УДК 37.091.3:51

О ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»

А. А. РОМАНЕНКО
Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь

С 2021 г. в Белорусско-Российском университете открыта новая специальность «Прикладная математика». Согласно учебному плану подготовка студентов осуществляется по классическим нормам. Изучаются раздельно математические дисциплины, одной из которых является «Математический анализ». В первом семестре на изучение данной дисциплины выделено 136 аудиторных часов, из которых 68 лекционных и 68 практических, что составляет 8 ч в неделю. Такое количество часов считаю обоснованным, поскольку математический анализ – это фундамент, на котором держатся другие разделы математики и другие естественно-научные дисциплины. Одними из основных целей дисциплины являются: формирование уровня математической культуры, достаточного для понимания и усвоения последующих курсов по математике; развитие логического и алгоритмического мышления; привитие навыков исследовательской работы; умение самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач. Тематика первого семестра: введение в математический анализ, дифференциальное исчисление функций одной и многих действительных переменных, числовые и функциональные, в частности, степенные ряды. Основной учебной литературой были выбраны [1, 2]. Однако практика первых недель работы по данной учебной литературе показала, что достаточно формализованное абстрактное изложение материала и достаточно сложные задачи из указанного сборника для вчерашних школьников не совсем приемлемы. Точное определение предела последовательности, признаки существования предела, в частности, критерий Коши, для многих показались «молитвой». В этой связи пришлось немного изменить строгость изложения, демонстрируя некоторые положения конкретными численными примерами. Так, например, доказательство ограниченности сверху последовательности $u_n = \left(1 + 1/n\right)^n$ пришлось провести на числах, что оказалось очень убедительным. Эти факты указывают на неготовность первокурсников абстрактно воспринимать математический материал.

Функция и ее предел, в частности, по Коши, не вызвали особых затруднений в понимании, после наглядных иллюстраций, а также вопросы сравнения асимптотического поведения функций, наверное, потому, что слушатели с функциями знакомы со школы. Тем не менее возникли затруднения в понимании равномерной непрерывности функций. Однако это понятие, в принципе, не имеет практического приложения, а носит чисто теоретический интерес.

Дифференциальное исчисление функций одной и многих переменных не вызвало затруднений в понимании. При этом студентам очень понравились различные приложения производных: исследование функций и построение графиков; линеаризация функции и приближенные вычисления ее значений; нахождение линий и поверхностей уровня функций двух и более переменных; производная по направлению, градиент и его физический смысл; локальные, условные и глобальные экстремумы функций многих переменных; решение различных задач оптимизации. Это, наверное, свидетельствует о том, что человек привык мыслить более конкретно, чем абстрактно [3].

Следует поговорить об особенностях восприятия и изучения темы «Числовые и функциональные, в частности, степенные ряды». Начало изучения числовых рядов, как некоторое продолжение числовых последовательностей, в частности, критерий Коши и следствие из него, не очень восторженно воспринялось, очевидно, в силу все тех же причин. Но начиная с изучения признаков сходимости числовых знакопостоянных рядов начался увлекательный экскурс по лабиринту этих признаков. Студенты охотно и увлеченно участвовали в поисках подходящего признака и научились безошибочно находить нужный. Особый интерес вызвали знакочередующиеся ряды с их особыми свойствами: условная и абсолютная сходимость; оценка суммы ряда и его остатка в случае обрыва ряда; поиск количества слагаемых ряда, обеспечивающих нужную точность вычисления его суммы; перестановки слагаемых условно сходящихся рядов и т. д.

Некоторые затруднения в понимании вызывали вопросы, связанные с равномерной сходимостью функциональных рядов, опять критерий Коши (студенты высказывались: «Опять каша»), признак Вейерштрасса и др. Даже наглядные иллюстрации не дали нужного эффекта. Следует отметить, что данный критерий носит сугубо теоретический характер и очень сложен при практическом применении. В этой связи и сформулированы признаки сходимости, которые позволяют более просто исследовать вопросы равномерной сходимости. Замечу, что поточечная сходимость не вызвала затруднений.

Ситуация резко поменялась при переходе к степенным рядам. С легкостью воспринялись теорема Абеля и ее доказательство, правила нахождения области сходимости полных и неполных степенных рядов, рядов по отрицательным степеням, поскольку достаточные признаки сходимости, Даламбера и радикальный Коши детально изучены на числовых знакопостоянных рядах. Большой интерес вызвал переход к рядам Тейлора – Маклорена, в частности, после вопросов, связанных с работой калькулятора. Как калькулятор вычисляет значения трансцендентных функций? Этот вопрос многих заинтересовал. После построения рядов Маклорена некоторых основных элементарных функций изучались приемы разложения других функций в ряды Тейлора – Маклорена, т. к. разложения по определению связаны с трудностями по нахождению производных, количество которых бесконечно, и исследованию вопросов сходимости, т. е. получению общей формулы для коэффициентов ряда, что является достаточно сложной задачей. Это такие приемы, как замена переменной в разложении, метод дифференцирования рядов, метод сложения и вычитания рядов, метод неопределенных коэффициентов и их различные комбинации. Однако приближался конец семестра и чувствовалась усталость, которая давала о себе знать в виде падения интереса к предмету, что проявилось в слабых ответах на вопросы по приемам разложений функций в ряды при сдаче экзамена. Так, например, в экзаменационных задачах на приемы разложений в степенные ряды таких функций, как показательной, логарифмической с ненатуральным основанием, разложение по отрицательным степеням, разложение по степеням $\left(x - x_0\right)$ и др., требовалась подсказка (толчок), после которой студент, хватаясь за голову со словами: «Как же я не сообразил», получал нужное разложение и область сходимости.

В целом, в группе присутствовала атмосфера учебы и интереса к предмету, и цели, изложенные ранее, считаю достигнутыми. Следует отметить, что успешное освоение основ дифференциального исчисления, теории рядов и последовательностей, а также овладение инструментарием учебной дисциплины является хорошим заделом к успешному изучению интегрального исчисления функций одной и многих переменных, других разделов математики и других естественно-научных дисциплин.

Следует отметить также, что атмосферу учебы, создание коллективизма и доброжелательных отношений в группе поддерживал куратор группы, старший преподаватель кафедры «Высшая математика» Александр Николаевич Бондарев, что является немаловажным фактором успешной своевременной подготовки будущих специалистов и формирования высоконравственных личностей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зорич, В. А.** Математический анализ: учебник: в 2 ч. / В. А. Зорич. – 10-е изд., испр. – Москва: МЦНМО, 2020. – Ч. 1. – 576 с.

2. **Демидович, Б. П.** Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие / Б. П. Демидович. – 22-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 626 с.

3. **Варфоломеева, Л. В.** О некоторых аспектах изучения и преподавания математики / Л. В. Варфоломеева, А. А. Романенко, Г. В. Федяченко // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара, Могилев, 20 февр. 2020 г. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2020. – С. 28–30.