

4. Строим графики смещений $x(t)$.



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Шушкевич, Г. Ч.** Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14: учебное пособие: в 2 ч. / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич. – Минск: Изд-во Гревцова, 2012. – Ч. 2. – 256 с.
2. **Шушкевич, С. В.** Научные основы обучения учащихся моделированию в среде MathCAD / С. В. Шушкевич, Г. Ч. Шушкевич. – Saarbruchen: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2019. – 164 с.
3. **Эдвардс, Ч. Г.** Дифференциальные уравнения и краевые задачи: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и Matlab / Ч. Г. Эдвардс, Д. Э. Пенни. – Москва : И. Д. Вильямс, 2008. – 1104 с.

УДК 004.421.2:06:519.67

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ В WOLFRAM CLOUD

Г. Ч. ШУШКЕВИЧ, С. В. ШУШКЕВИЧ

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы
Гродно, Беларусь

Системы компьютерной математики (СКМ) [1] предоставляют возможность аналитического и численного решения учебных и прикладных задач, обуславливая изменение способов обучения студентов и меняя их отношение к изучению математических, технических и других дисциплин [2, 3].

В последние годы стали активно развиваться онлайн-сервисы СКМ, поскольку наблюдается рост количества пользователей СКМ, ориентированных на «облака» и веб-сервисы. Среди СКМ подобный сервис предоставляют, например, СКМ Maple, Mathcad, Mathematica, SMathStudio, Yacas, Sage, обеспечивая доступ не только к справочной информации, но и возможность проведения аналитических и численных вычислений, визуализацию и хранение данных. В этом случае пользователь бесплатно или за небольшую плату получает онлайн-сервис с полным или ограниченным доступом к функциональным возможностям требуемого программного продукта.

Рассмотрим пример применения облачного сервиса Wolfram Cloud [4], основанного на языке Wolfram Language, для численного решения задачи Дирихле в многосвязной области и визуализации результатов решения.

Для численного решения задачи Дирихле в многосвязной области используется функция `NDSolveValue`:

$$\text{NDSolveValue}[\{\text{eqns}, \text{expr}\}, \text{fun}, \{x, y\} \in \mathbb{R}],$$

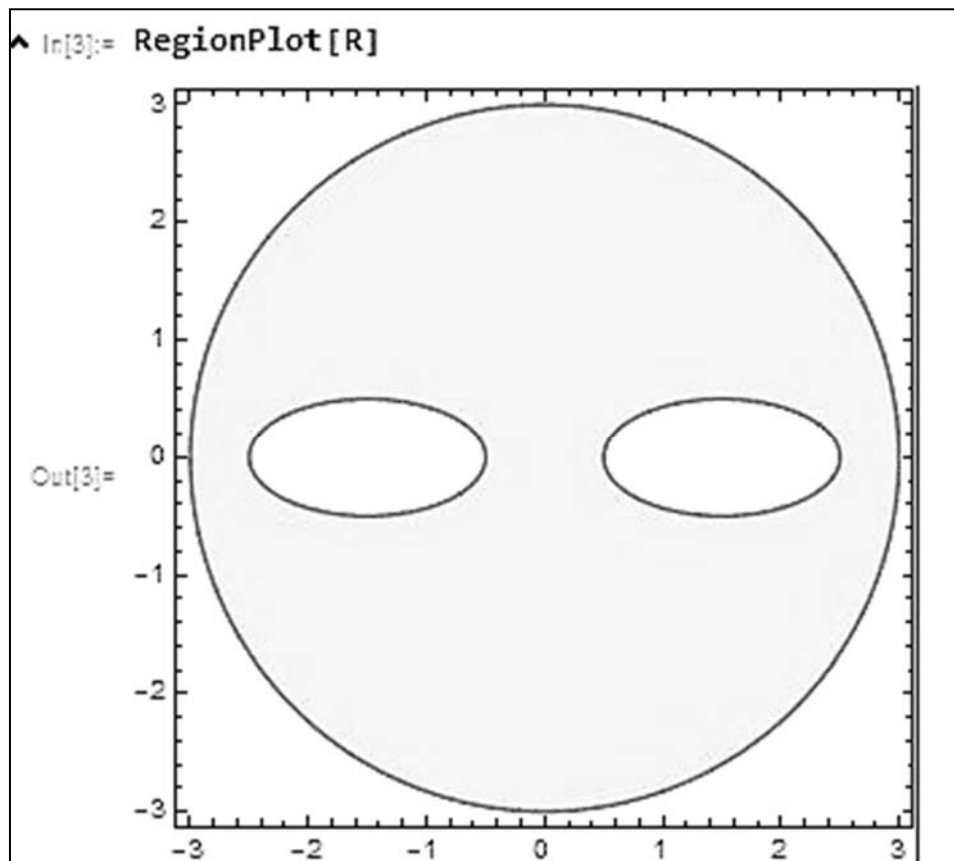
где `eqns` – уравнение или система уравнений в частных производных; `expr` – граничные и начальные условия для рассматриваемой задачи; `fun` – неизвестная функция; `x`, `y` – аргументы неизвестной функции, изменяющиеся в области \mathbb{R} .

Задача. Найти электростатический потенциал в тонком круговом диске $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$ с эллиптическими вырезами. Потенциал на границе диска равен нулю, а на границах эллипсов $S_1 = \{(x, y) : (x + 1,5)^2 + 4y^2 = 1\}$, $S_2 = \{(x, y) : (x - 1,5)^2 + 4y^2 = 1\}$ потенциалы, соответственно, равны 1 и -1 . Получить численное решение задачи и выполнить его визуализацию.

Mathematica-документ.

1. Построение и визуализация многосвязной области.

```
In[1]:= R = ImplicitRegion[x^2 + y^2 ≤ 9 && (x + 1.5)^2 + 4 * y^2 ≥ 1 &&
(x - 1.5)^2 + 4 * (y)^2 ≥ 1, {x, y}];
```



2. Задание граничных условий. Численное решение задачи.

In[4]:= Cond1 = DirichletCondition[u[x, y] == 0, x^2 + y^2 == 9];

In[5]:= Cond2 = DirichletCondition[u[x, y] == 1, (x + 1.5)^2 + 4*y^2 == 1];

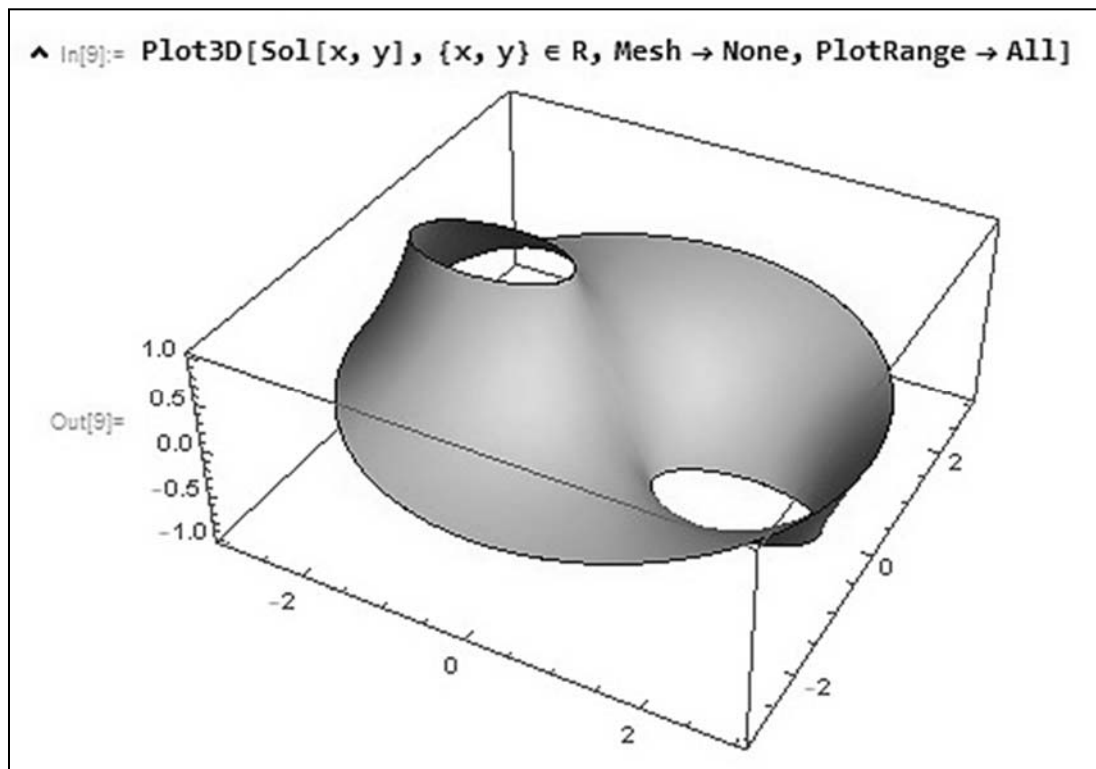
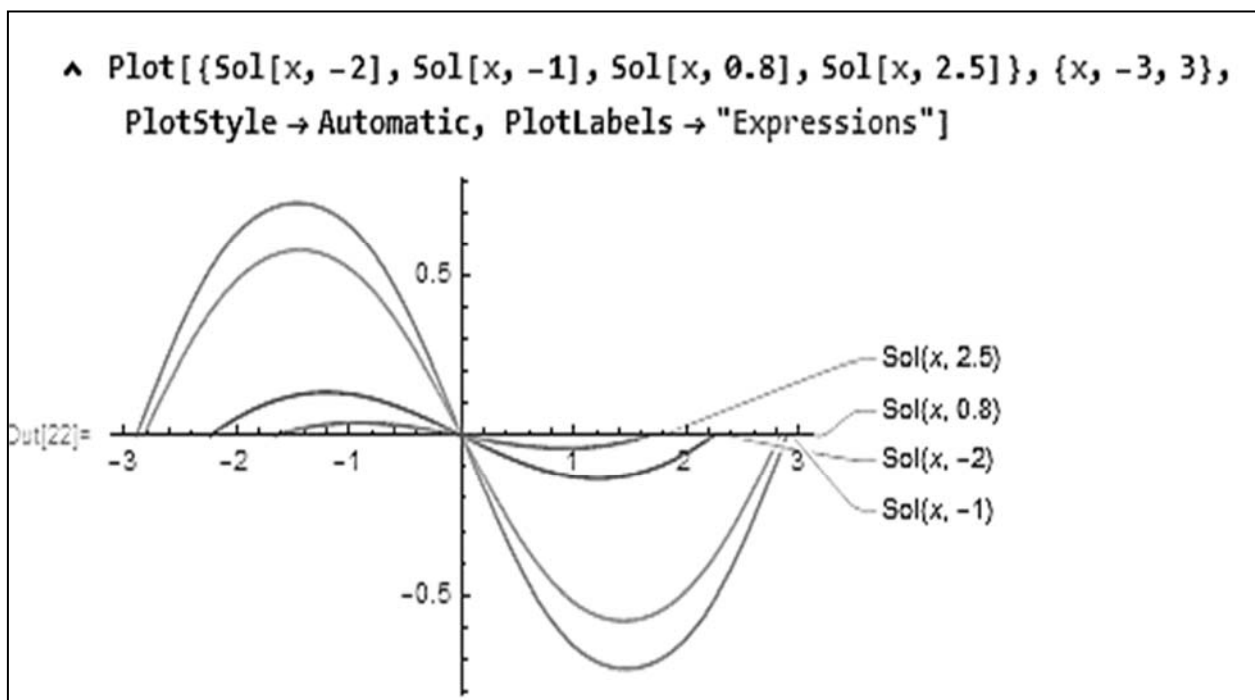
In[6]:= Cond3 = DirichletCondition[u[x, y] == -1, (x - 1.5)^2 + 4*y^2 == 1];

In[7]:= Eqn = Laplacian[u[x, y], {x, y}] == 0;

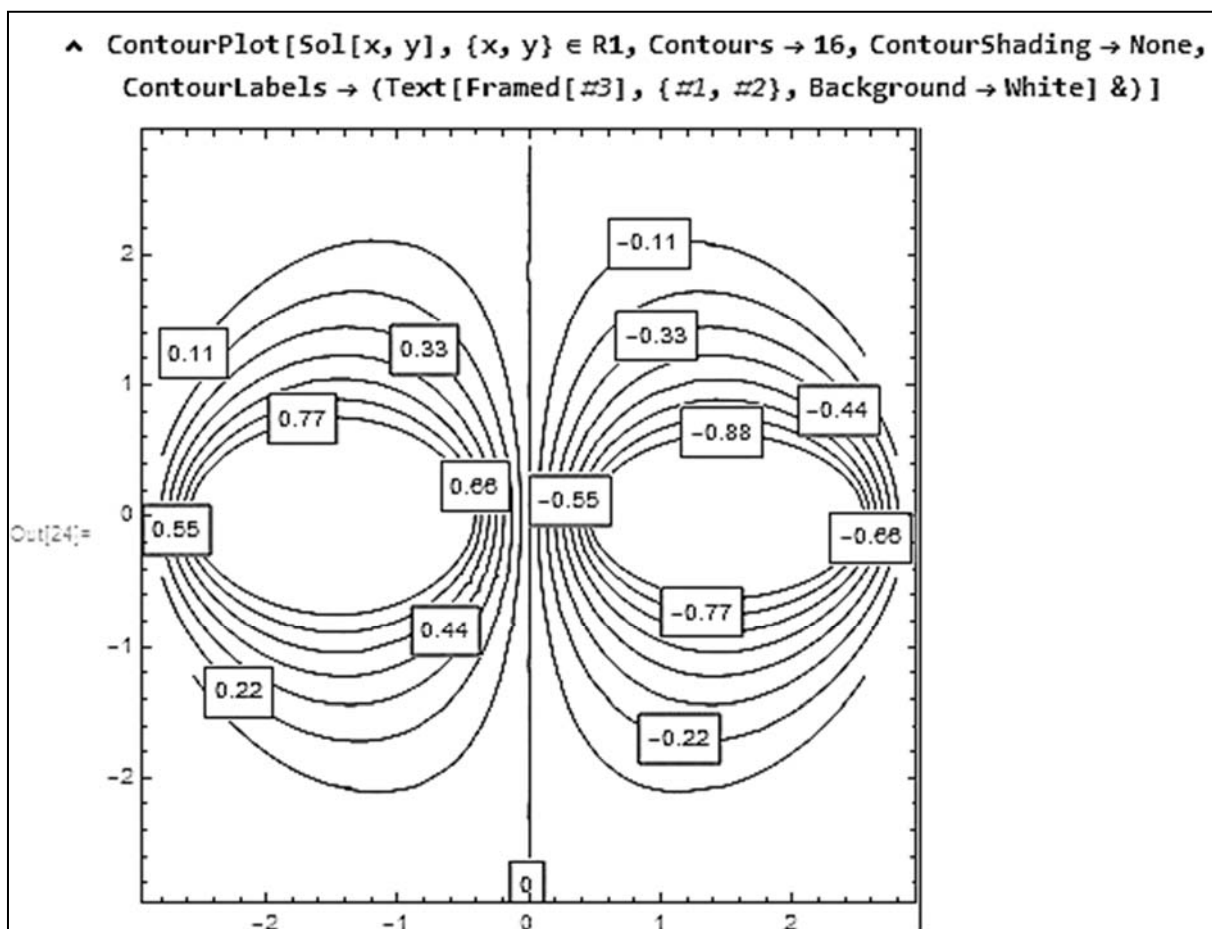
^ In[8]:= Sol = NDSolveValue[{Eqn, Cond1, Cond2, Cond3}, u, {x, y} ∈ R]

Out[8]= InterpolatingFunction [  Domain: {{-3., 3.}, {-3., 3.}}
Output: scalar]

3. Визуализация решения задачи в 3D.

4. Визуализация решения задачи $Sol[x, y]$ для некоторых фиксированных значений y : $-2, -1, 0,8, 2,5$.

5. Построение контурных линий решения.



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Computer algebra system [Electronic resource]. – Mode of access: [https:// en.wikipedia.org/wiki/Computer_algebra_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Computer_algebra_system). – Date of access: 25.12.2021.
2. **Шушкевич, Г. Ч.** Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14: учебное пособие: в 2 ч. / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич. – Минск: Изд-во Гревцова, 2012. – Ч. 2. – 256 с.
3. **Шушкевич, Г. Ч.** Компьютерное моделирование физических процессов с использованием системы Mathematica / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич // Инновационные технологии в современном образовании: материалы V Междунар. науч.-практ. интернет-конф., наукоград Королев, 15 дек. 2017 г. – Москва: Научный консультант, 2018. – С. 525–530.
4. **Шушкевич, Г. Ч.** Применение облачных технологий в Wolfram Cloud для решения дифференциальных уравнений / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич // Инновационные технологии в современном образовании: материалы III Междунар. науч.-практ. интернет-конф. – Москва: Научный консультант, 2016. – С. 771–774.