

УДК 621.833.16

О. Е. Печковская, М. Ф. Пашкевич, Ю. В. Машин

МОДИФИКАЦИЯ ВНУТРЕННЕГО ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ С МАЛОЙ РАЗНОСТЬЮ ЧИСЕЛ ЗУБЬЕВ КОЛЕС

UDC 621.833.16

O. E. Pechkovskaya, M. F. Pashkevich, Y. V. Mashin

MODIFICATION OF INTERNAL INVOLUTE ENGAGEMENT WITH A SMALL DIFFERENCE OF GEARWHEEL TEETH NUMBERS

Аннотация

Рассмотрены пути расширения кинематических возможностей эксцентриковой передачи на основе модификации внутреннего зацепления. Представлены основные математические соотношения для геометрического расчета эксцентриковой передачи с модифицированными зубьями. Показаны возможность и условия обеспечения эвольвентного внутреннего зацепления с малой разностью чисел зубьев колес.

Ключевые слова:

эксцентриковая передача, зубчатые колеса, внутреннее зацепление, передаточное отношение, интерференция, модификация зубьев.

Abstract

Ways of expanding kinematic opportunities of eccentric gear drive by the modification of internal engagement are considered. The basic mathematical correlations for geometrical calculation of eccentric gear drive with modified teeth are presented. The possibility and conditions of providing the involute internal engagement with a small difference of gearwheel teeth numbers are shown.

Key words:

eccentric gear drive, tooth gears, internal engagement, transmission ratio, interference, teeth modification.

Наиболее высокий технический уровень приводов обеспечивает применение эксцентриковых зубчатых передач, сочетающих в себе малые габаритные размеры, высокую нагрузочную способность и широкие кинематические возможности в части достижения больших передаточных отношений [1, 2]. И хотя такие передачи являются достаточно изученными, их исследования активно продолжаются с использованием современных компьютерных технологий, которые позволяют на основе моделирования зубчатых зацеплений пересмотреть традиционные точки зрения и уточнить ранее сформулированные положения.

В эксцентриковых зубчатых передачах при разности чисел зубьев колес во внутреннем зацеплении, равной единице, обеспечивается достижение наибольшего из всех возможных передаточного отношения, а также максимальное снижение их массогабаритных параметров. Увеличение же разности чисел зубьев колес приводит к резкому снижению передаточного отношения [3].

Реализовать минимальную разность чисел зубьев возможно на основе модификации зубчатого зацепления, состоящей в комплексном выборе рациональных размеров диаметра вершин зубьев сателлита и межосевого расстояния передачи [4].

Так, для размещения сателлита с числом зубьев z_1 внутри центрального колеса с числом зубьев z_2 его диаметр вершин зубьев d_{a1} необходимо выбирать по соотношению

$$d_{a1} = mz_2, \quad (1)$$

где m – модуль зацепления, а величину эксцентриситета эксцентрика принимать равной

$$e = m. \quad (2)$$

В этом случае диаметральные размеры сателлита оказываются уменьшенными, высота зубьев сателлита и размеры центрального колеса с внутренними зубьями подчиняются известным соотношениям теории эвольвентных зацеплений, а передаточное отношение передачи при этом оказывается равным числу зубьев сателлита ($i = z_1$).

Соблюдение соотношений (1) и (2) при $z_d = 1$ является необходимым, но не достаточным условием работоспособности передачи. Необходимо учитывать интерференцию, имеющую место при малой разности чисел зубьев. На основе моделирования внутреннего эвольвент-

ного зацепления в эксцентриковой передаче и имитации его работы предложен наиболее технологичный способ устранения интерференции зубьев, состоящий в их модификации лишь у одного из зацепляющихся колес – сателлита.

В программном обеспечении AutoCad на языке программирования Visual Basic for Application составлена программа, алгоритм которой заключается в следующем.

На первом этапе проводят построение эксцентрично расположенных зубчатых колес с учетом соотношений (1) и (2). Из рис. 1 видно, что при построении моделей зубчатых колес зубья центрального колеса и сателлита пересекаются. Это делает невозможной работу такой передачи. Далее моделируется их обкат, т. е. повороты сателлита, находящегося в зацеплении с центральным колесом, на малые углы и удаление интерференций. В результате одного полного оборота сателлита при неподвижном центральном колесе интерференция зубьев в модели полностью ликвидируется (рис. 2).



Рис. 1. Внутреннее зубчатое зацепление без модификации профиля

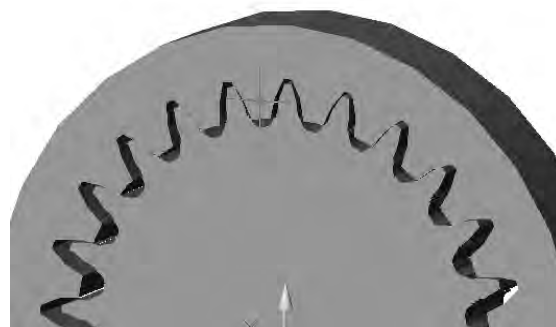


Рис. 2. Внутреннее зубчатое зацепление с модифицированным профилем зубьев сателлита

Таким образом, в результате компьютерного моделирования получено внутреннее эвольвентное зацепление при условии $z_2 - z_1 = 1$, исключающее

интерференцию зубьев.

Анализ результатов компьютерного моделирования зубчатых колес показал, что модифицированный профиль

зубьев сателлита при любых значениях чисел зубьев колес и модулей зацепления является эквидистантным по отношению к профилю зуба до модифика-

ции с тангенциальным смещением ΔS (рис. 3).

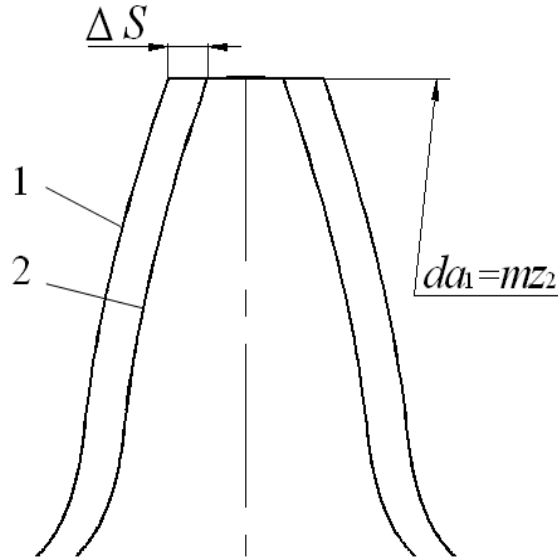


Рис. 3. Профили зубьев сателлита: 1 – до модификации; 2 – после модификации

Таким образом, разработанная методика модификации зубчатого зацепления не приводит к изменению эвольвентной формы зубьев и, как следствие, не изменяет условия работы зубчатого зацепления.

При обеспечении в зацеплении гарантированного минимального бокового зазора, необходимого для размещения слоя смазки, а также компенсации температурных расширений, величина тангенциального смещения ΔS (утонения зуба) для обеспечения внутреннего зацепления с разностью чисел зубьев, равной единице, может быть определена по соотношению

$$\Delta S = 0,2m. \quad (3)$$

По своей сущности модификация профиля зубьев представляет собой их чистовую обработку известными способами (чистовое зубофрезерование, чистовое зубодолбление, шевингование, шлифование). При этом припуск на чистовую обработку зубьев с каждой сто-

роны выбирается равным величине тангенциального смещения.

Следует отметить, что, несмотря на некоторое утонение зубьев, приводящее к их ослаблению, рассматриваемая передача характеризуется повышенной нагрузочной способностью. Это обусловлено тем, что в передаче имеет место многопарность зубчатого зацепления, достигающая с учетом их податливости 20 % от числа зубьев сателлита. Расчетами установлено и экспериментальными исследованиями подтверждено, что в результате повышенной многопарности зацепления нагрузочная способность модифицированной передачи с разностью чисел зубьев, равной единице, до 1,9 раз выше, по сравнению со стандартной передачей без модификации зубьев.

Для геометрического анализа передачи с модифицированным зубчатым зацеплением может быть использована система расчета зубчатых колес с постоянной высотой зуба [5].

Основными параметрами исходного контура являются угол профиля $\alpha = 20^\circ$, коэффициент высоты головки $h_a^* = 1$ и коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$.

Исходными данными для расчета являются числа зубьев сателлита z_1 и центрального колеса с внутренними зубьями $z_2 = z_1 + 1$, модуль зацепления m и коэффициенты смещения x_1 и x_2 .

Как уже было отмечено, при любых значениях чисел зубьев сателлита при разности чисел зубьев колес, равной единице, работоспособность модифицированного зубчатого зацепления обеспечивается при выборе величины эксцентриситета эксцентрика, на котором устанавливается сателлит, равной модулю и, следовательно, межосевому расстоянию передачи $m = a_w$.

Учитывая формулу (1), такая зубчатая передача может быть сведена к передаче со смещением исходного контура сателлита. При этом центральное колесо в данном случае представляет собой зубчатое колесо с внутренними зубьями без смещения $x_2 = 0$, а сателлит – зубчатое колесо с внешними зубьями – имеет постоянный коэффициент смещения $x_1 = -0,5$ при любых значениях чисел зубьев колес в зацеплении и разности чисел зубьев $z_d = 1$.

Основные геометрические параметры зубчатых колес (рис. 4) необходимо определять по соотношениям:

– делительные диаметры

$$d_1 = mz_1; \quad (4)$$

$$d_2 = mz_2; \quad (5)$$

– диаметры вершин зубьев

$$d_{a1} = mz_1 + 2(h_a^* + x_1)m = m(z_1 + 1) = mz_2; \quad (6)$$

$$d_{a2} = mz_2 - 2(h_a^* - x_2 - 0,2)m = m(z_2 - 1,6); \quad (7)$$

– диаметры впадин

$$d_{f1} = mz_1 - 2(h_a^* + c^* - x_1)m = m(z_1 - 3,5); \quad (8)$$

$$d_{f2} = mz_2 + 2(h_a^* + c^* + x_2)m = m(z_2 + 2,5); \quad (9)$$

– основные диаметры

$$d_{b1} = mz_1 \cos \alpha = 0,94mz_1; \quad (10)$$

$$d_{b2} = mz_2 \cos \alpha = 0,94mz_2; \quad (11)$$

– делительное межосевое расстояние

$$a = 0,5m(z_2 - z_1) = 0,5m; \quad (12)$$

– коэффициент разности смещений

$$x_d = x_2 - x_1 = 0,5; \quad (13)$$

– углы профиля в точке на концентрической окружности заданного диаметра d_y

$$\alpha_{y1} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{y1}}; \quad (14)$$

$$\alpha_{y2} = \arccos \frac{d_{b2}}{d_{y2}}; \quad (15)$$

– окружные толщины зубьев на заданном диаметре d_y

$$S_{ty1} = d_{y1} \left(\frac{\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha}{z_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{y1} \right) - 0,4m = \\ = d_{y1} \left(\frac{1,21}{z_1} + 0,015 - \operatorname{inv} \alpha_{y1} \right) - 0,4m; \quad (16)$$

$$S_{ty2} = d_{y2} \left(\frac{\frac{\pi}{2} - 2x_2 \operatorname{tg} \alpha}{z_2} - \operatorname{inv} \alpha + \operatorname{inv} \alpha_{y2} \right) = \\ = d_{y2} \left(\frac{1,57}{z_2} - 0,015 + \operatorname{inv} \alpha_{y2} \right). \quad (17)$$

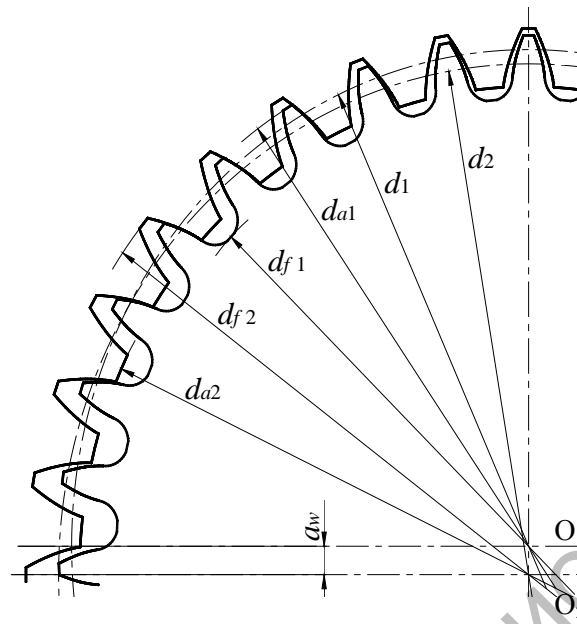


Рис. 4. Геометрические размеры эксцентриковой зубчатой передачи с модифицированным зацеплением

Нужно отметить, что при любых значениях чисел зубьев модифицированное внутреннее зацепление с разностью чисел зубьев колес, равной единице (рис. 5), представляет собой внеполюсное зубчатое зацепление с постоян-

ным расстоянием от центра сателлита O_1 до полюса P :

$$O_1P = d_{w1} / 2, \quad (18)$$

где d_{w1} – начальный диаметр сателлита.

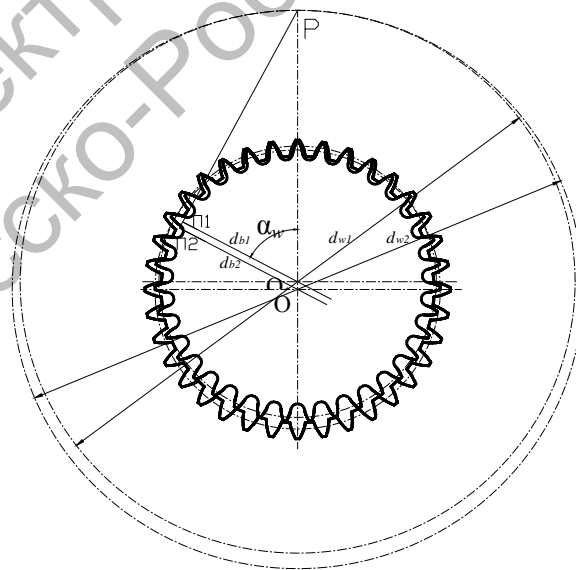


Рис. 5. Геометрические размеры модифицированного зацепления

При этом угол зацепления определяется по следующему соотношению:

$$\cos \alpha_w = \frac{a}{a_w} \cos \alpha = \frac{0,5m}{m} \cos 20^\circ \quad (19)$$

и имеет постоянную величину $\alpha_w = 62^\circ$ при любых значениях чисел зубьев колес и модулей зацепления при $z_d = 1$.

Начальные диаметры зубчатых колес рассчитываются по формулам:

$$d_{w1} = \frac{2a_w}{\frac{z_2}{z_1} - 1} = 2mz_1 = 2d_1; \quad (20)$$

$$d_{w2} = \frac{2a_w \frac{z_2}{z_1}}{\frac{z_2}{z_1} - 1} = 2mz_2 = 2d_2 \quad (21)$$

и составляют удвоенные значения соответствующих делительных диаметров.

Размеры для контроля взаимного положения разноименных профилей зубьев:

– половина угловой толщины зуба, соответствующая концентрическим окружностям диаметрами d_{y1} и d_{y2} :

$$\psi_{yv1} = \frac{S_{ty1}}{d_{y1}}; \quad (22)$$

$$\psi_{yv2} = \frac{S_{ty2}}{d_{y2}}; \quad (23)$$

– толщины по хорде

$$\bar{S}_{y1} = d_{y1} \sin \psi_{yv1}; \quad (24)$$

$$\bar{S}_{y2} = d_{y2} \sin \psi_{yv2}; \quad (25)$$

– высоты до хорды

$$\bar{h}_{ay1} = 0,5(d_{a1} - d_{y1} \cos \psi_{yv1}); \quad (26)$$

$$\bar{h}_{ay2} = 0,5(d_{y2} \cos \psi_{yv2} - d_{a2}). \quad (27)$$

В результате проведенного компьютерного моделирования эксцентри-

ковых передач с внутренним зацеплением при различных значениях z_1 и z_2 установлена минимальная разность чисел зубьев зацепляющихся прямозубых колес в нулевой передаче для исключения интерференции зубьев. Оказывается, что интерференции зубьев колес не происходит при значениях $z_d > 6$, при этом зубчатые колеса беспрепятственно входят в зацепление даже при малых значениях чисел зубьев колес в зацеплении. То есть уже при $z_d = 7$ эксцентриковая передача без смещения исходного контура может быть успешно реализована без опасности возникновения заклинивания.

Компьютерное моделирование внутренних зубчатых зацеплений при малой разности чисел зубьев колес ($z_d = 2...6$) позволило определить величину требуемой модификации графическим способом. При этом модификацию можно осуществлять утонением зубьев на требуемую величину тангенциального смещения, как это было показано применительно к зацеплению с разностью чисел зубьев, равной единице.

Однако следует заметить, что применение значительных величин смещений при указанных z_d приводит к существенному утонению, а следовательно, к ослаблению зубьев сателлита.

Альтернативным способом решения задачи обеспечения внутреннего зацепления с малой разностью чисел зубьев колес может быть компьютерное моделирование таких передач, основанное на методике расчета зацеплений с разностью чисел зубьев колес, равной единице, на основе выбора необходимого диаметра сателлита для его размещения внутри центрального колеса и межосевого расстояния передачи.

Так, при $z_d = 2...6$ диаметр вершин зубьев сателлита необходимо выбирать также уменьшенным на величину модуля зацепления и определять по формуле $d_{a1} = mz_2 = m(z_1 + 1)$. Величи-

на межосевого расстояния передачи, равная эксцентриситету эксцентрика, при различных значениях z_d определяется по приведенным ниже соотношениям.

Так, для случая, когда разность чисел зубьев равна двум ($z_1 = z_2 - 2$),

$$\begin{aligned} 2e &= d_{f2} - d_{a1} - 2cm = \\ &= m(z_2 + 2,5) - m(z_1 + 1) - 0,5m = \\ &= m(z_2 + 2,5) - m(z_2 - 1) - 0,5m = 3m. \end{aligned} \quad (28)$$

То есть

$$e = a_w = 1,5m. \quad (29)$$

Несложно показать, что при $z_d = 3$ ($z_1 = z_2 - 3$)

$$2e = m(z_2 + 2,5) - m(z_2 - 2) - 0,5m = 4m. \quad (30)$$

Тогда межосевое расстояние, определяемое эксцентриситетом эксцентрика, составит:

$$e = a_w = 2m. \quad (31)$$

При разности чисел зубьев $z_d = 4$

$$e = a_w = 2,5m, \quad (32)$$

и далее происходит увеличение эксцентриситета на $0,5m$ с увеличением разности чисел зубьев колес на единицу.

Однако следует заметить, что выполнение приведенных соотношений все же недостаточно для обеспечения работоспособности передачи, а устранение существующей в ней интерференции необходимо выполнять на базе модификации профиля зубьев сателлита, т. е. посредством тангенциального смещения исходного контура. Анализ результатов проведенного графического моделирования зацеплений показал, что величина тангенциального смещения для $z_d = 2$ составляет:

$$\Delta S = 0,16m, \quad (33)$$

а для случая, когда $z_d = 3$,

$$\Delta S = 0,14m. \quad (34)$$

Выполненные теоретические исследования, а также результаты компьютерного моделирования позволили сформулировать следующие выводы.

В результате анализа компьютерных моделей эксцентриковых зубчатых передач с малой разностью чисел зубьев колес предложена методика модификации профиля зубьев для обеспечения наибольших передаточных отношений, позволяющая исключить интерференцию путем комплексного выбора рациональных размеров диаметра вершин зубьев сателлита, толщины его зубьев и межосевого расстояния передачи.

Определена область применения разработанного методического подхода, включающая эксцентриковые зубчатые передачи с разностью чисел зубьев $z_d = 1 \dots 6$.

На основе предложенных математических соотношений для геометрического расчета эксцентриковой передачи с модифицированным зацеплением и разностью чисел зубьев колес, равной единице, показано, что такая передача может быть сведена к передаче со смещением исходного контура сателлита с постоянными коэффициентами смещения $x_1 = -0,5$ и $x_2 = 0$. В этом случае при любых значениях чисел зубьев имеет место внеполюсное зубчатое зацепление с постоянным углом зацепления $\alpha_w = 62^\circ$ и начальными диаметрами, равными удвоенным значениям соответствующих делительных диаметров, т. е. $d_{w1} = 2d_1$ и $d_{w2} = 2d_2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пашкевич, М. Ф.** Нагрузочная способность планетарных эксцентриковых передач / М. Ф. Пашкевич, О. Е. Печковская // Изв. вузов. Машиностроение. – 2006. – № 8. – С. 11–19.
2. **Пашкевич, М. Ф.** Планетарные эксцентриковые передачи с модифицированным зацеплением / М. Ф. Пашкевич, О. Е. Печковская // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2006. – № 4. – С. 150–160.
3. **Кудрявцев, В. Н.** Планетарные передачи / В. Н. Кудрявцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. ; Л. : Машиностроение, 1966. – 307 с. : ил.
4. **Pat. 5092 C 2 RB, МПК⁷ F 16 H 1 / 28.** Планетарная передача / А. М. Пашкевич, В. М. Пашкевич, В. В. Геращенко, М. Ф. Пашкевич ; заявитель и патентообладатель Могилев. гос. техн. ун-т. – № 19981087 ; заявл. 30.11.98 ; опубл. 30.03.03, Бюл. № 1 (36). – 161 с.
5. **ГОСТ 19274-73.** Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внутреннего зацепления. Расчет геометрии. – М. : Изд-во стандартов, 1974. – 64 с.

LIST OF LITERATURE

1. **Pashkevich, M. F.** Load-carrying capacity of planetary eccentric gearings / M. F. Pashkevich, O. E. Pechkovskaya // Proc. of HEIs. Mashinostroenie. – 2006. – № 8. – P. 11–19.
2. **Pashkevich, M. F.** Planetary eccentric gearings with modified engagement / M. F. Pashkevich, O. E. Pechkovskaya // Herald of Belarus.-Rus. Un-ty. – 2006. – № 4. – P. 150–160.
3. **Kudryavtsev, V. N.** Planetary gearings / V. N. Kudryavtsev. – 2nd edit., revised and suppl. – M. ; L. : Mashinostroenie, 1966. – 307 p. : il.
4. **Pat. 5092 C 2 RB, МПК⁷ F 16 H 1 / 28.** Planetary gearing / A. M. Pashkevich, V. M. Pashkevich, V. V. Gerashchenko, M. F. Pashkevich ; applicant and patent holder Mogilev State Technical Un-ty. – № 19981087 ; appl. 30.11.98 ; publ. 30.03.03, Bul. № 1 (36). – 161 p.
5. **GOST 19274-73.** Cylindrical involute gearings with internal engagement. Calculation of geometry. – M. : Standards Publishing House, 1974. – 64 p.

Статья сдана в редакцию 17 октября 2011 года

Ольга Евгеньевна Печковская, канд. техн. наук, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-447-00-51-63.

Михаил Федорович Пашкевич, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-222-26-62-98.

Юрий Викторович Машин, канд. техн. наук, Белорусско-Российский университет.

Olga Evgenyevna Pechkovskaya, PhD, Belarusian-Russian University. Tel.: +375-447-00-51-63.

Mikhail Fedorovich Pashkevich, DSc, Professor, Belarusian-Russian University. Tel.: +375-222-26-62-98.

Yury Viktorovich Mashin, PhD, Belarusian-Russian University.