и работу по специальности, тем самым формировать и развивать собственную профессиональную компетентность. Чаще всего данную возможность используют студенты факультета математики и информатики. В целом по университету индивидуальный учебный план в 2019/2020 учебном году получил 171 студент, в 2020/2021 учебном году – 196 студентов, что составляет 6 % от числа студентов дневной бюджетной формы обучения.

В результате комплексной работы по созданию условий для формирования индивидуальной образовательной траектории студентов в университете предоставляется возможность каждому студенту:

– проявить себя в разных направлениях деятельности;

– осмыслить свои склонности и возможности;

– приобрести практические навыки и опробовать их в профессиональной сфере;

– сформировать коммуникативные компетенции и научиться работать в команде.

В конечном счете с учетом мотивации и успешной реализации всех перечисленных выше принципов обеспечиваются профессиональное становление студента как специалиста и его успешная социализация как личности в обществе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Что такое одаренность: выявление и развитие одаренных детей: классические тексты / Под ред. А. М. Матюшкина, А. А. Матюшкина. – Москва: Омега-Л, 2008. – 368 с.

УДК 004.421.2:06:519.67

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Г. Ч. ШУШКЕВИЧ, С. В. ШУШКЕВИЧ
Гродненский государственный университет имени Янки Купалы
Гродно, Беларусь

Компьютерные математические системы с интеллектуальным ядром предлагают современные способы решения разнообразных задач и являются важным фактором повышения качества математического образования [1–3]. Одной из таких систем является MathCAD – универсальная среда, которую можно использовать как в образовательном процессе, так и для решения прикладных задач в различных областях естественно-научного и гуманитарного знания [1, 2]. MathCAD позволяет выполнять численные и аналитические (символьные) вычисления, является единственной системой, в которой описание математических задач задается с помощью привычных математических формул и символов.

Задачи, возникающие в моделировании, например, физических и биологических процессов, описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Применим операторный метод для построения аналитического решения линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и начальными условиями (задача Коши):

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \ldots + a_n y(t) = f(t); \tag{1}$$

$$y(0) = y_0; \; y'(0) = y_1; \; \ldots; \; y^{(n-1)}(0) = y_{n-1}. \tag{2}$$

Преобразованием Лапласа (изображением по Лапласу) функции $y(t)$ называется функция $Y(s)$, определяемая по следующему правилу [2]:

$$L[y(t)] = Y(s) = \int_0^\infty e^{-st} y(t)\,dt.$$

Интегральные преобразования Лапласа производных функции $y(t)$ также выражаются через функцию $Y(s)$ с учетом начальных условий (2) по формулам [2]:

$$L[y'(t)] = sY(s) - y_0; \qquad L[y''(t)] = s^2 Y(s) - sy_0 - y_1. \tag{3}$$

Выполняя преобразование Лапласа для каждого члена дифференциального уравнения (1), учитывая (3), получим линейное алгебраическое уравнение первой степени относительно $Y(s)$. Решая это уравнение, находим преобразование Лапласа $Y(s) = F(s)$. Воспользовавшись обратным преобразованием Лапласа, восстанавливаем решение исходного уравнения $y(t)$ по его изображению $F(s)$.

***Задача 1.*** Механическая система состоит из тела массы m, связанного с жесткой стенкой через пружину постоянной жесткости k, демпфером с коэффициентом демпфирования c. Построить смещения x(t) для некоторых значений параметра c, если $m = 0{,}01$ Н·с$^2$/см, $k = 2$ Н/см.

Решение данной задачи сводится к решению дифференциального уравнения относительно смещения x(t) с начальными условиями:

$$mx''(t) + cx'(t) + kx(t) = 0; \quad x(0) = 3; \quad x'(0) = 0.$$

**Math-документ.**

1. Составляем линейное уравнение, учитывая начальные условия и представления (3).

$$m := 0.01 \qquad k := 2 \qquad x0 := 3 \qquad x1 := 0$$

$$Eq(X,c,s) := m\cdot\left(s^2\cdot X(s) - s\cdot x0 - x1\right) + c\cdot(s\cdot X(s) - x0) + k\cdot X(s)$$

2. Находим символьное решение полученного линейного уравнения.

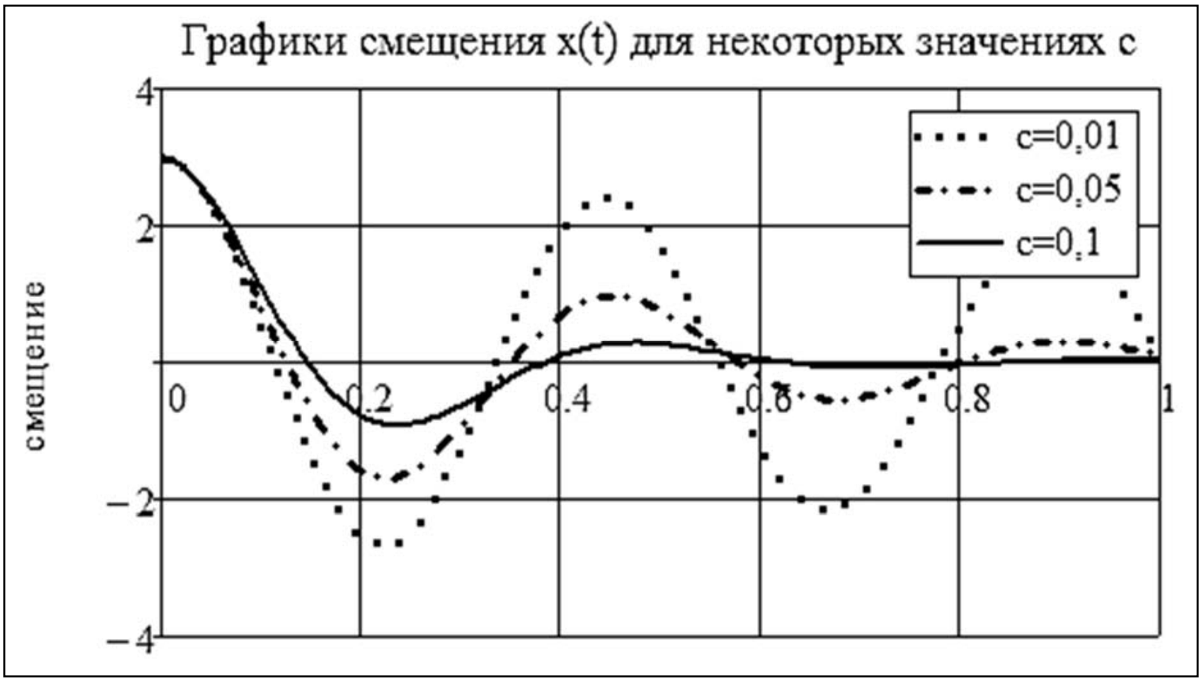
$$LR(c,s) := Eq(X,c,s) \text{ solve}, X(s) \ \rightarrow \ \frac{300.0\cdot c + 3.0\cdot s}{s^2 + 100.0\cdot c\cdot s + 200.0}$$

3. Находим аналитическое решение исходной задачи, используя встроенную функцию обратного преобразования Лапласа invlaplace.

$$x(t,c) := LR(c,s) \text{ invlaplace}, s \ \rightarrow$$

$$\frac{3\cdot e^{-50\cdot c\cdot t}\cdot\left(\cosh\left(10\cdot t\cdot\sqrt{25\cdot c^2 - 2}\right)\cdot\sqrt{25\cdot c^2 - 2} + 5\cdot c\cdot\sinh\left(10\cdot t\cdot\sqrt{25\cdot c^2 - 2}\right)\right)}{\sqrt{25\cdot c^2 - 2}}$$

4. Строим графики смещений x(t) для некоторых значений c.



***Задача 2.*** Рассмотрим механическую систему из задачи 1 с параметрами m = 0,01 Н·с$^2$/см, c = 0,1 Н·с/см, k = 2 Н/см и начальными условиями $x(0)=1,\quad x'(0)=0$. К телу приложена внешняя сила $f(t)=1$ Н, $t\in[1,\ 2]$.

Найти и построить смещения системы x(t).

**Math-документ.**

1. Исходные данные. Представим внешнюю силу f(t) через функцию Хевисайда. Найдем преобразование Лапласа функции f(t).

$$m := 0.01 \quad c := 0.1 \quad k := 2 \quad x0 := 1 \quad x1 := 0$$

$$f(t) := \Phi(t-1) - \Phi(t-2) \quad Lf(s) := f(t)\ \text{laplace}, t \ \rightarrow -\frac{e^{-s}\cdot\left(e^{-s}-1\right)}{s}$$

2. Составляем линейное уравнение и находим его решение.

$$Eq(X,s) := m\cdot\left(s^2\cdot X(s) - s\cdot x0 - x1\right) + c\cdot\left(s\cdot X(s) - x0\right) + k\cdot X(s) = Lf(s)$$

$$LR(s) := Eq(X,s)\ \left|\begin{array}{l}\text{solve}, X(s)\\ \text{factor}\end{array}\right. \rightarrow \frac{\left(s - 10.0\cdot e^{-1.0\cdot s} + 10.0\right)\cdot\left(s + 10.0\cdot e^{-1.0\cdot s}\right)}{\left(s^2 + 10.0\cdot s + 200.0\right)\cdot s}$$

3. Находим аналитическое решение исходной задачи Коши.

$$xx1(t) := LR(s)\ \left|\begin{array}{l}\text{invlaplace}, s\\ \text{simplify}\\ \text{assume}, 0 < t < 2\end{array}\right. \rightarrow \frac{\Phi(t-1)}{2} + e^{-5\cdot t}\cdot\cos\left(5\cdot\sqrt{7}\cdot t\right) - \frac{\cos\left(5\cdot\sqrt{7}\cdot t - 5\cdot\sqrt{7}\right)\cdot e^{5-5\cdot t}\cdot\Phi(t-1)}{2} +$$

$$+\frac{\sqrt{7}\cdot e^{-5\cdot t}\cdot\sin\left(5\cdot\sqrt{7}\cdot t\right)}{7} - \frac{\sqrt{7}\cdot\sin\left(5\cdot\sqrt{7}\cdot t - 5\cdot\sqrt{7}\right)\cdot e^{5-5\cdot t}\cdot\Phi(t-1)}{14}$$

4. Строим графики смещений x(t).


СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Шушкевич, Г. Ч.** Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14: учебное пособие: в 2 ч. / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич. – Минск: Изд-во Гревцова, 2012. – Ч. 2. – 256 с.

2. **Шушкевич, С. В.** Научные основы обучения учащихся моделированию в среде MathCAD / С. В. Шушкевич, Г. Ч. Шушкевич. – Saarbruchen: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 164 с.

3. **Эдвардс, Ч. Г.** Дифференциальные уравнения и краевые задачи: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и Matlab / Ч. Г. Эдвардс, Д. Э. Пенни. – Москва : И. Д. Вильямс, 2008. – 1104 с.


УДК 004.421.2:06:519.67

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ В WOLFRAM CLOUD


Г. Ч. ШУШКЕВИЧ, С. В. ШУШКЕВИЧ
Гродненский государственный университет имени Янки Купалы
Гродно, Беларусь


Системы компьютерной математики (СКМ) [1] предоставляют возможность аналитического и численного решения учебных и прикладных задач, обусловливая изменение способов обучения студентов и меняя их отношение к изучению математических, технических и других дисциплин [2, 3].