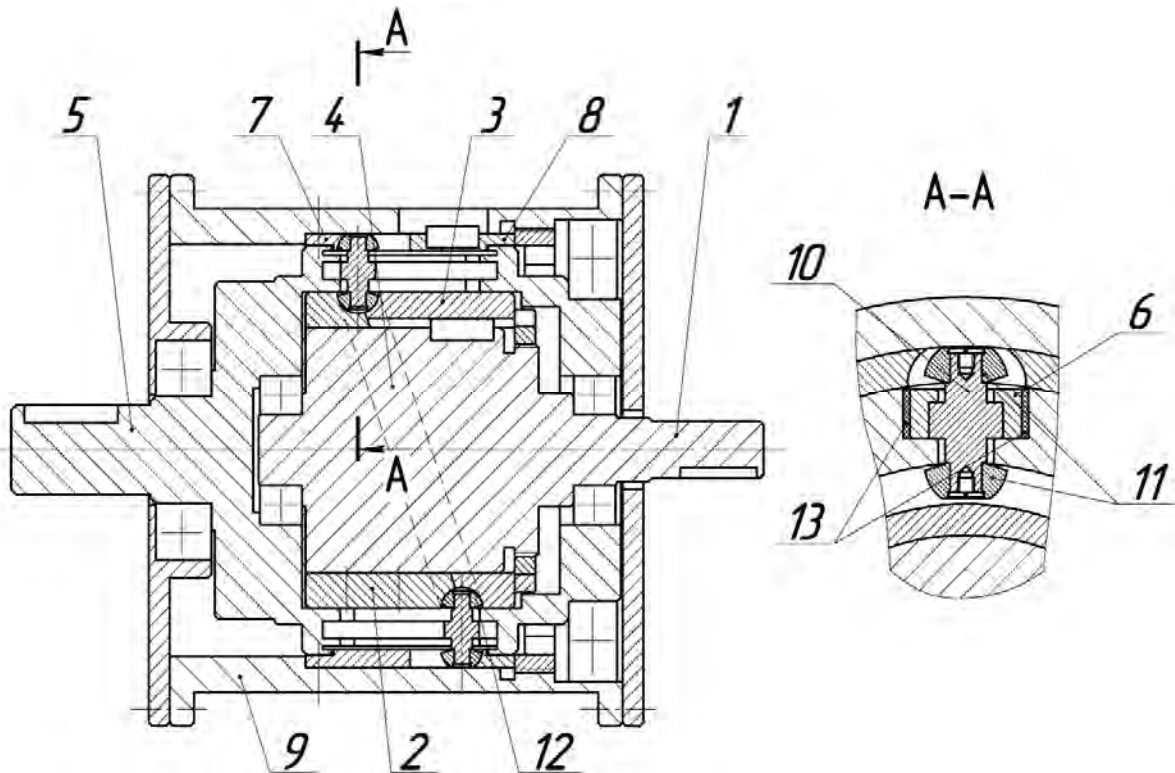


Рис. 1. Конструкция исследуемого РПР

При вращении ведущего вала 1 вращается образованная торцовыми поверхностями двух внутренних кулачков 2 и 3, закрепленных на ведущем валу 1, беговая дорожка 4, по которой перемещаются пальцы 10 посредством установленных на них роликов 11. При этом пальцы 10 посредством роликов 11 перемещаются также по беговой дорожке 12, образованной многопериодными торцовыми поверхностями двух наружных кулачков 7 и 8, закрепленных в корпусе 9, и одновременно вдоль стенок вставок 6, установленных в сквозных продольных прорезях ведомого вала

5 посредством пластин из упругого материала 13. Такое согласованное перемещение тел качения вынуждает ведомый вал 5 вращаться с уменьшенной угловой скоростью.

Механические передачи должны обладать высокой работоспособностью и надежностью. Динамический анализ позволяет определить нагрузки, действующие в механической передаче, при переходном процессе, правильно выбрать ее конструктивные параметры и оценить устойчивость в стационарном состоянии.

Варианты разработки динамиче-

ской модели для планетарных передач уже предлагались в [3–5]. В частности, для ППТК была разработана динамическая модель [5]. Однако в данной модели не учитывается наличие составных роликовых сателлитов и упругих компенсирующих элементов между телами качения и ведомым валом, есть необхо-

димость уточнить вопрос определения коэффициентов диссипации.

Для составления динамической модели РПР применим структурно-матричный метод [6]. Динамическая модель и оргграф к ней для исследуемой передачи представлены на рис. 2.

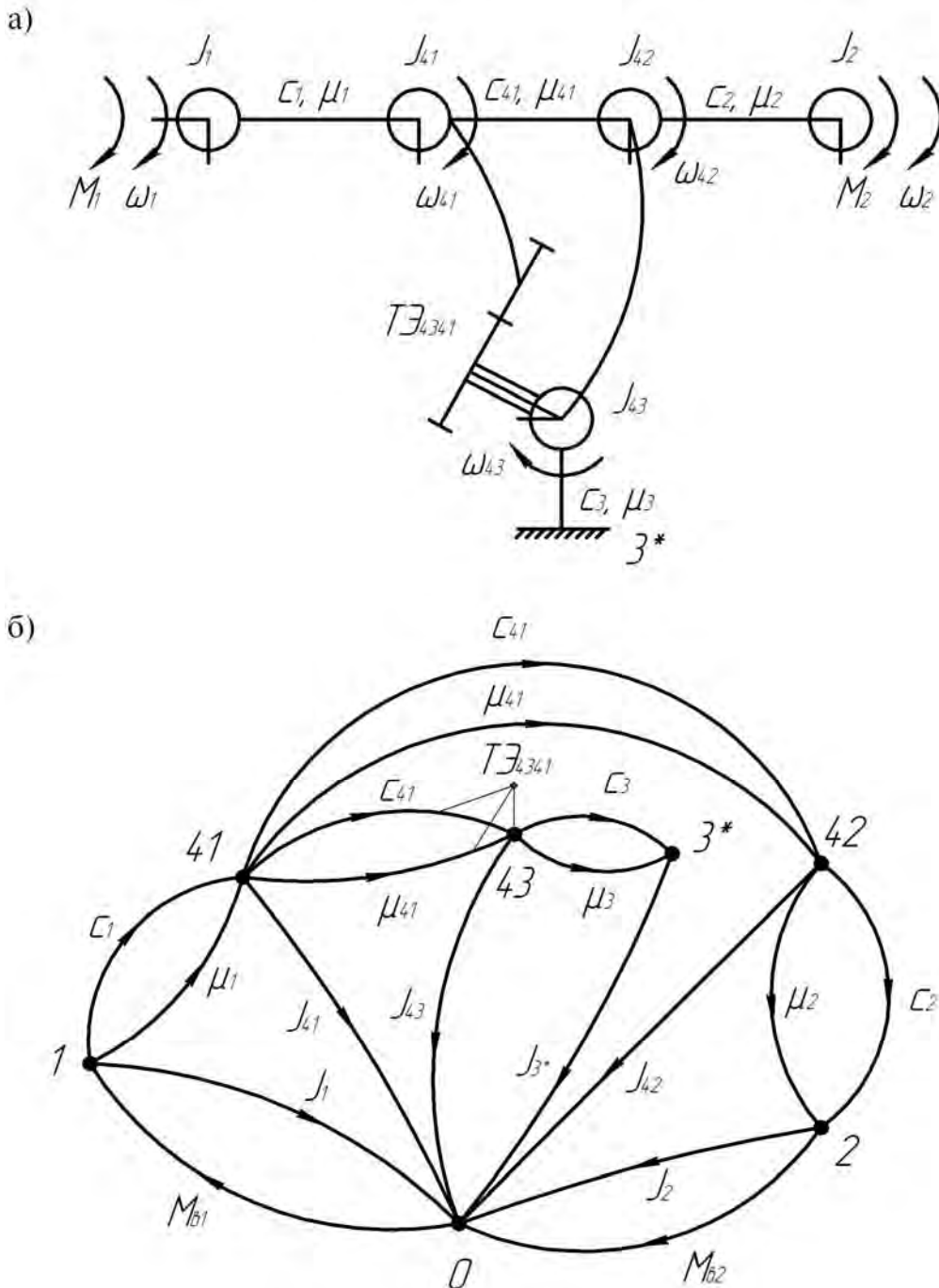


Рис. 2. Динамическая модель (а) и оргграф исследуемого РПР (б)

При составлении динамической модели в соответствии с рис. 2 рассматривалась система, состоящая из следующих сосредоточенных масс: 1 – внутренний кулачок; 41 – звено, состоящее из роликов, контактирующих с внутренним кулачком; 43 – звено, состоящее из роликов, контактирующих с наружным кулачком; 3* – наружный кулачок; 42 – звено, состоящее из пальцев; 2 – ведомый вал.

В качестве обобщенной координаты принят угол поворота ведущего вала φ_1 .

В исследуемой РПР наружный кулачок является неподвижным звеном, поэтому для того чтобы представленная модель была адекватна и было возможно учесть упругость и податливость выступов наружного кулачка, введено условное звено 3*, которому сообщается условная угловая скорость ω_{3^*} . При

этом в соответствии с принципом остановки водила $\omega_{3^*}(t) = \omega_2(t)$.

Необходимо учитывать, что звенья 41...42 являются связанными друг с другом, поэтому угловая скорость вращения этих звеньев также взаимосвязана.

Упругость и податливость выступов внутреннего кулачка и наружного кулачка, пальцев, ведомого вала с пазами и пластин из упругого материала учтены посредством соответствующих упругих и диссипативных звеньев. Безынерционное преобразование характеристик потока энергии учитывает введение в динамическую модель трансформаторного звена.

Матрица инцидентий приведена в табл. 1.

Табл. 1. Матрица инцидентий

Узел	Ветвь															
	инерционная						диссипативная				упругая				источника потенциалов	
	J ₁	J ₄₁	J ₄₃	J _{3*}	J ₄₂	J ₂	μ ₁	μ ₄₁	μ ₄₃	μ ₂	c ₁	c ₄₁	c ₃	c ₂	M _{в1}	M _{в2}
1	-1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1	0	0	0	1	0
41	0	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	0	0
43	0	0	-1	0	0	0	0	1	-1	0	0	1	-1	0	0	0
3*	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
42	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0	0
2	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	-1

В соответствии с [6] на базе матрицы инцидентий и с учетом наличия трансформаторного звена составляется математическая модель исследуемого РПР, описываемая следующей системой уравнений:

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_{\epsilon 1} - M_{y1} - M_{Д1}}{J_1}; \quad (1)$$

$$\frac{d\omega_{41}}{dt} = \frac{M_{y1} - M_{y41} + M_{Д1} - M_{Д41}}{J_{41}}; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_{43}}{dt} = & \left[M_{y41} - M_{y3} / (U \cdot \eta) + \right. \\ & \left. + M_{Д41} - M_{Д3} / (U \cdot \eta) / J_{43} \right]; \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_{42}}{dt} = & \left[M_{y41} - M_{y2} / (U \cdot \eta) + \right. \\ & \left. + M_{Д41} - M_{Д2} / (U \cdot \eta) \right] / J_{42}; \quad (4) \end{aligned}$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{-M_{\epsilon 2} + M_{y2} + M_{Д2}}{J_2}, \quad (5)$$

где $\omega_1, \omega_{41}, \omega_{43}, \omega_{42}, \omega_2$ – угловые скорости вращения звеньев, составляющих динамическую модель; $M_{\delta 1}$ – вращающий момент на входе передачи; $M_{y1}, M_{y41}, M_{y3}, M_{y2}$ – моменты упругих звеньев; $M_{Д1}, M_{Д41}, M_{Д3}, M_{Д2}$ – моменты диссипативных звеньев; $J_1, J_{41}, J_{43}, J_{42}, J_2$ – моменты инерции звеньев, составляющих динамическую модель; U – передаточное отношение РПР; η – КПД РПР; $M_{\delta 2}$ – вращающий момент на выходе передачи.

Компоненты уравнений (1)...(5) определяются следующим образом:

$$\frac{dM_{y1}}{dt} = c_1 \cdot (\omega_1 - \omega_{41} \cdot U); \quad (6)$$

$$\frac{dM_{y41}}{dt} = c_{41} \cdot (\omega_{41} - \omega_{43} - \omega_{42}); \quad (7)$$

$$\frac{dM_{y3}}{dt} = c_3 \cdot (\omega_{43} - \omega_2); \quad (8)$$

$$\frac{dM_{y2}}{dt} = c_2 \cdot (\omega_{42} - \omega_2); \quad (9)$$

$$M_{Д1} = \mu_1 \cdot (\omega_1 - \omega_{41} \cdot U); \quad (10)$$

$$M_{Д41} = \mu_{41} \cdot (\omega_{41} - \omega_{43} - \omega_{42}); \quad (11)$$

$$M_{Д3} = \mu_3 \cdot (\omega_{43} - \omega_2); \quad (12)$$

$$M_{Д2} = \mu_2 \cdot (\omega_{42} - \omega_2), \quad (13)$$

где c_1, c_{41}, c_3, c_2 – угловые жесткости соответствующих упругих звеньев; $\mu_1, \mu_{41}, \mu_3, \mu_2$ – коэффициенты диссипации соответствующих диссипативных звеньев.

В математической модели не учитывается дифференциальное уравнение от ω_{3*} , поскольку наружный кулачок является неподвижным звеном.

Для решения данной системы уравнений необходимо задать внешние воздействия $M_{\delta 1}, M_{\delta 2}$ и начальные условия $\omega_{10}, \omega_{410}, \omega_{430}, \omega_{420}, \omega_{20}, M_{y10}, M_{y410}, M_{y30}, M_{y20}$.

Моменты инерции звеньев, состоящих из роликов и пальцев, с учетом совершаемых ими в процессе работы передачи движений определяются из условия равенства кинетических энергий суммы указанных элементов как отдельных единиц и единого звена, представляющего их совокупность [10]. При определении моментов инерции элементов составных сателлитов, которые рассматриваются как единое звено, вращающееся относительно оси передачи, в качестве допущения угловая скорость вращения данного звена принимается равной угловой скорости ведомого вала. Кинетические энергии элементов передачи определяются в соответствии с [7].

Кинетическая энергия роликов, контактирующих с внутренним и наружным кулачками, и пальца, контактирующего с ведомым валом, определяется по формуле

$$T_{4k} = \frac{J_{s4k} \cdot \omega_{4k}^2}{2} + \frac{m_{4k} \cdot v_{4k}^2}{2} + \frac{J_{o4k} \cdot \dot{\phi}_1^2}{2 \cdot U^2}, \quad (14)$$

где k – индекс, обозначающий принадлежность параметра ролику или пальцу (1 – ролик, контактирующий с внутренним кулачком; 2 – палец; 3 – ролик, контактирующий с наружным кулачком); J_{s4k} – момент инерции соответствующего ролика или пальца относительно оси, проходящей через его центр масс; ω_{4k} – угловая скорость вращения соответствующего ролика или пальца; m_{4k} – масса соответствующего ролика или пальца; v_{4k} – линейная скорость перемещения центра масс соответствующего ролика или пальца вдоль оси передачи; J_{o4k} – момент инерции соответствующего ролика или пальца относительно оси передачи.

При определении кинетической энергии составных роликовых сателлитов необходимо учитывать, что при ра-

боте РПР часть тел качения не участвует в передаче нагрузки. Поэтому для этих сателлитов кинетическая энергия ролика, контактирующего с наружным кулачком, и пальца будет определяться по формуле

$$T_{4k} = \frac{m_{4k} \cdot v_{4k}^2}{2} + \frac{J_{o4k} \cdot \dot{\varphi}_1^2}{2 \cdot U^2}. \quad (15)$$

Линейная скорость перемещения центра масс соответствующего ролика или пальца вдоль оси передачи определяется в соответствии с [4] по формуле

$$v_{4k} = \frac{\dot{\varphi}_1 \cdot z_3 \cdot A}{U} \cdot \cos\left(\frac{z_3 \cdot \varphi_1}{U}\right), \quad (16)$$

где z_3 – число периодов синусоиды, образующей беговую дорожку наружного кулачка; A – амплитуда синусоид, образующих беговые дорожки внутреннего и наружного кулачков.

Зависимость углов подъема синусоид кулачков от угла поворота ведущего вала была получена в [8]. В соответствии с ней часть уравнения (16) примет вид:

$$\cos\left(\frac{z_3 \cdot \varphi_1}{U}\right) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3 \cdot R_3}{A \cdot z_3}, \quad (17)$$

где R_3 – радиус синусоиды, образующей беговую дорожку наружного кулачка; α_3 – угол подъема беговой дорожки наружного кулачка.

В качестве допущения принимаем усредненное значение угла подъема беговой дорожки наружного кулачка. Таким образом, выражение (17) примет вид:

$$\cos\left(\frac{z_3 \cdot \varphi_1}{U}\right) = \frac{2}{\pi}. \quad (18)$$

Выражения для определения угловой скорости вращения всех элементов составного роликового сателлита были получены в [9]. Моменты инерции звеньев передачи могут быть найдены с определенной степенью допущения по формулам для однородных тел простейшей формы в соответствии с [10].

С учетом вышесказанного и преобразований (14)...(18) получаем следующие зависимости для определения моментов инерции звеньев, составляющих динамическую модель:

$$J_{41} = U^3 \cdot \left(\frac{4 \cdot z_3^2 \cdot A^2}{U^2 \cdot \pi^2} \cdot m_{41} + J_{s41} \cdot \left(\frac{(1 - \frac{1}{U}) \cdot E \cdot (c_1 - \frac{1}{f-d} \cdot \int \sqrt{r^2 - x^2} dx)}{\cos(\alpha_{1cp}) \cdot \int_h^{h+E} \sqrt{r^2 - y^2} dy} \right)^2 + \frac{J_{o41}}{U^2} \right); \quad (19)$$

$$J_{43} = U^2 \cdot \left(\left(U \cdot \frac{4 \cdot z_3^2 \cdot A^2}{U^2 \cdot \pi^2} \cdot m_{43} + \frac{J_{o43}}{U^2} \right) + n \cdot J_{s43} \cdot \left(\frac{E \cdot (c_3 + \frac{1}{f-d} \cdot \int \sqrt{r^2 - x^2} dx)}{U \cdot \cos(\alpha_{3cp}) \cdot \int_h^{h+E} \sqrt{r^2 - y^2} dy} \right)^2 \right); \quad (20)$$

$$J_{42} = U^2 \cdot \left(\left(U \cdot \frac{4 \cdot z_3^2 \cdot A^2}{U^2 \cdot \pi^2} \cdot m_{42} + \frac{J_{o42}}{U^2} \right) + n \cdot J_{s42} \cdot \left(\frac{2 \cdot z_3 \cdot A}{r_{42} \cdot U \cdot \pi} \right)^2 \right), \quad (21)$$

где E, c_1, f, d, r, h, c_3 – геометрические параметры передачи, используемые при

определении угловых скоростей роликов; x, y – переменные интегрирования

при определении угловых скоростей роликов; α_{1cp} – средний угол подъема беговой дорожки внутреннего кулачка; r_{42} – радиус поверхности пальца, посредством которой он контактирует с ведомым валом; α_{3cp} – средний угол подъема беговой дорожки наружного кулачка; n – среднее значение коэффициента перекрытия РПП за оборот ведомого вала.

Угловые жесткости соответствующих упругих звеньев определяются в соответствии с [11] по формуле

$$c_i = a \cdot b \cdot r_{icp}^2, \quad (22)$$

где a – коэффициент для стальных деталей; b – длина линии контакта с упругим звеном; r_{icp} – расстояние от оси передачи до середины линии контакта с упругим звеном.

При расчете угловой жесткости c_2 выступов ведомого вала пластины из упругого материала и ведомый вал, в пазах которого они установлены, рассматриваются как звено, представляющее собой последовательное соединение упругих элементов. Поскольку линейная жесткость пластин на порядок ниже жесткости выступов ведомого ва-

ла, то жесткость последних можно не учитывать. Соответственно, угловая жесткость выступов ведомого вала определяется по формуле

$$c_{2y} = c_y \cdot r_{2cp}^2, \quad (23)$$

где c_y – линейная жесткость пластин из упругого материала; r_{2cp} – расстояние от оси передачи до середины линии контакта пальца с ведомым валом.

При определении коэффициентов диссипации соответствующих диссипативных звеньев используются парциальные системы, выделяемые из динамической модели [6].

Коэффициенты диссипации определяются по формуле

$$\mu_i = 2 \cdot \gamma_i \cdot J_i^* \cdot \omega_{hi}, \quad (24)$$

где γ_i – относительный коэффициент затухания колебаний; J_i^* – момент инерции эквивалентного приведенного инерционного звена; ω_{hi} – собственная парциальная частота.

Динамическая модель исследуемой передачи разбита на парциальные системы (рис. 3).

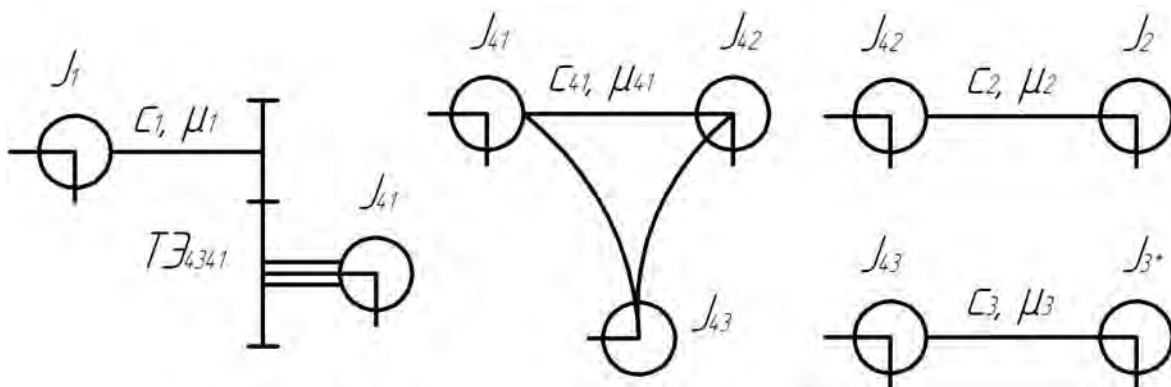


Рис. 3. Динамические модели парциальных систем

Поскольку значение момента инерции эквивалентного приведенного инерционного звена определяется из равенства кинетических энергий исход-

ного и приведенного инерционных звеньев и, как указывалось выше, звенья 41, 43, 42 являются связанными друг с другом и вращаются вместе с ведомым

валом с пазами, то для парциальных систем трансформаторное звено располагается между J_1 и J_{41} .

На базе изображенных на рис. 3 динамических моделей парциальных систем в соответствии с [6] определяются компоненты уравнения (24).

Разработанная динамическая модель проанализирована на примере РПП со следующими параметрами: $A = 14,9$ мм; $U = 12$; $M_{e2} = 100$ Н·м; $\eta = 0,66$;

$c_1 = 1,32 \cdot 10^5$ Н·м/рад; $\mu_1 = 0,2$ Н·м·с/рад; $\mu_{41} = 0,53$ Н·м·с/рад; $\mu_3 = 0,94$ Н·м·с/рад; $c_2 = 0,34$ Н·м·с/рад; $c_{41} = 1,06 \cdot 10^5$ Н·м/рад; $c_3 = 2,52 \cdot 10^5$ Н·м/рад; $c_2 = 27$ Н·м/рад.

В качестве начальных условий задана угловая скорость вращения $\omega_{10} = 150$ рад/с, остальные начальные условия равны нулю.

На рис. 4 и 5 представлены графики изменения угловых скоростей и моментов упругих звеньев.

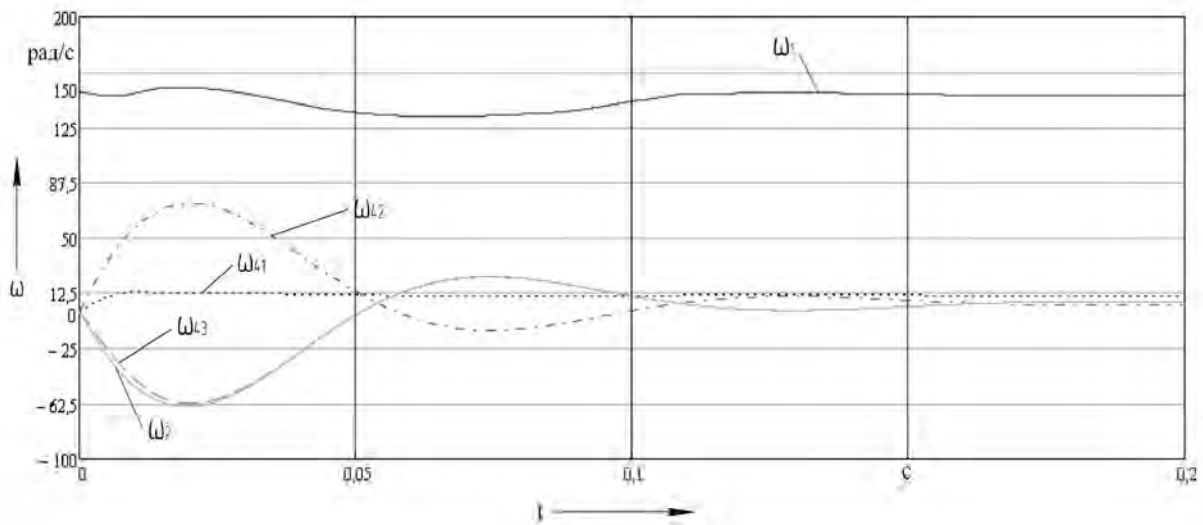


Рис. 4. Изменение угловых скоростей вращения звеньев передачи

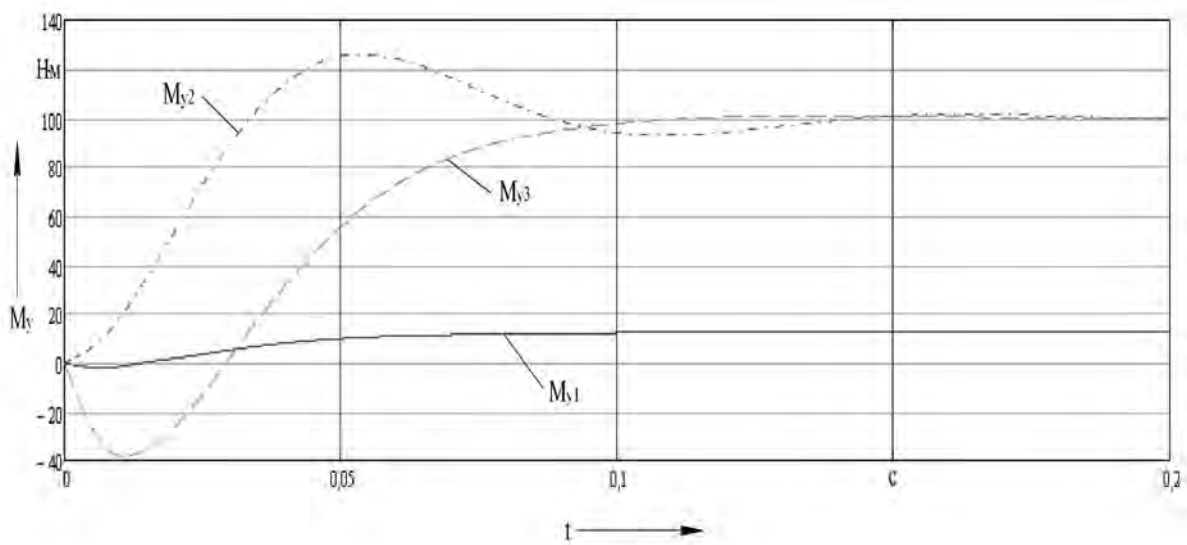


Рис. 5. Изменение моментов упругих элементов

Анализ вычислений по данной модели показывает, что при отсутствии пластин из упругого материала на ведомом валу время перехода системы в устойчивое положение меньше, однако амплитуда и частота колебаний моментов намного выше, что негативно сказывается на прочности и надежности деталей передачи.

Произведена проверка системы РПР на устойчивость в стационарном состоянии.

Численное решение уравнений (1)...(5) приводит к стационарной точке, в которой их правая часть равна нулю. Поскольку в стационарном состоянии относительные скорости перемещения сосредоточенных масс равны нулю, то и моменты диссипативных звеньев будут также равны нулю. Проинтегрированы уравнения (6)...(9) и подставлены в (1)...(5). С учетом вышеприведенного на базе полученной системы уравнений составлена матрица Якоби:

$$J_c = \begin{vmatrix} c_1 & -c_1 \cdot U & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & -(c_1 \cdot U + c_{41}) & c_{41} & c_{41} & 0 \\ 0 & c_{41} & -\left(c_{41} + \frac{c_3}{U}\right) & -c_{41} & \frac{c_3}{U} \\ 0 & c_{41} & -c_{41} & -\left(c_{41} + \frac{c_2}{U}\right) & \frac{c_2}{U} \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & -c_2 \end{vmatrix}. \quad (25)$$

Посредством метода Ляпуна на основе матрицы Якоби составляется характеристическое уравнение, корни которого будут являться собственными значениями матрицы Якоби. Поскольку вещественные части этих значений после подстановки необходимых параметров получились отрицательными, можно утверждать, что полученная система в стационарном состоянии устойчива.

Разработанная динамическая модель РПР позволяет определять динамические нагрузки, действующие в передаче, и оценивать ее устойчивость в

стационарном состоянии. С учетом подстановки в полученную динамическую модель указанных выше параметров, анализа полученных графиков и того, что время переходного процесса составило 0,15 с, отклонение моментов упругих звеньев не превысило 25 % от их значения в стационарном состоянии, в котором передача устойчива, можно заключить, что ролик планетарная передача с данными параметрами будет обладать высокой работоспособностью и надежностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лустенков, М. Е. Шариковые планетарные передачи для средств малой механизации / М. Е. Лустенков // Вестн. машиностроения. – 2004. – № 6. – С. 15–17.
2. Лустенков, М. Е. Определение потерь мощности в нагруженном контакте «тело качения – поверхность» / М. Е. Лустенков, А. П. Прудников // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2009. – № 2. – С. 107–114.
3. Тарасик, В. П. Моделирование планетарных коробок передач структурно-матричным методом / В. П. Тарасик, О. В. Пузанова // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2003. – № 2. – С. 148–153.
4. Труханов, В. М. Некоторые вопросы построения динамических моделей планетарных передач / В. М. Труханов, А. А. Тетюшев // Инженерный журнал. – 2006. – № 5. – С. 38–40.

5. **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизация потерь мощности : монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с. : ил.
6. **Тарасик, В. П.** Математическое моделирование технических систем : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск : Дизайн ПРО, 2004. – 640 с. : ил.
7. **Артоболевский, И. И.** Теория механизмов и машин : учебник для вузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 640 с. : ил.
8. **Лустенков, М. Е.** Планетарные шариковые передачи цилиндрического типа : монография / М. Е. Лустенков, Д. М. Макаревич. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2005. – 123 с. : ил.
9. **Прудников, А. П.** Кинематический анализ планетарных передач с составными роликовыми сателлитами / А. П. Прудников, М. Е. Лустенков // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2010. – № 4. – С. 90–97.
10. **Маркеев, А. П.** Теоретическая механика : учебник / А. П. Маркеев. – М. : ЧеРо, 1999. – 572 с. : ил.
11. **Фролов, К. В.** Теория механизмов и машин / К. В. Фролов, С. А. Попов, А. К. Мусатов ; под ред. К. В. Фролова. – М. : Высш. шк., 1987. – 496 с. : ил.

LIST OF LITERATURE

1. **Lustenkov, M. E.** Ball planetary gearings for small-scale mechanization facilities / M. E. Lustenkov // Her. of Engineering industry. – 2004. – № 6. – P. 15–17.
2. **Lustenkov, M. E.** Determination of power losses in «rolling body – surface» loaded contact / M. E. Lustenkov, A. P. Prudnikov // Her. of Belarus.-Rus. Un-ty. – 2009. – № 2. – P. 107–114.
3. **Tarasik, V. P.** Modeling of planetary gearboxes by structural-matrix method / V. P. Tarasik, O. V. Puzanova // Her. of Belarus.-Rus. Un-ty. – 2003. – № 2. – P. 148–153.
4. **Trukhanov, V. M.** Some issues of constructing dynamic models of planetary gearings / V. M. Trukhanov, A. A. Tetyushev // Engineering journal. – 2006. – № 5. – P. 38–40.
5. **Lustenkov, M. E.** Transmissions with intermediate rolling bodies: determination and minimization of power losses: monograph / M. E. Lustenkov. – Mogilev : Belorus.-Ros. un-t, 2010. – 274 p. : il.
6. **Tarasik, V. P.** Mathematical modeling of engineering systems: textbook for HEI / V. P. Tarasik. – Minsk : Dizain PRO, 2004. – 640 p. : il.
7. **Artobolevsky, I. I.** Theory of mechanisms and machines: textbook for HTEI / I. I. Artobolevsky. – 4nd edition, revised. – M. : Nauka, 1988. – 640 p. : il.
8. **Lustenkov, M. E.** Planetary ball gearings of the cylindrical type : monograph / M. E. Lustenkov, D. M. Makarevich. – Mogilev : Belorus.-Ros. un-t, 2005. – 123 p. : il.
9. **Prudnikov, A. P.** Kinematic analysis of planetary gearings with compound roller planetary pinions / A. P. Prudnikov, M. E. Lustenkov // Her. of Belarus.-Rus. Un-ty. – 2010. – № 4. – P. 90–97.
10. **Markeyev, A. P.** Applied mechanics : rextbook / A. P. Markeyev. – M. : CheRo, 1999. – 572 p. : il.
11. **Frolov, K. V.** Theory of mechanisms and machines / K. V. Frolov, S. A. Popov, A. K. Musatov ; edited by K. V. Frolov. – M. : Vyssh. shk., 1987. – 496 p. : il.

LIST OF LITERATURE (TRANSLITERATION)

1. **Lustenkov, M. E.** Sharikovye planetarnye peredachi dlya sredstv maloj mekhanizatsii / M. E. Lustenkov // Vestnik mashinostroeniya. – 2004. – № 6. – S. 15–17.
2. **Lustenkov, M. E.** Opredelenie poter' moshchnosti v nagruzhennom kontakte «telo kacheniya – poverkhnost'» / M. E. Lustenkov, A. P. Prudnikov // Vestn. Belorus.-Ros. Un-ta. – 2009. – № 2. – S. 107–114.
3. **Tarasik, V. P.** Modelirovanie planetarnykh korobok peredach strukturno-matrichnym metodom / V. P. Tarasik, O. V. Puzanova // Vestn. Belorus.-Ros. Un-ta. – 2003. – № 2. – S. 148–153.
4. **Trukhanov, V. M.** Nekotorye voprosy postroeniya dinamicheskikh modelej planetarnykh peredach / V. M. Trukhanov, A. A. Tetyushev // Inzhenernij zhurnal. – 2006. – № 5. – S. 38–40.
5. **Lustenkov, M. E.** Peredachi s promezhutochnymi telami kacheniya: opredelenie i minimizatsiya poter' moshchnosti : monografia / M. E. Lustenkov. – Mogilev : Belorus.-Ros. un-t, 2010. – 274 s. : il.
6. **Tarasik, V. P.** Matematicheskoe modelirovanie tekhnicheskikh system : uchebnik dlya vuzov / V. P. Tarasik. – Minsk : Dizain PRO, 2004. – 640 s. : il.
7. **Artobolevsky, I. I.** Teoriya mekhanizmov i mashin: uchebnik dlya vtuzov / I. I. Artobolevsky. – 4-e izd., pererab. i dop. – M. : Nauka, 1988. – 640 s. : il.
8. **Lustenkov, M. E.** Planetarnye sharikovye peredachi tsilindricheskogo tipa : monografia / M. E. Lustenkov, D. M. Makarevich. – Mogilev : Belorus.-Ros. un-t, 2005. – 123 s. : il.

9. **Prudnikov, A. P.** Kinematicheskij analiz planetarnykh peredach s sostavnymi rolikovymi satellitami / A. P. Prudnikov M. E. Lustenkov // Vestn. Belorus.-Ros. Un-ta. – 2010. – № 4. – S. 90–97.

10. **Markeyev, A. P.** Teoreticheskaya mekhanika : uchebnik / A. P. Markeyev. – M. : CheRo, 1999. – 572 s. : il.

11. **Frolov, K. V.** Teoriya mekhanizmov i mashin / K. V. Frolov, S. A. Popov, A. K. Musatov ; pod red. K. V. Frolova. – M. : Vyssh. shk., 1987. – 496 s. : il.

Статья сдана в редакцию 9 сентября 2011 года

Александр Петрович Прудников, аспирант, Белорусско-Российский университет. E-mail: prudnikov_a@tut.by.

Alexander Petrovich Prudnikov, PhD student, Belarusian-Russian University. E-mail : prudnikov_a@tut.by.