

УДК 378. 147

ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

В. Э. ГАРИСТ

Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова
Могилев, Беларусь

Отличительной особенностью современного образования следует считать возможность обучающегося в любой момент при решении стандартной учебной задачи обратиться за помощью. Информационное пространство буквально перенасыщено предложениями на любой вкус и запрос. Фильтруя и отбрасывая откровенно коммерческие варианты, обратим внимание и на действительно добротные сервисы, позволяющие получить реальную квалифицированную помощь на грамотно сформированный запрос.

Нашей целью будет обратить внимание на удобство и особенности применения современных компьютерно-информационных систем в системе математического образования студента, в частности, изучения линейной алгебры. Роль линейной алгебры в математической культуре студента очевидна.

Предъявим некоторые требования к использованию таких компьютерно-информационных систем (или СКМ – систем компьютерной математики):

- доступность;
- развитый функционал;
- внутренняя интерактивная справочная система;
- программная совместимость с офисными (и не только) программами, позволяющая обеспечивать динамический обмен данными с ними;
- возможность использования «облачных технологий».

На наш взгляд, перечисленному набору потребительских качеств лучше других удовлетворяют (и органично дополняют друг друга) такие свободно распространяемые СКМ, как SMath Studio [1], Maxima [2].

В [3] проанализированы возможности и особенности применения СКМ SMath Studio при изучении ряда задач аналитической геометрии на плоскости. Рассмотрим применение этого пакета к решению базовых задач курса линейной алгебры.

В SMath-Studio имеется возможность не только работать с отдельными константами и переменными, но и использовать в качестве операндов массивы данных в виде векторов и матриц. Для работы с двумерными массивами используется панель инструментов «Матрицы». Создание векторов и матриц интуитивно понятно и не вызывает вопросов у рядовых Windows-пользователей. Традиционно также реализуются стандартные операции над векторами и матрицами.

Ряд встроенных функций раздела «Матрицы и векторы» позволяет обратиться в деталях к результатам матричных вычислений или матричного анализа.

В частности, с помощью встроенных функций рассчитываются и выводятся такие важные числовые характеристики, как миноры, алгебраические дополнения элементов матрицы, ранг и евклидова норма матрицы. Для пользователя является полезной возможность слияния массивов подходящих размерностей. Для квадратных невырожденных матриц есть возможность символьного вычисления обратной матрицы. Таким образом, имеется необходимый аппарат для работы с матрицами линейных операторов в различных базисах, для диагонализации матриц и, как следствие, для приведения к каноническому виду уравнений кривых второго порядка. На данный момент в СКМ SMath Studio отсутствует возможность расчёта собственных векторов и собственных значений квадратной матрицы с помощью встроенных функций. Поэтому эта задача может быть решена с помощью функций пользователя. К недостаткам отнесём также невозможность построения графика неявно заданной функции. Проведённые расчёты могут быть проверены или непосредственно матричным умножением, или обращением к иным СКМ. Например, в СКМ Maxima нахождение собственных векторов и собственных значений производится через встроенные функции.

Фрагменты решения задачи приведения к каноническому виду уравнения кривой второго порядка $7x^2 - 6\sqrt{3}x \cdot y + 13y^2 - 4\sqrt{3}x - 4y - 60 = 0$ в СКМ SMath Studio приводятся на рис. 1 и 3, а обращение к СКМ Maxima – на рис. 2 и 4.

$$A := \begin{bmatrix} 7 & (-1) \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \\ (-1) \cdot 3 \cdot \sqrt{3} & 13 \end{bmatrix} \quad F(\lambda) := |A - \lambda \cdot \text{identity}(2)|$$

$$F(\lambda) = \left| -\lambda \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -2\sqrt{3} \\ -2\sqrt{3} & 13 \end{bmatrix} \right|$$

$$F(\lambda) = 0$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} \quad \lambda := \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} \quad \lambda_1 = 4 \quad \lambda_2 = 16$$

Рис. 1. Нахождение собственных значений функцией пользователя

```
(%i4) eigenvectors(A);
(%o4) [[ [ 16, 4 ], [ 1, 1 ] ], [ [ 1, -sqrt(3) ], [ 1, 1/sqrt(3) ] ] ]
```

Рис. 2. Нахождение собственных значений и собственных векторов в СКМ Maxima

$$A - \lambda_1 \cdot \text{identity}(2) = \begin{bmatrix} 3 & -2\sqrt{3}^3 \\ -2\sqrt{3}^3 & 9 \end{bmatrix} \quad A - \lambda_2 \cdot \text{identity}(2) = \begin{bmatrix} -9 & -2\sqrt{3}^3 \\ -2\sqrt{3}^3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$V_1 := \begin{bmatrix} -1 \cdot \left(A - \lambda_1 \cdot \text{identity}(2) \right)_{12} \\ \left(A - \lambda_1 \cdot \text{identity}(2) \right)_{11} \end{bmatrix} \quad V1 := \frac{V_1}{\text{norme}(V_1)} \quad V1 = \begin{bmatrix} 0,866 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

Рис. 3. Нахождение нормированного собственного вектора функцией пользователя

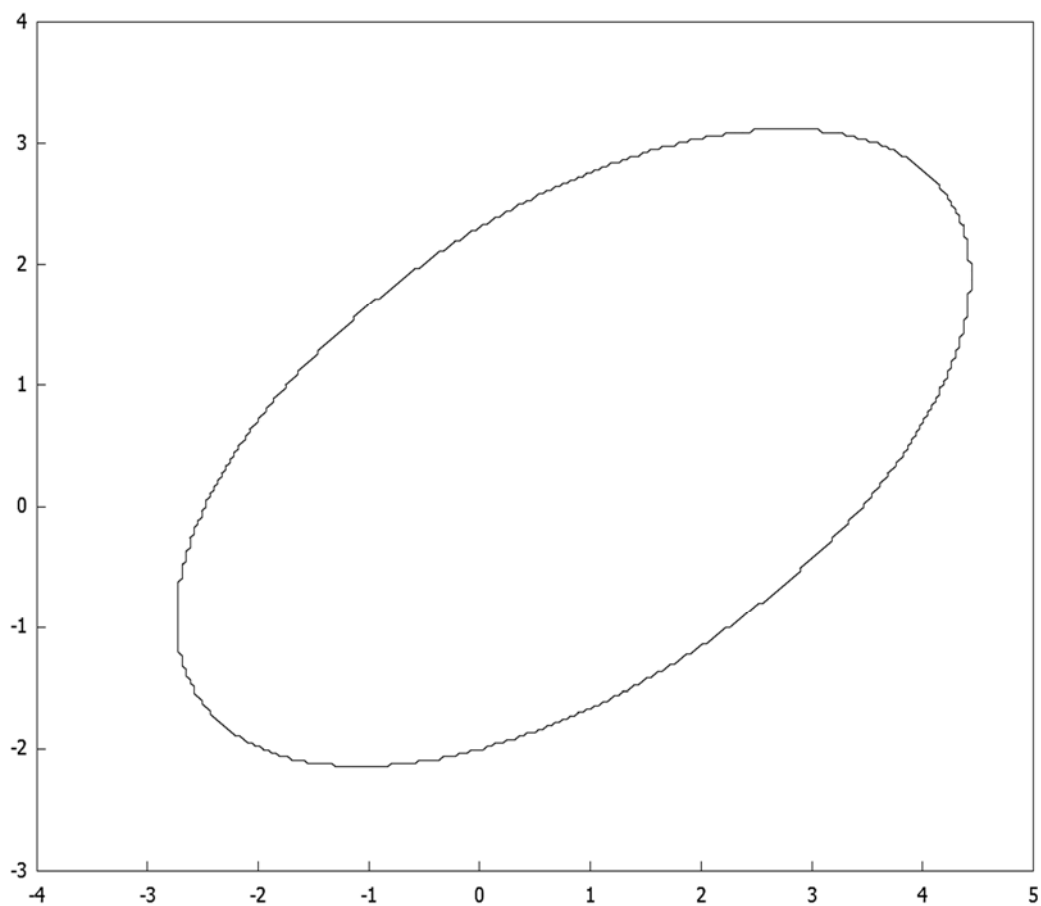


Рис. 4. Визуализация решения в СКМ Maxima

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Официальный сайт программы SMath Studio [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.smath.com/обзор/SMathStudio/резюме>.
2. Официальный сайт программы Maxima [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://maxima.sourceforge.io/ru>.
3. **Гарист, В. Э.** Элементы аналитической геометрии в системах компьютерной математики / В. Э. Гарист // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2021. – С. 35–37.

УДК 378.1

ПОПУЛЯРИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СЕВЕРО-КАВКАЗСКОМ ФЕДЕРАЛЬНОМ ОКРУГЕ

Т. А. ГРОБОВА, Н. В. КОНОНОВА, В. Н. ПАЛАЩЕНКО

Северо-Кавказский федеральный университет
Ставрополь, Россия

В рамках Соглашения о предоставлении из федерального бюджета субсидии в соответствии с абзацем вторым пункта 1 статьи 78.1 Бюджетного кодекса Российской Федерации (08-04-S5/Ш5881/795) 3 сентября 2021 г. на базе ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет» был создан научно-образовательный математический центр «Северо-Кавказский центр математических исследований» (далее – Центр).

Основные цели и задачи Центра – обеспечение передового уровня фундаментальных и прикладных научных исследований, профессиональный рост молодых исследователей, преподавателей вузов, учителей школ в области математики и рост качества математического образования на всех его уровнях, интенсификация фундаментальных исследований центра по актуальным проблемам теоретической, прикладной и вычислительной математики, вычислительной информатики, модулярным вычислениям, криптографии и других смежных областей наук, создание новых научных направлений в фундаментальной и практико-ориентированной математике, которые будут содействовать решению актуальных задач, в соответствии с приоритетами социально-экономического развития Северо-Кавказского федерального округа и Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации.

Как известно, Северо-Кавказский федеральный округ – это округ, в котором преобладает аграрный сектор, а промышленный сектор занимает далеко не главную позицию [1]. Это – одна из главных причин, по которой математическое об-