

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ ПОКРЫТИЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ С УЧЕТОМ ИХ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

СЕМЕНЮК С. Д., КУМАШОВ Р. В., КОЗУНОВА О. В.

Белорусско-Российский университет

Могилев, Республика Беларусь

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Белорусский государственный университет транспорта

Гомель, Республика Беларусь

В покрытиях автомобильных дорог Беларуси все большее значение приобретает монолитный и сборный железобетон, способный воспринимать транспортные нагрузки большой интенсивности, скорости и грузоподъемности. При эксплуатации дорог передача нагрузки на плиту дорожного покрытия от колес автомобиля всегда будет вне оси симметрии конструкции, а также не исключена вероятность образования выбоин и других дефектов под основанием плиты, поэтому в ней будут проявляться изгибающие и крутящие моменты, а также поперечная сила. Поэтому требуется учитывать влияние каждого из этих воздействий на несущую способность железобетонных плитных конструкций при их проектировании, изготовлении и эксплуатации.

Статический расчет плиты на упругом основании. Прямоугольная физически нелинейная анизотропная неоднородная плита на линейно-упругом однородном основании находится под действием вертикальной внешней нагрузки. Параметры плиты: длина b , ширина a , высота h , жесткости в различных направлениях: $D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}, D_{33}$. Физическая нелинейность обусловлена нелинейностью материала плит. Анизотропия и неоднородность плиты обусловлена образованием трещин в плите от действия произвольной нагрузки.

Линейно-упругое однородное основание моделируется как для линейно-упругого полупространства с постоянным модулем

упругости (деформации) этого пространства E_0 . Коэффициент Пуассона упругого пространства ν_0 принимается постоянным.

Плита в плане разбивается на $m \times n$ участков Б. Н. Жемочкина (рис. 1). В свою очередь каждый участок Б. Н. Жемочкина по высоте разбивается на k элементарных слоев. За неизвестные принимаем: $R_i(x, y)$ – реактивные усилия в связи i -того участка Б. Н. Жемочкина.

Считается, что на контакте плиты с упругим основанием возникают только нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем. Для плиты справедливы гипотезы теории изгиба; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

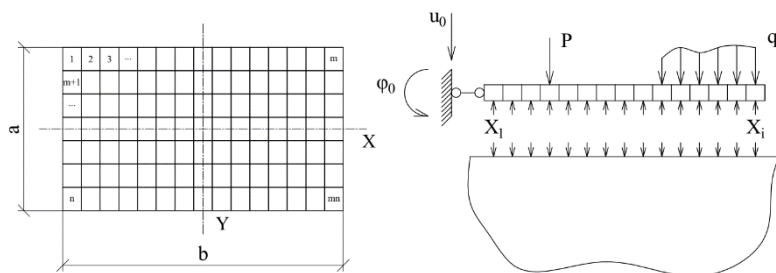


Рис. 1. Основная система способа Б. Н. Жемочкина

Согласно принятой деформационной модели, сечение участка Б. Н. Жемочкина рассматривается как совокупность элементарных площадок (рис. 2), в пределах которых деформации считаются равномерно распределенными, а по высоте сечения элемента, связанные гипотезой плоских сечений [1].

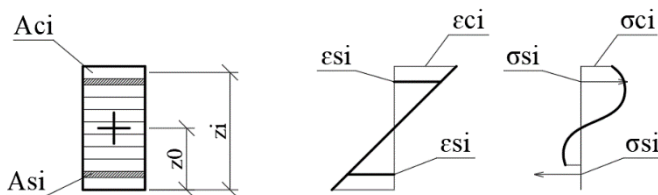


Рис. 2. Расчетное поперечное сечение и распределение деформаций и напряжений изгибаемого железобетонного элемента

На первой итерации при заданном усилии от внешней нагрузки задается положение центра изгиба сечения плиты в предположении упругой работы бетона и арматуры:

$$z_{0x} = z_{0y} = \frac{\sum_{i=1}^n E_{oi} A_i z_i}{\sum_{i=1}^n E_{oi} A_i}. \quad (1)$$

Определяются жесткости плиты и составляются канонические уравнения смешанного метода, выражающие условия совместности деформаций плиты и упругого основания. К этим уравнения добавляются уравнения равновесия. Получается такая система линейных алгебраических уравнений способа Б. Н. Жемочкина [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=1}^n \delta_{ik} R_k + \varphi_{0x} y_i + \varphi_{0y} x_i + u_0 + \Delta_{ip} = 0 \right); \\ - \sum_{k=1}^n R_k y_k + M_{px} = 0; \\ - \sum_{k=1}^n R_k x_k + M_{py} = 0; \\ - \sum_{k=1}^n R_k + Q = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

После решения системы канонических уравнений (2) по найденным значениям реактивных усилий R_k находятся реактивное давление под плитой и распределение осадок S_k .

Коэффициенты при неизвестных усилиях в связях в системе зависят от прогибов плиты в основной системе смешанного метода и осадок упругого основания и определяются формулой [2]:

$$\delta_{ik} = w_{ik} + V_{ik}, \quad (3)$$

где w_{ik} – прогиб плиты в точке X_i в основной системе от действия $R_k = 1$;

V_{ik} – перемещение точки приложения X_i на границе основания от действия равномерно распределенного по участку усилия $R_k = 1$.

В соответствии с методом Ритца-Тимошенко прогибы срединной поверхности плиты с защемленной в начале координат нормалью от действия единичной сосредоточенной силы будем искать в виде конечного ряда по первым пяти частным решениям Клебша [3]:

$$\begin{aligned}
 W(x, y) = & C_{00} \cdot \left[\left(\frac{x}{b} \right)^2 + \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right] + C_{01} \cdot \left[\left(\frac{x}{b} \right)^4 + \left(\frac{y}{a} \right)^4 \right] + \\
 & + C_{02} \cdot \frac{2 \cdot x \cdot y}{b \cdot a} \cdot \left[\left(\frac{x}{b} \right)^2 + \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right] + C_{03} \cdot \frac{x}{b} \cdot \left[\left(\frac{x}{b} \right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right] + \\
 & + C_{04} \cdot \frac{y}{a} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{x}{b} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right],
 \end{aligned} \quad (4)$$

где $C_{00}, C_{01}, C_{02}, C_{03}, C_{04}$ – неопределенные коэффициенты;

a, b , – полуширина плиты в направлении y и x соответственно.

Перемещение точки $M(x, y)$ поверхности упругого полупространства при загрузении участка прямоугольной формы на этой поверхности равномерно распределенной нагрузкой с равнодействующей, равной 1, интеграл после вычисления имеет вид [2]:

$$\begin{aligned}
 W_M(x, y) = & \frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0 \Delta_x} \left[\frac{y - d}{\Delta_y} \cdot \ln \frac{x - b + \sqrt{(x - b)^2 + (y - d)^2}}{x - a + \sqrt{(x - a)^2 + (y - d)^2}} + \right. \\
 & + \frac{y - c}{\Delta_y} \ln \frac{x - a + \sqrt{(x - a)^2 + (y - c)^2}}{x - b + \sqrt{(x - b)^2 + (y - c)^2}} + \\
 & \left. + \frac{x - b}{\Delta_y} \ln \frac{y - d + \sqrt{(x - b)^2 + (y - d)^2}}{y - c + \sqrt{(x - b)^2 + (y - c)^2}} + \right.
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{x-a}{\Delta_y} \ln \frac{y-c + \sqrt{(x-a)^2 + (y-c)^2}}{y-d + \sqrt{(x-a)^2 + (y-d)^2}} \Bigg], \quad (5)$$

$$\Delta_x = b-a, \quad \Delta_y = d-c,$$

где a, b, c, d – координаты границ участка Б. Н. Жемочкина.

По значению осадок плиты определяются кривизна нейтральной поверхности плиты в двух взаимно перпендикулярных направлениях, относительное кручение и главные радиусы поверхности.

Далее по диаграмме деформирования бетона с учетом найденных относительных деформаций находим напряжения и секущие модули деформации в каждом элементарном слое, а также по формуле (1) уточненное положение центра изгиба сечения плиты z_{0x}, z_{0y} .

Если напряжения растяжения в бетоне элементарной площадки превышают предельные значения, это свидетельствует об образовании трещины в этой площадке. В дальнейших расчетах осевые жесткости этой элементарной площадки принимается равной нулю.

Найденные новые секущие модули деформаций вводятся в расчет в новом расчетном цикле, в котором уточняются положение нейтральной поверхности плиты, жесткости и осадки плиты.

Критерием окончания процесса последовательных приближений является сравнение осадок и главных радиусов кривизны на смежных этапах.

После окончания итерационного процесса в результате решения системы канонических уравнений (2) по найденным значениям реактивных усилий R_k находятся окончательные значения реактивного давления под плитой и распределение осадок S_k .

Тогда, по известной кривизне плиты определяем изгибающие и крутящие моменты, действующие в сечение плиты от заданных нагрузок.

Конструктивный расчет плиты. При конструктивном расчете плит рассмотрено четыре основных вида диаграмм деформирования бетона: в виде прямоугольника, билинейная, линейно-параболическая и нелинейная с ниспадающей ветвью. По первым трем видам диаграммы определена несущая способность железобетонных плит

методом предельных усилий. Расчеты приведены для двух случаев потери несущей способности железобетонного элемента: по растянутой арматуре (случай 1), по сжатою бетону (случай 2). Дополнительно выполнен расчет по нелинейной диаграмме с ниспадающей ветвью с использованием деформационной модели, которая позволяет наиболее точно определить НДС железобетонного элемента и его несущую способность [4].

В общем случае при определении сопротивления сечения, нормального к продольной оси элемента, площадь эпюры напряжений находится из выражения

$$A_{\text{эн}} = \int_0^{x_{\text{eff}}} \sigma(x) dx. \quad (6)$$

После чего, в зависимости от вида эпюры напряжений, определяется статический момент и центр тяжести эпюры напряжений.

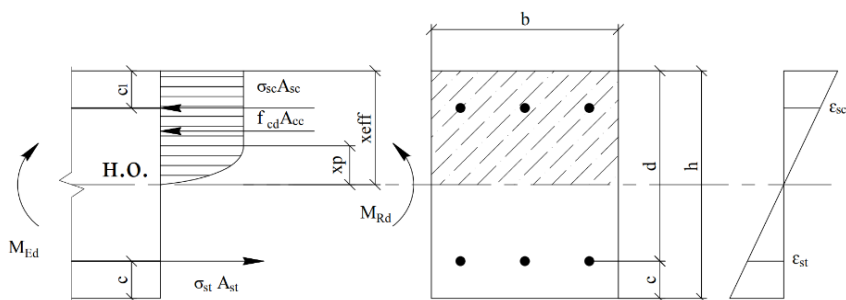


Рис. 3. Схема усилий и эпюра напряжений в нормальном сечении изгибаемого железобетонного элемента при расчете по линейно-параболической модели

Для случая 1 высота сжатой зоны над трещиной находится из условия равновесия:

$$A_{\text{эн}} \cdot b + f_{yd} \cdot \frac{x_{\text{eff}} - c_1}{d - x_{\text{eff}}} \cdot A_{sc} - f_{yd} \cdot A_{st} = 0. \quad (7)$$

Для случая 2 высота сжатой зоны над трещиной находится из условия равновесия:

$$A_{\text{эн}} \cdot b + f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{x_{\text{eff}} - c_1}{x_{\text{eff}}} \cdot A_{sc} - f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{d - x_{\text{eff}}}{x_{\text{eff}}} \cdot A_{st} = 0. \quad (8)$$

Максимальный изгибающий момент, который может воспринять сечение, находим как момент внутренних усилий относительно оси, проходящий через центр тяжести сечения растянутой арматуры.

Для случая 1 проверка предельного состояния несущей способности нормальных сечений производится из условия

$$\begin{aligned} M_{Ed} \leq M_{Rd} = A_{\text{эн}} \cdot b \cdot \left[d - (x_{\text{eff}} - x_c) \right] + \\ + f_{yd} \cdot \frac{x_{\text{eff}} - c_1}{d - x_{\text{eff}}} \cdot A_{sc} \cdot (d - c_1). \end{aligned} \quad (9)$$

Для случая 2 проверка предельного состояния несущей способности нормальных сечений производится из условия

$$\begin{aligned} M_{Ed} \leq M_{Rd} = A_{\text{эн}} \cdot b \cdot \left[d - (x_{\text{eff}} - x_c) \right] + \\ + f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{x_{\text{eff}} - c_1}{x_{\text{eff}}} \cdot A_{sc} \cdot (d - c_1). \end{aligned} \quad (10)$$

При расчете пространственных сечений (рис. 4) при любой симметричной форме сечения высота сжатой зоны над трещиной находится из условия равновесия проекций всех внутренних сил на ось Y1:

для случая 1:

$$\begin{aligned} A_{\text{эн}} \cdot b_T - f_{yd} \cdot A_{sty} \cdot \sin \alpha - f_{yd} \cdot A_{stx} \cdot \cos \alpha - \\ - f_{ywd} \cdot A_{swt} \cdot \sin \alpha + f_{yd} \cdot \frac{x_{\text{eff}} - c_{1y}}{d_y - x_{\text{eff}}} \cdot A_{scy} \cdot \sin \alpha + \\ + f_{yd} \cdot \frac{x_{\text{eff}} - c_{1x}}{d_x - x_{\text{eff}}} \cdot A_{scx} \cdot \cos \alpha + f_{ywd} \cdot \frac{x_{\text{eff}} - c_{1wx}}{d_{wx} - x_{\text{eff}}} \cdot A_{swc} \cdot \sin \alpha = 0; \end{aligned} \quad (11)$$

для случая 2:

Максимальный изгибающий момент, который может воспринять сечение, находим как момент внутренних усилий относительно оси, проходящий через центр тяжести сжатой зоны бетона.

Для случая 1 проверка предельного состояния несущей способности пространственных сечений производится из условия

$$\begin{aligned}
 M_{Ed} \leq M_{Rd} = & f_{yd} \cdot A_{sty} \cdot \left[d_y - (x_{eff} - x_c) \right] \cdot \sin \alpha + \\
 & + f_{yd} \cdot A_{stx} \cdot \left[d_x - (x_{eff} - x_c) \right] \cdot \cos \alpha + \\
 & + f_{ywd} \cdot A_{swt} \cdot \left[d_w - (x_{eff} - x_c) \right] \cdot \sin \alpha + \\
 & + f_{yd} \cdot \frac{x_{eff} - c_{2y}}{d_y - x_{eff}} \cdot A_{scy} \cdot \left| (x_{eff} - x_c) - c_{1y} \right| \cdot \sin \alpha + \\
 & + f_{yd} \cdot \frac{x_{eff} - c_{2x}}{d_x - x_{eff}} \cdot A_{scx} \cdot \left| (x_{eff} - x_c) - c_{1x} \right| \cdot \cos \alpha + \\
 & + f_{ywd} \cdot \frac{x_{eff} - c_{2w}}{d_w - x_{eff}} \cdot A_{swc} \cdot \left| (x_{eff} - x_c) - c_{1w} \right| \cdot \sin \alpha.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Для случая 2 проверка предельного состояния несущей способности пространственных сечений производится из условия

$$\begin{aligned}
 M_{Ed} \leq M_{Rd} = & f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{d_y - x_{eff}}{x_{eff}} \cdot A_{sty} \cdot \left[d_y - (x_{eff} - x_c) \right] \cdot \sin \alpha + \\
 & + f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{d_x - x_{eff}}{x_{eff}} \cdot A_{stx} \cdot \left[d_x - (x_{eff} - x_c) \right] \cdot \cos \alpha + \\
 & + f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{d_w - x_{eff}}{x_{eff}} \cdot A_{swt} \cdot \left[d_w - (x_{eff} - x_c) \right] \cdot \sin \alpha + \\
 & + f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{x_{eff} - c_{1y}}{x_{eff}} \cdot A_{scy} \cdot \left| (x_{eff} - x_c) - c_{1y} \right| \cdot \sin \alpha + \\
 & + f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{x_{eff} - c_{1x}}{x_{eff}} \cdot A_{scx} \cdot \left| (x_{eff} - x_c) - c_{1x} \right| \cdot \cos \alpha + \\
 & + f_{cd} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{x_{eff} - c_{1w}}{x_{eff}} \cdot A_{swc} \cdot \left| (x_{eff} - x_c) - c_{1w} \right| \cdot \sin \alpha.
 \end{aligned} \tag{14}$$

По перечисленным методикам определены сопротивления нормальных и пространственных сечений для плит участка дороги с пороговыми неровностями испытательного полигона РУПП «БелАЗ»: ППН-1, ППН-2 ППН-3, ППН-4; а также для железобетонных плит покрытий временных (2ПП30.18-30) и постоянных (1ПП30.18-30) дорог по серии Б3.503.1-1.

Для рассмотренных плит и моделей расчета нормальных и пространственных сечений произведена оценка точности методом математической статистики [6].

За базовую методику принимались результаты расчетов по деформационной модели с использованием нелинейной эпюры напряжений. Точки, представляющие пары соответствующих значений (r_{ti}, r_{ei}) , а также прямая $r_e = b \cdot r_t$ изображены на диаграмме « r_e - r_t » (рис. 5–10).

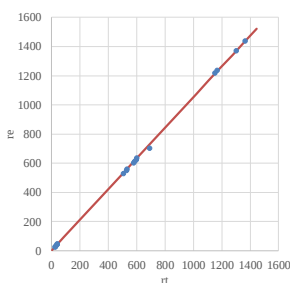


Рис. 5. Диаграмма « r_e - r_t »
(прямоугольная эпюра (случай 1) –
 $R^2 = 0,9998$; $\alpha = 46,489$)

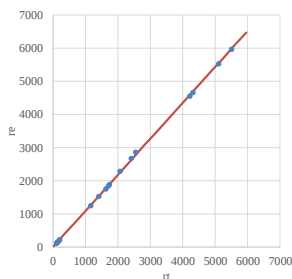


Рис. 6. Диаграмма « r_e - r_t »
(прямоугольная эпюра (случай 2) –
 $R^2 = 0,9997$; $\alpha = 47,429$)

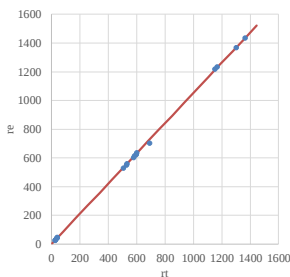


Рис. 7. Диаграмма « r_e-r_i »
(билинейная эпюра (случай 1) –
 $R^2 = 0,9998$; $\alpha = 46,465$)

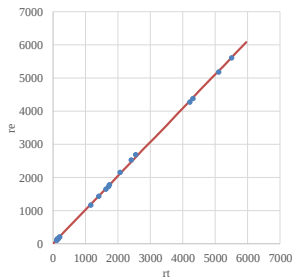


Рис. 8. Диаграмма « r_e-r_i »
(билинейная эпюра (случай 2) –
 $R^2 = 0,9997$; $\alpha = 45,639$)

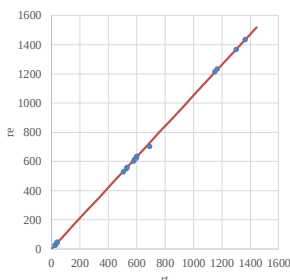


Рис. 9. Диаграмма « r_e-r_i »
(линейно-параболическая эпюра (случай 1) – $R^2 = 0,9998$; $\alpha = 46,435$)

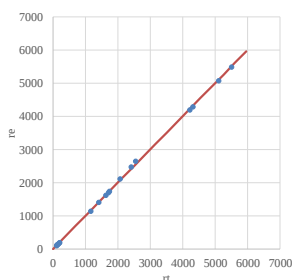


Рис. 10. Диаграмма « r_e-r_i »
(линейно-параболическая эпюра (случай 2) – $R^2 = 0,9996$; $\alpha = 45,075$)

Экспериментальные и численные исследования. До проведения испытаний на площадке был выполнен комплекс инженерно-геологических изысканий.

Проведение натурных испытаний плиты на воздействие от колесной нагрузки осуществлялось путем искусственного задания ступенчатых нагружений статической нагрузкой (рисунок 11) [5].

В ходе экспериментальных исследований измерялись вертикальные осадки плиты. Измерение перемещений производилось 9 прогибомерами (6ПАО) с точностью 0,01 мм. Дополнительный прогибомер устанавливался на упорную конструкцию в точке приложения нагрузки для учета изгиба упорной конструкции.

По результатам натурных испытаний были построены изополя перемещений плиты при различных вариантах загрузки (рис. 12).

После проведения испытаний по методике статического расчета плит, выполнены численные исследования для центрального нагружения (рисунок 13). Расчет производился для каждой ступени нагружения. Модуль деформации грунта основания определен по результатам статического зондирования. При этом в расчет принимались три верхних слоя грунта.

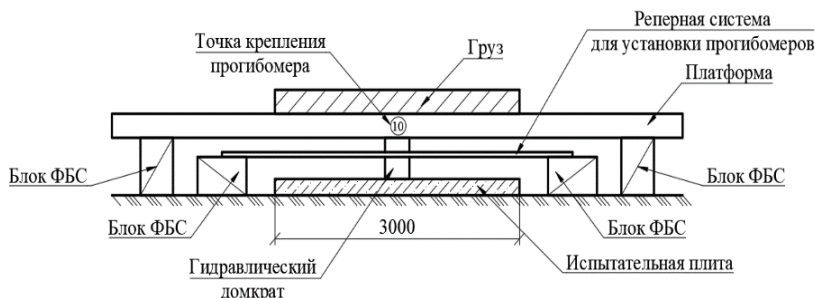


Рис. 11. Общий вид упорной конструкции

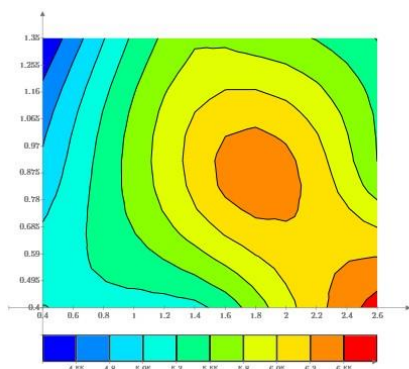
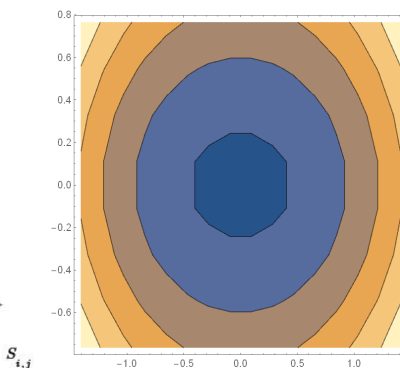


Рис. 12. Изополя осадок основания плиты (мм) по результатам эксперимента (центральное нагружение силой $F = 100$ кН)



Ступень 10 $S_{max} = 3,722$ мм
Рис. 13. Изополя осадок основания плиты (мм) по результатам численного исследования (центральное нагружение силой $F = 100$ кН)

При оценке точности в соответствии с требованиями [6] отклонение оценочной прямой от 45° составило $12,9^\circ$ (рисунок 14). Отклонение можно объяснить нелинейным поведением грунта в реальности, в то время как при численных исследованиях используется линейная модель грунта.

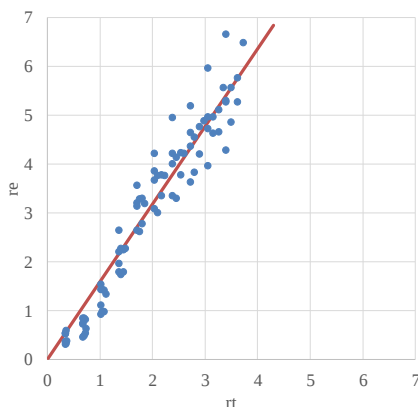


Рис. 14. Диаграмма « r_e-r_t » – $R^2 = 0,9297$; $\alpha = 57,878$

Также выполнено сопоставление результатов расчета осадок с существующими методами расчета. При этом рассмотрены следующие методы:

- расчет способом Б. Н. Жемочкина изолированной прямоугольной железобетонной плиты с учетом ее физической нелинейности на упругом основании в программном пакете Mathematica;
- метод послойного суммирования по методике [7];
- расчет в линейной постановке с использованием ПК «Ли́ра»;
- расчет в линейной постановке с использованием ПК «Plaxis 3D».

Сравнение результатов показало, что результаты расчета осадок способом Б. Н. Жемочкина достаточно близки по своим значениям к значениям осадок, вычисленным с использованием общеизвестных методов расчета. Показатель отклонения варьируется в пределах $\Delta_f = 4\text{--}13\%$.

Заключение.

1. Разработана методика расчета физически нелинейных плит на линейно-упругом однородном основании, которая основывается на

способе Б. Н. Жемочкина. Этот подход позволяет полностью найти напряженно-деформированное состояние, внутренние усилия и осадки плиты.

2. При конструктивном расчете плит рассмотрено четыре основных вида диаграмм деформирования бетона: в виде прямоугольника, билинейная, линейно-параболическая и нелинейная с ниспадающей ветвью. По первым трем видам диаграммы определена несущая способность железобетонных плит методом предельных усилий. Дополнительно выполнен расчет по нелинейной диаграмме с ниспадающей ветвью с использованием деформационной модели.

Проведен сравнительный анализ данных методик расчета. За базовую модель принималась деформационная модель. Сравнение данных производилось путем построения диаграмм « r_e - r_t » согласно методике, описанной в [6]. Разброс точек с координатами (r_{ti} , r_{ei}) относительно аппроксимирующей невелик, величина достоверности аппроксимации составляет 99 %, наклон аппроксимирующей к горизонтальной оси составил 46,4–47,4°.

3. Проведены натурные испытания плиты покрытия временных дорог 2ПП30.18-30 серии 3.503.1-1 при различных вариантах загрузки. Выполнены численные исследования и оценка точности методики предлагаемого статического расчета.

Полученные результаты сопоставлены с результатами по другим методам расчета. Сравнение результатов показывает, что: а) способ Б. Н. Жемочкина в общем позволяет довольно точно описать распределение осадок и реактивных давлений под плитой. Однако, значения осадок при численных исследованиях отличаются в среднем в 1,5 раза по сравнению с натурными испытаниями; б) при оценке точности в соответствии с требованиями [6] отклонение оценочно прямой от 45° составило 12,9°; г) результаты расчета осадок способом Б. Н. Жемочкина достаточно близки по своим значениям к значениям осадок, вычисленным с использованием общеизвестных методов расчета. Показатель отклонения варьируется в пределах $\Delta_f = 4$ –13 %.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пособие П1-98 к СНиП 2.03.01-84* Усиление железобетонных конструкций. – Минск: Минстройархитектуры, 1998. – 189 с.

2. Босаков, С. В. Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск: БНТУ, 2002. – 128 с.
3. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Физ.-мат. изд-во, 1963. – 536 с.
4. Семенюк, С. Д. Расчетные модели железобетонных плит покрытия автомобильных дорог / С. Д. Семенюк, Р. В. Кумашов // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. науч. тр. / Ин-т БелНИИС; редкол.: О. Н. Лешкевич [и др.]. – Минск, 2019. – Вып. 11. – С. 253-270
5. Семенюк, С. Д. Экспериментальные исследования осадок железобетонных плит покрытия автомобильных дорог и оценка точности расчетной методики / С. Д. Семенюк, Р. В. Кумашов. // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. науч. тр. / Ин-т БелНИИС; редкол.: О. Н. Лешкевич [и др.]. – Минск, 2020. – Вып. 12. – С. 185–208
6. ТКП EN 1990-2011 (02250). Еврокод. Основы проектирования строительных конструкций. – Минск: Минстройархитектуры, 2020. – 70 с.
7. ТКП 45-5.01-67-2007 (02250). Фундаменты плитные. Правила проектирования. – Минск, 2018. – 94 с.
8. Семенюк, С. Д. Железобетонные пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно деформированном основании: монография / С. Д. Семенюк. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2003. – 269 с.
9. Жемочкин, Б. Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Сеницын. – М.: Госстройиздат, 1962. – 240 с.