

УДК 621.791.3

Ю. А. Цумарев, канд. техн. наук, доц., Т. С. Латун

**НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ПАЯНЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ СОЕДИНЕНИЙ**

Рассмотрены особенности работы паяных комбинированных соединений под нагрузкой, выявлена некорректность существующего подхода к оценке их прочности. Показано, что несущую способность комбинированных паяных соединений нельзя оценивать по суммарной площади всех паяных швов соединения. Предложена методика оценки несущей способности косостыковых паяных соединений по максимальному нормальному напряжению в шве с проверкой по максимальному касательному напряжению.

В современной промышленности пайка является важным технологическим процессом получения неразъемных соединений, применение которого имеет тенденцию к постоянному расширению. Поэтому особую важность приобретают вопросы оценки работоспособности паяных соединений, в том числе их статической прочности. Однако современное состояние в этой области не вполне соответствует уровню развития технологии пайки. В настоящее время достаточно разработанными являются вопросы статической прочности паяных стыковых и нахлесточных соединений. Практически все исследователи отмечают наличие значительного упрочнения паяных стыковых соединений при их растяжении, обусловленного различием в механических свойствах паяемого материала и материала мягкой прослойки паяного шва [1–3]. Предел такого упрочнения определен в [4]; он соответствует истинному сопротивлению разрыва, определяемому с учетом уменьшения сечения испытываемого образца из пластичного материала при образовании шейки [4]. Специалисты, работающие в области пайки, отмечают, что разрушение стыковых паяных соединений даже при использовании высокопластичных припоев носит хрупкий характер [1]. Поэтому в высоконагруженных соединениях рекомендуется использовать соединения внахлестку.

Соединения других типов, не являющихся чисто стыковыми или чисто

нахлесточными, рассматриваются как комбинации этих двух разновидностей [1, 5, 6]. Однако существующий подход к оценке работоспособности комбинированных паяных соединений не вполне последователен, и его нельзя считать полностью корректным. Он сводится к тому, что прочность комбинированных соединений определяется общей площадью спая и для повышения прочностных показателей необходимо стремиться к увеличению этой площади.

Цель данной работы – частичное устранение имеющихся противоречий и внесение большей ясности в рассматриваемый вопрос оценки прочности комбинированных соединений.

Основными типами комбинированных паяных соединений являются соединения, показанные на рис. 1. К ним относятся косостыковые (а), ступенчатые (б), гребенчатые (в) соединения, а также нахлесточные соединения со шпонкой (г). При оценке несущей способности таких соединений некоторые авторы необоснованно выделяют ступенчатые, гребенчатые, а также соединения со шпонкой, считая их «механически усиленными» [7]. Трудно согласиться с таким подходом к оценке прочности этих соединений по следующей причине. Авторы [7] указывают: «Припой в ПС, как правило, по прочности уступает основному материалу». Предположим, что при этом выполняется соотношение

$$\sigma_g / \sigma'_g = \beta, \quad (1)$$

где  $\sigma_{\sigma}$  и  $\sigma'_{\sigma}$  – пределы прочности основного металла и паяного шва при растяжении соответственно;  $\beta$  – коэффициент,

показывающий, во сколько раз прочность паяного шва меньше прочности основного металла.

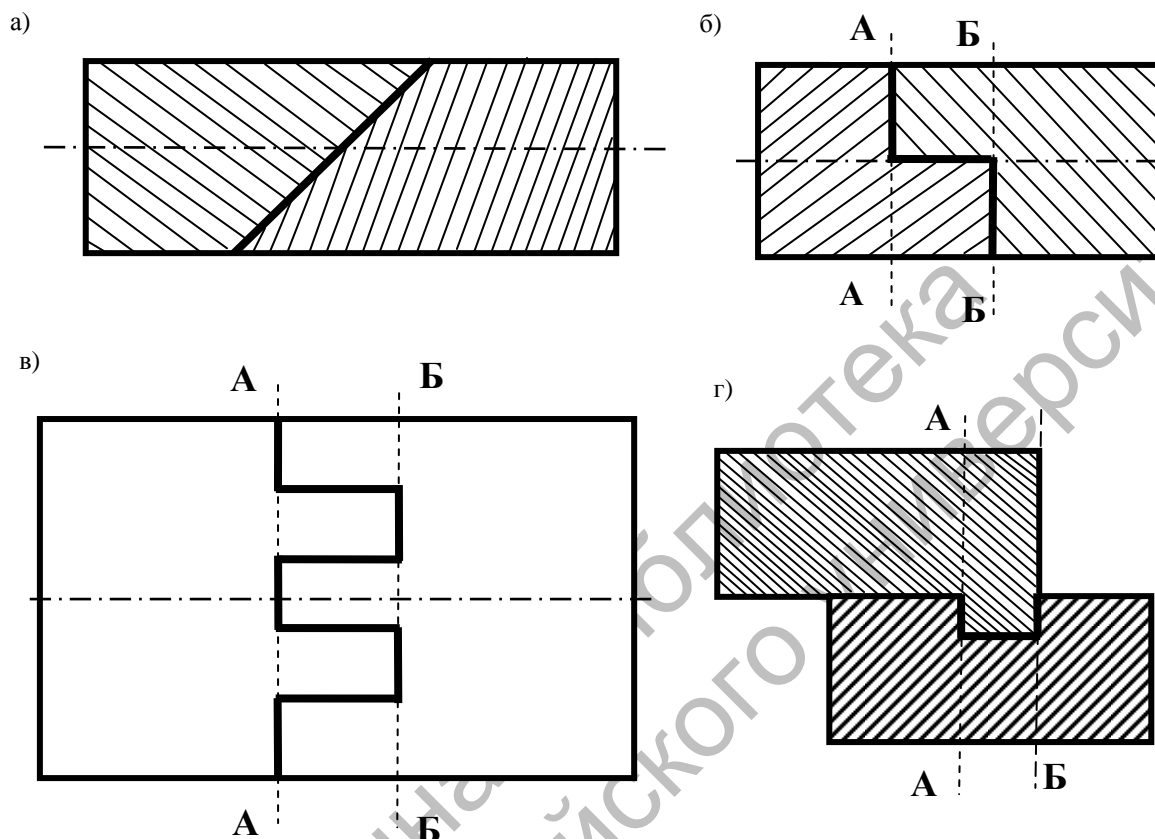


Рис. 1. Схемы комбинированных паяных соединений: а – косостыковое; б – ступенчатое; в – гребенчатое; г – нахлесточное со шпонкой

Тогда максимальная нагрузка, воспринимаемая основным металлом, определится как

$$P_{ом} = \sigma_{\sigma} F_0, \quad (2)$$

где  $F_0$  – площадь поперечного сечения соединения.

Нагрузку, воспринимаемую стыковым швом ступенчатого паяного соединения при частичном разрушении по основному металлу (например, по сечению А–А, рис. 1, б), определим суммированием:

$$\begin{aligned} P_{ш} &= 0,5\sigma_{\sigma} F_0 + 0,5\sigma'_{\sigma} F_0 = \\ &= 0,5F_0\sigma_{\sigma} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Очевидно, что  $\beta > 1$ , т. е.  $1 + \frac{1}{\beta} < 2$ ,

поэтому  $P_{ш} < P_{ом}$ . Значит, сечения А–А и Б–Б, которые показаны на рис. 1, б-г, будут ослабленными по сравнению с основным материалом. Следовательно, при воздействии полезной нагрузки эти соединения разрушатся по указанным сечениям, причем разрушение произойдет частично по паяному шву, а частично – по основному материалу. Таким образом, ни ступенчатое паяное соединение, ни соединение со шпонкой принципиально не могут обеспечить равнопрочности и нет оснований рассматривать их как усиленные.

Поэтому слабо аргументированным представляется и заключение о высокой

прочности гребенчатых паяных соединений, содержащееся в [6]: «Ступенчатые и гребенчатые соединения не только сохраняют сечение соединяемых элементов, но и обеспечивают высокую их прочность». Чтобы убедиться в ошибочности этого утверждения, можно составить выражение для суммирования усилий, воспринимаемых паяными швами и основным металлом при разрушении гребенчатого соединения по сечению А–А (см. рис. 1, в), аналогичное результату (3):

$$\begin{aligned} P_{уз} &= 0,4\sigma_{\epsilon}F_0 + 0,6\sigma_{\epsilon}^{\prime}F_0 = \\ &= 0,4\sigma_{\epsilon}F_0 + 0,6\frac{\sigma_{\epsilon}}{\beta}F_0 = \\ &= \sigma_{\epsilon}F_0\left(0,4 + \frac{0,6}{\beta}\right) = \\ &= 0,5\sigma_{\epsilon}F_0\left(0,8 + \frac{1,2}{\beta}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Чтобы сравнить величины  $P_{ш}$  и  $P_{уз}$ , разделим почленно друг на друга равенства (3) и (4):

$$\begin{aligned} \frac{P_{ш}}{P_{уз}} &= \frac{0,5\sigma_{\epsilon}F_0\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)}{0,5\sigma_{\epsilon}F_0\left(0,8 + \frac{1,2}{\beta}\right)} = \\ &= \frac{(\beta + 1)\beta}{\beta(0,8\beta + 1,2)} = \frac{\beta + 1}{0,8\beta + 1,2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Так как  $\beta > 1$ , то можно записать  $\beta = 1 + \eta$ . Тогда результат (5) запишется следующим образом:

$$\frac{P_{ш}}{P_{уз}} = \frac{2 + \eta}{2 + 0,8\eta} > 1. \quad (6)$$

Результат (6) показывает, что прочность гребенчатого паяного соединения оказалась даже меньшей, чем прочность соединения ступенчатого. Поэтому и содержащееся в [6] заключение о высокой прочности такого соединения является некорректным.

Результаты анализа несущей способности гребенчатых и ступенчатых паяных комбинированных соединений можно использовать для разработки новых, более прочных конструкций. Очевидно, что прочность соединения возрастет, если стыковые паяные швы этих соединений не будут располагаться в одной плоскости, например, в плоскости А–А. Смещая стыковые паяные швы друг относительно друга, получим более прочное соединение, которое схематично показано на рис. 2.

Ослабление такого соединения обусловлено пониженной прочностью стыкового паяного шва. Степень ослабления обратно пропорциональна количеству выполненных ступеней. По аналогии с результатами (3) и (4) при одинаковых ступенях для произвольного сечения А–А разрушающую нагрузку упрочненного ступенчатого соединения можно записать следующим образом:

$$P_{см} = F_0\sigma_{\epsilon}\left(1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n\beta}\right), \quad (7)$$

где  $n$  – количество стыковых швов в соединении.

Еще одной проблемой в оценке прочности ступенчатых и гребенчатых соединений, не нашедшей своего разрешения, является определение степени равномерности распределения нагрузки между стыковыми и нахлесточными паяными швами, которые имеют разную деформационную способность. Из практики проектирования, изготовления и эксплуатации сварных конструкций известны случаи мгновенного разрушения даже одинаковых сварных швов, но имеющих различную податливость, например, из-за неудачной установки ребер жесткости [8] – абсолютно одинаковые лобовые сварные швы нахлесточного соединения оказались нагруженными по-разному, большая часть рабочей нагрузки передалась одному из этих швов, что и привело к его разрушению.

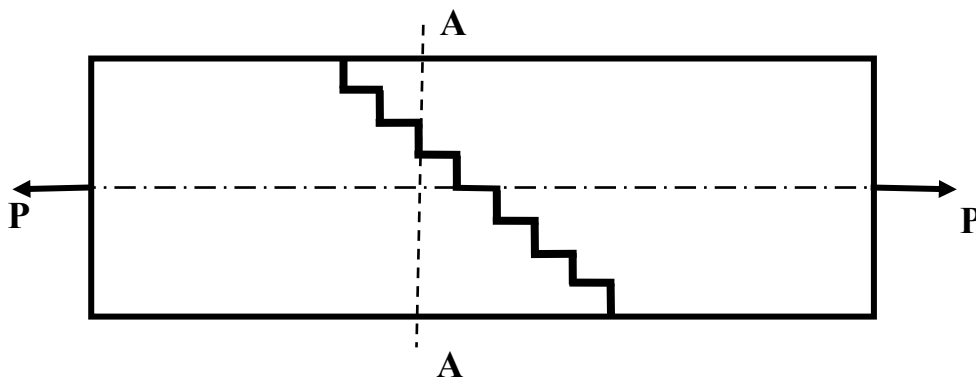


Рис. 2. Схема ступенчатого паяного соединения с повышенной несущей способностью

В паяном комбинированном соединении ступенчатого или гребенчатого типа уровень нагруженности стыковых и нахлесточных швов также может оказаться различным, что и приведет к раздельному их разрушению. Несущая способность соединения в таком случае окажется не связанной с общей площадью спаия, а определится площадью только более нагруженного из них. Этому также способствует статическая

неопределимость паяных соединений ступенчатого и гребенчатого типов. Поэтому при рассмотрении напряженного состояния необходимо исходить из совместности деформаций стыкового и нахлесточного паяных швов, один из которых работает на растяжение, а второй – на срез [9]. Рассмотрим соединение, которое схематично показано на рис. 3. Оно состоит из соединяемых деталей 1 и 2, а также паяного шва 3.

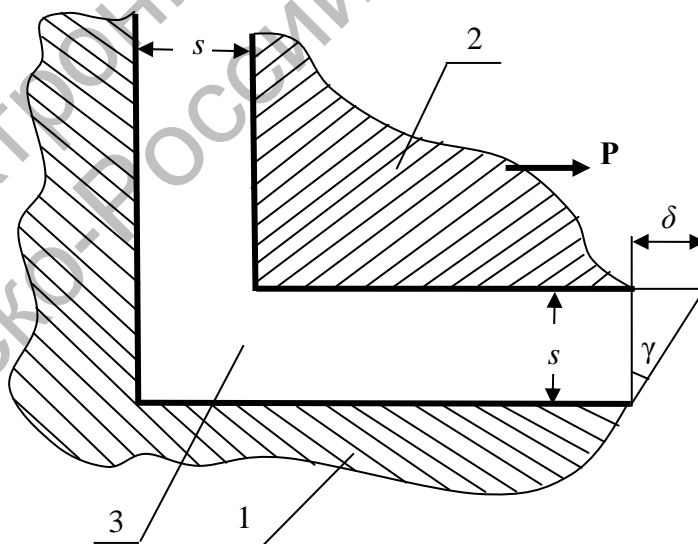


Рис. 3. Схема работы паяного ступенчатого соединения при воздействии продольной нагрузки P

Предположим, что под действием силы  $\vec{P}$  соединяемая деталь 2 переместилась на расстояние  $\delta$ , что привело к соответствующему увеличению толщи-

ны  $s$  стыкового паяного шва. Горизонтальный паяный нахлесточный шов при этом испытал деформацию сдвига, причем угол сдвига  $\gamma$  определится из соот-

ношения [10]

$$\gamma = \frac{\delta}{s}. \quad (8)$$

Относительная деформация прослойки стыкового паяного шва, работающего на растяжение [9]

$$\varepsilon = \frac{\delta}{s}. \quad (9)$$

Тогда нормальные напряжения в этом шве рассчитываются по закону Гука [9, 10]:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\delta}{s}, \quad (10)$$

где  $E$  – модуль упругости при растяжении.

При этом касательные напряжения определяются по формуле [9, 10]

$$\tau = G\gamma = \frac{E}{2(1+\mu)} \frac{\delta}{s} = \frac{\sigma}{2(1+\mu)}, \quad (11)$$

где  $G$  – модуль упругости при сдвиге,

$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ ;  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Выражение (11) показывает, что нахлесточные и стыковые швы в паяных ступенчатых и гребенчатых соединениях нагружены неравномерно. Нормальные напряжения стыковых швов в 2,5...2,7 раза превышают уровень касательных напряжений, возникающих в швах, параллельных продольной нагрузке. Поэтому при силовом расчете таких соединений нельзя сделать правильные выводы об их прочности, ориентируясь на общую площадь паяных швов.

В практике пайки хорошо известны косостыковые паяные соединения [1, 5–7]. В [6] указывается, что соединения вскос применяют преимущественно в толстостенных изделиях, а также при пайке трубчатых конструкций, выполняя скос под углом 45...30°. Прочность таких соединений предлагается оценивать по формуле [2, 6]

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq [\tau'], \quad (12)$$

где  $P$  – разрушающее усилие;  $F$  – площадь наклонного паяного шва;  $[\tau']$  – допускаемое напряжение при срезе.

С таким подходом к оценке прочности трудно согласиться, т. к. допускаемые напряжения при срезе используются только для чисто нахлесточных соединений, а косостыковое не является таковым.

О наличии серьезных проблем в оценке прочности паяных соединений свидетельствует и аргументация авторов [1], которые справедливо указывают, что оценка прочности конструируемого паяного соединения может быть дана во многих случаях только с относительным приближением. Отмечается также, что механические характеристики, получаемые при испытании простых образцов, моделирующих элемент паяной конструкции, зачастую невозможно связать функциональной зависимостью с величиной приложенных сил. Здесь же указаны и основные причины этих затруднений: сложное напряженное состояние, которое устанавливается при эксплуатации, различие в механических свойствах различных зон паяного соединения, неравномерность распределения напряжений [1].

Рассмотрим косостыковое паяное соединение, схема которого показана на рис. 4. В момент, предшествующий разрушению, это соединение в целом и любой его элемент находились в равновесии. Поэтому можно рассмотреть равновесие одной из соединяемых деталей, для которой скошенный паяный шов является связью. Используя принцип освобожденности от связей, приложим взамен отброшенной связи ее реакцию  $\vec{R}$ . Тогда равновесие рассматриваемой соединяемой детали будет связано с наличием только двух сил – приложенной силы  $\vec{P}$  и реакции  $\vec{R}$ , которые должны быть равны по величине и

противоположны по направлению, т. е.  $R = P$ . Далее разложим полную реакцию  $\vec{R}$  на касательную  $\vec{R}_\tau$  и нормальную  $\vec{R}_n$  составляющие в соответствии с векторным результатом:

$$\vec{R} = \vec{R}_\tau + \vec{R}_n. \quad (13)$$

Рассмотрим бесконечно малое горизонтальное перемещение  $\vec{\delta s}$  рассматриваемой детали в процессе испытания на растяжение, которое также разложим на касательную  $\vec{\delta \tau}$  и нормальную  $\vec{\delta n}$  составляющие, т. е.  $\vec{\delta s} = \vec{\delta n} + \vec{\delta \tau}$ .

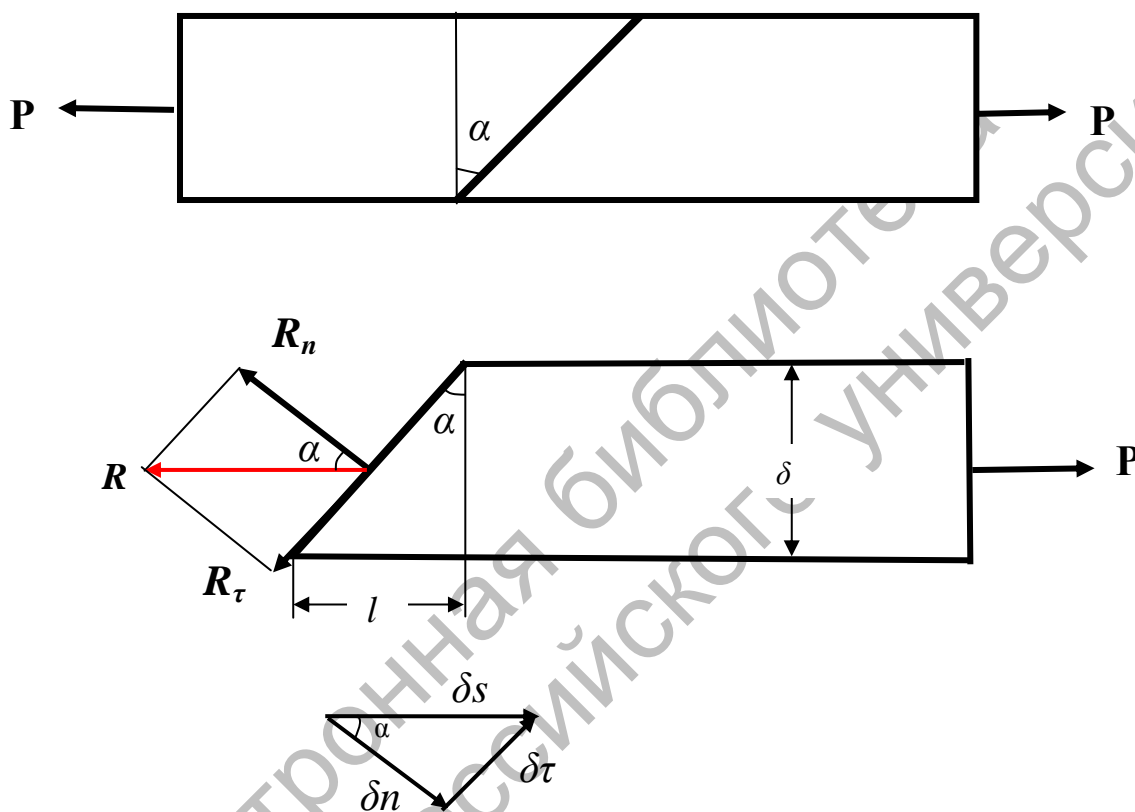


Рис. 4. Расчетная схема равновесия одной из деталей косостыкового паяного соединения

Тогда, согласно принципу независимости действия сил, любое горизонтальное перемещение, которое реально происходит в процессе испытаний, можно представить как результат двух деформаций: деформации растяжения под действием составляющей  $\vec{R}_n$  и деформации сдвига по плоскости косо го стыка под действием другой составляющей  $\vec{R}_\tau$ . Таким образом, разрушение косостыковых паяных соединений происходит в результате одновременного воздействия нормальных по отношению к мягкой прослойке паяного шва растягивающих на-

пряжений и напряжений среза. И здесь необходимо учитывать, что прочность паяных швов при испытании на растяжение может в 1,6...5,6 раза превышать прочность таких же соединений, испытываемых на срез (например, [11, табл. 45, с. 314]). Поэтому смешивание двух показателей прочности, которое происходит при простом делении разрушающей нагрузки на площадь сая, не вполне корректно. На практике оно приводит к необоснованному повышению запаса прочности и соответствующей заниженной оценке несущей способности

косостыковых соединений. Это уменьшает их привлекательность на стадии проектирования, а значит, сдерживает применение таких соединений в пайке.

Учитывая различную прочность при растяжении и срезе, соотношение между этими показателями можно записать в следующем виде:

$$\sigma'_e / \tau'_e = m, \quad (14)$$

где  $\sigma'_e$  и  $\tau'_e$  – пределы прочности паяных соединений соответственно при растяжении и срезе;  $m$  – коэффициент, который показывает, во сколько раз прочность при растяжении превышает прочность аналогичного соединения при его срезе.

После деления пределов прочности на коэффициент запаса (как это предусмотрено [2]) получим соотношение, аналогичное формуле (14), но выраженное в допускаемых напряжениях:

$$[\sigma'_p] = m[\tau'], \quad (15)$$

где  $[\sigma'_p]$  – допускаемое напряжение при растяжении.

Рассмотрим предельное состояние при испытании стыкового паяного соединения, не имеющего скоса, и запишем соответствующее ему соотношение

$$\frac{P}{F_0} = [\sigma_p], \quad (16)$$

где  $F_0$  – площадь сечения соединяемых деталей.

Допустим, что для увеличения прочности было решено выполнить скос, показанный на рис. 4. В соответствии с известной формулой (12) предельное состояние для этого паяного соединения надо записать следующим образом:

$$\frac{P \cos \alpha}{F_0} = [\tau'], \quad (17)$$

где  $F = F_0 / \cos \alpha$ .

После деления левых и правых частей соотношений (16) и (17) друг на

друга получим

$$\cos \alpha = \frac{1}{m}. \quad (18)$$

Таким образом, результат (18) показывает, что с точки зрения вероятности разрушения стыковое и косостыковое паяные соединения с углом скоса  $\alpha$  являются одинаково опасными. То есть выполнение скоса и соответствующее увеличение площади паяного шва не привело к повышению прочности соединения. Можно оценить возможное значение угла скоса, которое при использовании формулы (12) не дает повышения показателя прочности, используя, например, данные по прочности стальных соединений, паянных латуной Л63 [2, табл. 4, с. 64]. Согласно этим данным  $\sigma'_e = 43$  кгс/мм<sup>2</sup>, а  $\tau'_e = 27,3$  кгс/мм<sup>2</sup>. В соответствии с формулами (4) и (8) получим  $m = 1,575$ ,  $\cos \alpha = 0,635$ , а угол  $\alpha = 50^\circ 36'$ .

Как видим, недооценка несущей способности косостыковых паяных соединений, возникающая при использовании рекомендаций, которые соответствуют формуле (12), весьма значительна. Поэтому нужен несколько иной подход к оценке прочности этих соединений. Более корректной представляется оценка, которая позволяет учитывать совместное действие касательных и нормальных напряжений, например, при совместном действии изгибающего и крутящего моментов [10]. В соответствии с этой методикой вначале определяем нормальные и касательные напряжения по наклонной площадке, используя следующие формулы [10]:

$$\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha; \quad (19)$$

$$\tau_\alpha = \sigma_0 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha, \quad (20)$$

где  $\sigma_0$  – приложенное нормальное напряжение по площадке, перпендикулярной линии действия силы  $\vec{P}$ ,  $\sigma_0 = P / F_0$ .

Далее определяем экстремальное напряжение по формуле [10]

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{\alpha}}{2} + \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{2}\right)^2 + \tau_{\alpha}^2\right]}. \quad (21)$$

Кроме того, проводится проверка на прочность по максимальным касательным напряжениям [10]:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{2}\right)^2 + \tau_{\alpha}^2\right]}. \quad (22)$$

Подставляя в выражения (21) или (22) соответственно допускаемое напряжение при растяжении или допускаемое напряжение при срезе, получим формулы, по которым можно определить требуемый угол скоса  $\alpha$ :

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{\alpha}}{2} + \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{2}\right)^2 + \tau_{\alpha}^2\right]}; \quad (23)$$

$$[\tau'] = \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_{\alpha}}{2}\right)^2 + \tau_{\alpha}^2\right]}. \quad (24)$$

Очевидно, что после выполнения расчетов необходимо взять большее из двух значений угла  $\alpha$ , найденных по формулам (23) и (24).

Для того чтобы проанализировать полученные результаты, перепишем формулу (21) в более удобном виде:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{\alpha}}{2} + \tau_{\max}. \quad (25)$$

Теперь рассчитаем значения величин  $\sigma$  (найденных по формуле (12)),  $\sigma_{\alpha}$ ,  $\tau_{\alpha}$ ,  $\sigma_{\max}$ ,  $\tau_{\max}$  для различных углов скоса, выразим полученные значения в долях от величины приложенного напряжения  $\sigma_0$  и занесем эти данные в табл. 1.

Табл. 1. Зависимость напряжений в паяном косостычковом соединении от угла скоса

Угол скоса, град	Относительное значение напряжений		
	Усредненное $\sigma$	Максимальное касательное $\tau_{\max}$	Экстремальное нормальное $\sigma_{\max}$
5	0,9962	0,504	1,00
10	0,9848	0,5141	0,999
15	0,9659	0,5292	0,9955
20	0,9397	0,546	0,987
25	0,9063	0,562	0,9727
30	0,866	0,573	0,948
35	0,8192	0,577	0,9125
40	0,766	0,573	0,866
45	0,7071	0,559	0,809
50	0,6428	0,534	0,741
55	0,5736	0,498	0,662
60	0,5	0,4506	0,576
65	0,4226	0,393	0,4823
70	0,342	0,327	0,3855
75	0,2588	0,252	0,2855

Анализ результатов, приведенных в табл. 1, показывает, что оценка прочности косостычковых паяных соединений по традиционной методике, основанной на использовании напряжения  $\sigma$ , является

заниженной в сравнении с оценкой по показателям  $\tau_{\max}$  и  $\sigma_{\max}$ . Наиболее существенна разница в оценках прочности тех паяных соединений, которые имеют угол скоса меньший чем  $45^{\circ}$ . Различие



результатов при этом достигает 90 % в области малых углов  $\alpha$  и при  $\alpha = 45^0$  уменьшается до 26 %. И только при весьма значительных углах  $\alpha$ , превышающих 70...75 град, соответствующих 4-кратному увеличению площади паяного шва, показатели оценки по традиционной и предлагаемой методикам сближаются настолько, что различие составляет менее 5 %. Однако такие углы скоса, с одной стороны, не нужны при высокотемпературной пайке, и, с другой стороны, чаще всего бесполезны при низкотемпературной пайке, т. к. не обеспечат равнопрочности паяных соединений.

Поэтому предлагаемая методика оценки статической прочности, учитывающая совместное действие нормальных и касательных напряжений, позволит делать более обоснованные выводы о несущей способности косостыковых паяных соединений в наиболее востребованном диапазоне углов скоса. Кроме того, она позволит повысить точность проектных расчетов, что будет способствовать более широкому применению пайки в промышленности.

### Выводы

1. Показано, что при оценке несущей способности паяных комбинированных соединений необходимо учитывать нормальные и касательные напряжения, возникающие в паяных швах.

2. Установлено, что в паяных соединениях гребенчатого и ступенчатого типов стыковые швы нагружены в 2,5...2,7 раз больше, чем нахлесточные, что предопределяет возможность их преждевременного разрушения при со-

хранении целостности нахлесточных швов.

3. Предложено проводить оценку прочности паяных косостыковых соединений по максимальному нормальному напряжению с проверкой уровня максимальных касательных напряжений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лашко, Н. Ф. Пайка металлов / Н. Ф. Лашко, С. В. Лашко. – М. : Машиностроение, 1977. – 328 с.
2. Справочник по пайке / Под ред. С. Н. Лоцманова, И. Е. Петрунина, В. П. Фролова. – М. : Машиностроение, 1975. – 407 с.
3. Николаев, Г. А. Работа мягкой прослойки паяных соединений / Г. А. Николаев, А. И. Киселев // Сварочное производство. – 1990. – № 12. – С. 3–4.
4. Цумарев, Ю. А. Методика оценки прочности паяных соединений стыкового типа / Ю. А. Цумарев // Технология машиностроения. – 2009. – № 3. – С. 23–26.
5. Хряпин, В. Е. Справочник паяльщика / В. Е. Хряпин. – М. : Машиностроение, 1981. – 348 с.
6. Гржимальский, Л. Л. Технология и оборудование пайки / Л. Л. Гржимальский, И. И. Ильевский. – М. : Машиностроение, 1979. – 240 с.
7. Кузнецов, О. А. Прочность паяных соединений / О. А. Кузнецов, А. И. Погалов. – М. : Машиностроение, 1987. – 112 с.
8. Окерблом, Н. О. Проектирование технологии изготовления сварных конструкций / Н. О. Окерблом, В. П. Демянцевич, И. П. Байкова. – Л. : Судпромгиз, 1963. – 602 с.
9. Феодосьев, В. И. Сопrotивление материалов / В. И. Феодосьев. – М. : Наука, 1970. – 544 с.
10. Тимошенко, С. П. Механика материалов / С. П. Тимошенко, Дж. Гере. – М. : Мир, 1976. – 669 с.
11. Лашко, Н. Ф. Пайка металлов / Н. Ф. Лашко, С. В. Лашко. – М. : Машиностроение, 1988. – 376 с.

Белорусско-Российский университет  
Материал поступил 23.03.2010

Y. A. Tsumarev, T. S. Latun  
Bearing capacity of soldered composite joints

This paper describes the peculiarities of the operation of soldered composite joints under load and reveals inexactness of the existing approach to the assessment of their strength. It is shown that the bearing capacity of soldered composite joints can not be assessed by the total area of all soldered seams of the joint. The technique of estimating the bearing capacity of scarf butt soldered joints according to the maximum normal stress in the joint is proposed, combined with the maximum shear stress testing.