

МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ТЕОРИИ АНОМАЛЬНОГО СКИН-ЭФФЕКТА

А. Б. Сотский¹, Е. А. Чудаков¹, Л. И. Сотская²

(1Учреждение образования «Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова»,
кафедра общей физики)

(2Учреждение образования «Белорусско-Российский университет», кафедра высшей математики)¹

Сформулированы неоднородные интегральные уравнения Фредгольма второго рода, описывающие поля волн ТЕ и ТМ поляризации в металлических пленках с учетом аномального скин-эффекта. Для решения уравнений разработан метод квадратур. Исследованы электромагнитные поля в золотых и алюминиевых пленках и угловые зависимости поляризационных углов отраженного от пленок света.

Корректное описание взаимодействия света с металлом, учитывающее пространственную нелокальность связи векторов плотности электрического тока \mathbf{j} и напряженности электрического поля \mathbf{E} , возможно в рамках теории аномального скин-эффекта, основанной на совместном рассмотрении уравнений Максвелла и кинетического уравнения Больцмана и сводящей дело к решению интегро-дифференциальных уравнений для напряженности электрического поля в области металла. Но аналитическое решение подобного уравнения получено только в простейшем случае нормального падения плоской волны на поверхность металла, занимающего полупространство. Возбуждение металлических пленок конечной толщины наклонно падающими на них электромагнитными волнами практически не изучено.

В настоящей работе сделан шаг в направлении восполнения данного пробела. Здесь рассчитаны электромагнитные поля, возбуждаемые в металлической пленке наклонно падающими на нее волнами ТЕ, либо ТМ поляризации и функции поляризационных углов, фигурирующие в многоугольной эллипсометрии пленок. Результат достигнут за счет сведения интегро-дифференциальных уравнений к более простым интегральным уравнениям Фредгольма второго рода.

Пусть металлическая пленка толщины d_m находится на подложке с диэлектрической проницаемостью ϵ_s и отделена от воздуха диэлектрическим окисным слоем толщины d_{ox} (рис. 1). На пленку под углом γ падает монохроматическая плоская волна с зависимостью от времени t и координаты z вида $\exp(i\omega t - ik_0\beta z)$. Здесь $\beta = \sqrt{\epsilon_a} \sin \gamma$, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число вакуума. Ось однородности – Ox .

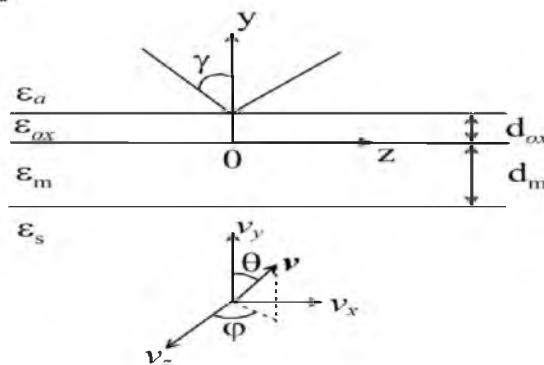


Рисунок 1. Геометрия задачи и углы сферической системы координат в пространстве скорости электрона.

¹ Работа выполнена в рамках ГПНИ «Фотоника, опто- и микроэлектроника» 2016–2020 гг.

Для волн ТЕ поляризации с единственной отличной от нуля компонентой электрического поля E_x интегральное уравнение в области металлической пленки имеет вид

$$\bar{E}_x(y) = \bar{E}_x^{(n)}(y) + \Phi_s(y, k_y) + \Phi_s(y, -k_y) - iK\varepsilon_n \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{\sin^3 \theta \sin^2 \varphi}{(\alpha^2 + k_y^2) \cos \theta} \int_{-d}^0 \exp(-\alpha k_0 |y - y'|) \bar{E}_x(y') dy'$$

Здесь $\bar{E}_x(y) = E_x(y) / E_x(-d_m)$,

$$\begin{aligned} \bar{E}_x^{(n)}(y) &= \cos[k_0 k_y (y + d_m)] + i\sigma_s k_y^{-1} \sin[k_0 k_y (y + d_m)], \\ \Phi_s(y, k_y) &= \exp[k_0 k_y (y + d_m)] \times \\ &\times \frac{K\varepsilon_n}{2k_y} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{\sin^3 \theta \sin^2 \varphi}{(\alpha - ik_y) \cos \theta} \int_{-d}^0 \exp[-\alpha k_0 (y' + d_m)] \bar{E}_x(y') dy', \end{aligned}$$

$\sigma_s = \sqrt{\varepsilon_s - \beta^2}$, $k_y = \sqrt{\varepsilon_n - \beta^2}$, $\varepsilon_n = \varepsilon_m + \Delta\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость металла, ε_m – проницаемость его ионного остова,

$$\Delta\varepsilon = \frac{2\pi i K \varepsilon_n \nu_0 \tau}{1 + i\omega\tau} A^2 [(1 + A^2) A^{-1} \operatorname{arctg}(A^{-1}) - 1] \quad (A = (1 + i\omega\tau)(k_0 \tau \nu_0 \sqrt{\varepsilon_n})^{-1})$$

– вклад в диэлектрическую проницаемость электронов проводимости, τ – среднее время свободного пробега электрона, ν_0 – скорость электрона на поверхности Ферми,

$$K = -4\omega\mu_0 m e^2 \mu (k_0^2 \hbar^3 \varepsilon_n)^{-1}, \quad \alpha = [i\omega\tau(1 - \beta\nu_0 c^{-1} \sin \theta \cos \varphi) + 1](\omega\tau\nu_0 c^{-1} \cos \theta)^{-1},$$

μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, μ – энергия Ферми, m и e – масса и модуль заряда электрона, \hbar – постоянная Планка, c – скорость света.

Для волн ТМ поляризации уравнения типа (1) имеют место для компонент поля E_y и E_z .

Приведенные ниже результаты расчетов относятся к металлическим пленкам на кремниевой подложке и соответствуют $\lambda = 800 \text{ nm}$, $d_{\text{окс}} = 0$.

На рисунке 2 представлены распределения компонент электрического поля в золотой и алюминиевой пленках соответствующие $\gamma = 70^\circ$.

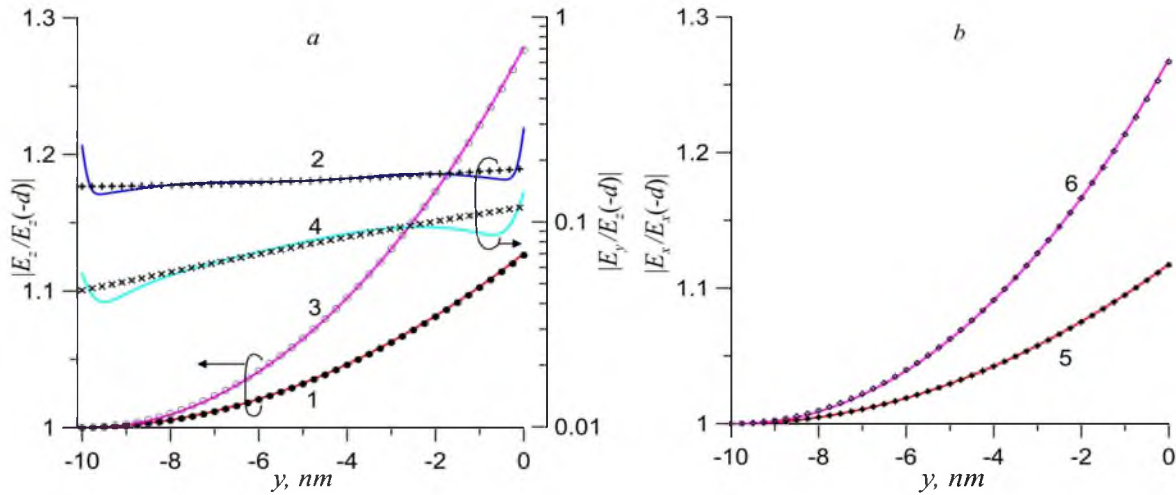


Рисунок 2. Распределения компонент электрического поля в золотой (1, 2, 5) и алюминиевой (3, 4, 6) пленках толщиной 10 нм для волн ТМ (а) и ТЕ (б) поляризации. Сплошные кривые – теория аномального скин-эффекта, дискретные значки – модель нормального скин-эффекта

Рисунок 3 иллюстрирует влияние аномального скин-эффекта на функции поляризационных углов, измеряемые в многоугольной эллипсометрии.

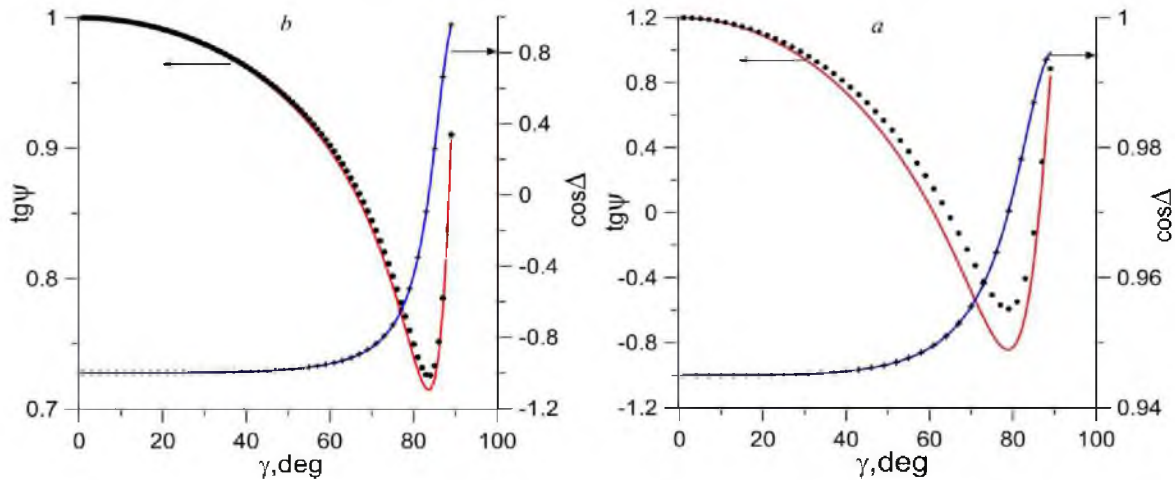


Рисунок 3. Угловые зависимости функций поляризационных углов для золотой (a) и алюминиевой (b) пленок толщины $d_m = 60 \text{ nm}$. Сплошные кривые – теория anomального скин-эффекта, дискретные значки – приближение нормального скин-эффекта