

МАШИНОСТРОЕНИЕ

DOI: 10.53078/20778481_2022_1_5

УДК 656

Д. В. Капский

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ МАТРИЦЫ МЕЖРАЙОННЫХ КОРРЕСПОНДЕНЦИЙ

D. V. Kapsky

EXAMPLE OF CONSTRUCTING A MATRIX OF INTER-DISTRICT CORRESPONDENCE

Аннотация

Следует внедрять политику по регулированию транспортного спроса, повышению привлекательности маршрутного пассажирского транспорта, развитию средств индивидуальной мобильности и немоторизованного транспорта (за счет разработки планов устойчивой городской логистики), в первую очередь в крупнейших городах. Для этого необходимо владеть адекватными методиками построения матриц межрайонных корреспонденций с учётом того, что требуется исключать лишние поездки (особенно на индивидуальном транспорте), повышать привлекательность маршрутного пассажирского транспорта и в целом мобильность населения, смещать «вектор использования» транспорта на экологичный в сторону «зеленой» устойчивой транспортной сети. Это позволит не только решить транспортные проблемы города, но и научно обосновать мероприятия, направленные на их решения для устойчивого развития городской транспортной системы и города в целом.

Ключевые слова:

город, устойчивость, мобильность, издержки, городской маршрутный пассажирский транспорт, транспортная система, эффективность.

Для цитирования:

Капский, Д. В. Пример построения матрицы межрайонных корреспонденций / Д. В. Капский // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2022. – № 1 (74). – С. 5–16.

Abstract

It is necessary to introduce policies that will manage transport demand, increase attractiveness of regular passenger transport, develop means of individual mobility and non-motorized transport (through the development of sustainable urban logistics plans), primarily in the largest cities. To do this, adequate methods for constructing matrices of inter-district correspondence are required, taking into account the requirements to exclude unnecessary trips (especially individual motorized trips), to increase the attractiveness of regular passenger transport and, in general, the population mobility, to shift the vector of transport use to the environmentally friendly one and towards “green” sustainable transport network. This will make possible not only to solve transport problems of the city, but also to scientifically substantiate measures aimed at solving them for the sustainable development of urban transport system and the city as a whole.

Keywords:

city, sustainability, mobility, costs, regular urban passenger transport, transport system, efficiency.

For citation:

Kapsky, D. V. Example of constructing a matrix of inter-district correspondence / D. V. Kapsky // The Belarusian-Russian university herald. – 2022. – № 1 (74). – P. 5–16.

Введение

Бесперебойное функционирование современных городов как единого организма от доставки почты (посылок), розничной торговли, сбора отходов и мусора, транспортировки строительных материалов и оборудования до создания точек роста для дальнейшего развития экосоциосистемы города невозможно без четкого планирования и работы транспортной системы [1, 2]. Она, безусловно, может помочь улучшить экономические показатели развития города, повысить эффективность, улучшить качество воздуха и снизить выбросы углерода, а также обеспечить более упорядоченное движение транспорта и безопасность движения (повысить совокупное качество дорожного движения, которое характеризуется минимумом социальных, экономических, экологических и аварийных потерь) [3, 4].

Роль городской транспортной системы повышается с бурно растущими возможностями, связанными с информационно-коммуникационными технологиями, цифровой трансформацией городских пространств и широким применением интеллектуальных транспортных систем. Именно поэтому необходимо разработать соответствующие методики определения матриц межрайонных корреспонденций, которые бы адекватно показывали тенденции транспортного развития города и транспортного спроса, позволяя оценивать устойчивость развития транспортной системы и города в целом [5, 6].

Расчет и балансировка часовой матрицы межрайонных корреспонденций на основе гравитационного подхода

На основе результатов расчета параметров генерации поездок («отправления» и «прибытия» в утренний максимальный час) можно рассчитать матрицу межрайонных корреспонденций [7, 8]. Данная задача не имеет однозначного решения, поэтому необходимо воспользоваться одним из известных методов расчета матриц, например, гравитационным или энтропийным. Воспользуемся для построения матрицы наиболее простым методом – гравитационным, в основе которого лежит формула

$$x_{ij} = k_{\text{гр}} P_i Q_j / c_{ij}^2, \quad (1)$$

где x_{ij} – объем корреспонденций между районами i и j , тыс. чел./ч; P_i – объем отправок из района i , тыс. чел./ч; Q_j – объем прибытий в район j , тыс. чел./ч; c_{ij} – обобщенная стоимость передвижения между районами i и j (аналог расстояния); $k_{\text{гр}}$ – некоторая константа гравитационной модели.

На x_{ij} накладываются естественные ограничения $\sum_i x_{ij} = P_i$; $\sum_j x_{ij} = Q_j$.

Примем допущение

$$c_{ij} = l_{ij\text{пр}}, \quad (2)$$

где $l_{ij\text{пр}}$ – расстояние по прямой (по воздуху) между центроидами транспортных районов, м.

Измерив расстояния по карте (рис. 1), сформируем матрицу расстояний (табл. 1). Данная матрица будет являться симметричной относительно диагонали.

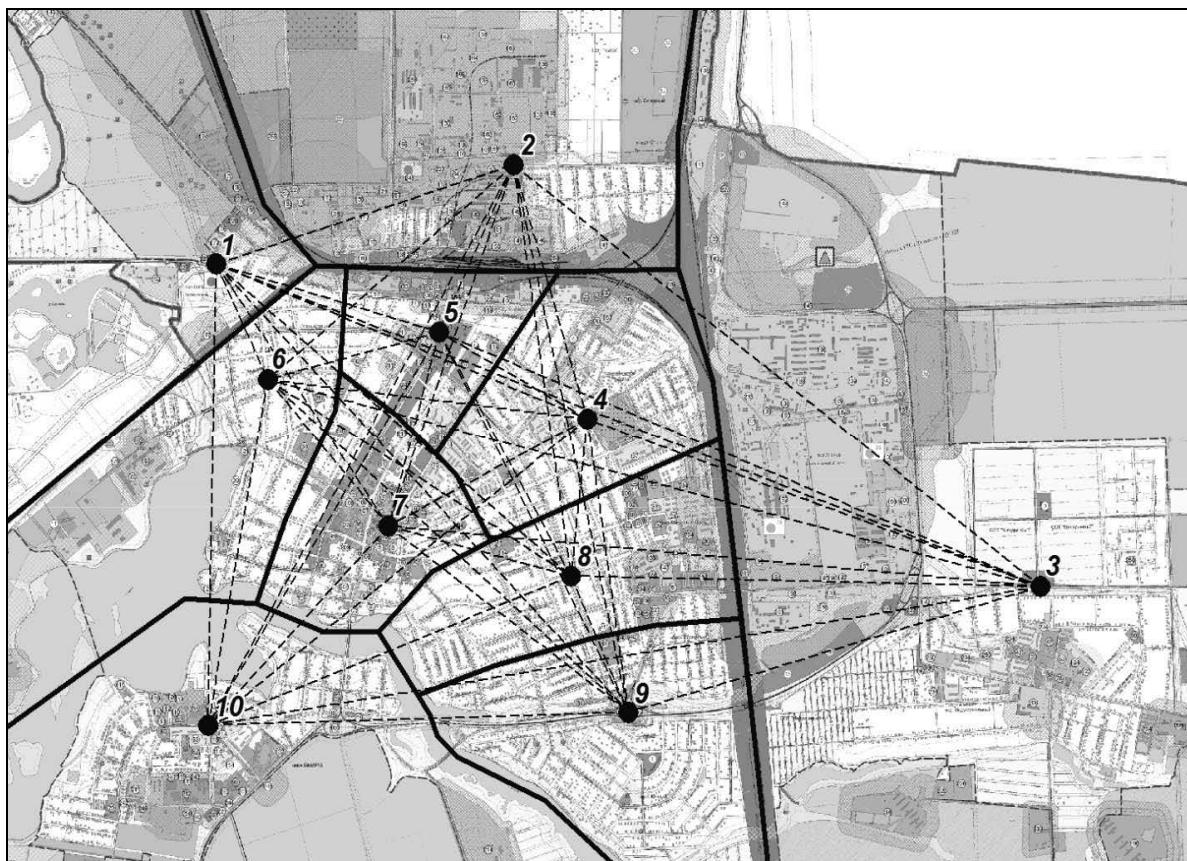


Рис. 1. «Воздушные» прямые между центроидами транспортных районов

Табл. 1. Матрица расстояний между транспортными районами

В метрах

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		2350	6670	3030	1760	930	2310	3520	4520	3350
2	2350		5040	1930	1330	2420	2780	3010	4070	4660
3	6670	5040		3640	4920	6040	4960	3560	3240	6370
4	3030	1930	3640		1290	2440	1690	1140	2150	3620
5	1760	1330	4920	1290		1340	1460	2040	3120	3330
6	930	2420	6040	2440	1340		1410	2710	3660	2550
7	2310	2780	4960	1690	1460	1410		1430	2270	1970
8	3520	3010	3560	1140	2040	2710	1430		1090	2940
9	4520	4070	3240	2150	3120	3660	2270	1090		3180
10	3350	4660	6370	3620	3330	2550	1970	2940	3180	

Рассчитаем элементы матрицы корреспонденций по формуле (1) на первом шаге (первой итерации). При этом пренебрегаем значениями диагональных элементов, которые соответ-

ствуют передвижениям внутри транспортных районов (табл. 2 и 3).

В табл. 2 представлена матрица значений $P_i Q_j / c_{ij}^2$, чел.²/м², для опреде-

ления значения $k_{гр}$, в табл. 3 – матрица межрайонных корреспонденций (первая итерация), чел./ч.

по формуле

$$k_{гр} = \sum_i P_i / \sum_{ij} X_{ij}. \quad (3)$$

Расчет константы $k_{гр}$ производится

Табл. 2. Матрица значений $P_i Q_j / c_{ij}^2$ для определения значения $k_{гр}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		Σотпр.	$k_{гр}$
1		0,023	0,006	0,009	0,012	0,049	0,006	0,005	0,003	0,004	0,118	172	
2	0,006		0,020	0,043	0,039	0,013	0,008	0,013	0,006	0,004	0,151	221	
3	0,003	0,039		0,051	0,012	0,009	0,011	0,038	0,039	0,009	0,211	309	
4	0,009	0,170	0,103		0,114	0,036	0,059	0,240	0,057	0,019	0,808	1180	
5	0,010	0,125	0,020	0,092		0,042	0,027	0,026	0,009	0,008	0,359	525	
6	0,043	0,047	0,016	0,032	0,046		0,036	0,018	0,008	0,016	0,263	383	
7	0,006	0,031	0,021	0,059	0,034	0,042		0,058	0,020	0,024	0,295	430	
8	0,005	0,047	0,072	0,227	0,031	0,020	0,055		0,149	0,019	0,625	912	
9	0,003	0,023	0,078	0,057	0,012	0,010	0,020	0,158		0,014	0,374	547	
10	0,004	0,015	0,017	0,017	0,009	0,017	0,022	0,018	0,013		0,133	194	
	0,089	0,520	0,354	0,588	0,308	0,239	0,243	0,575	0,304	0,118	3,338	4873	1460,0

Табл. 3. Матрица межрайонных корреспонденций (первая итерация)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σотпр.	Отпр.	Δ	Δ
1		33	9	14	18	72	9	7	4	6	172	159	-13	13
2	8		29	63	57	20	12	18	8	6	221	293	72	72
3	4	57		75	18	13	15	56	57	14	309	1246	937	937
4	14	249	151		167	53	86	351	83	27	1180	805	-375	375
5	14	183	29	134		61	40	38	14	11	525	281	-244	244
6	63	68	24	46	66		53	27	12	24	383	346	-37	37
7	9	46	31	86	50	61		85	29	35	430	307	-123	123
8	7	69	106	332	45	29	80		218	28	912	541	-372	372
9	4	34	114	83	17	14	29	231		21	547	484	-63	63
10	6	22	25	25	13	25	32	27	19		194	412	217	217
Σприб.	130	759	516	858	450	348	355	840	445	172	4873			2455

По итогам первой итерации необходимо рассчитать невязки и откорректировать значения матрицы:

– расчет невязок

$$\Delta_i = P_i - \sum_j x_{ij}, \quad (4)$$

где Δ_i – невязка по отправлениям, тыс. чел./ч;

– корректировка значений матрицы

$$x'_{ij} = x_{ij} + \frac{\Delta_i}{\sum_i x_{ij}} x_{ij}, \quad (5)$$

где x'_{ij} – объем корреспонденций между районами (откорректированный), тыс. чел.

Итог расчета на второй итерации, чел./ч, представлен в табл. 4.

Табл. 4. Матрица межрайонных корреспонденций (вторая итерация)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σотпр.	Отпр.	Δ
1		31	8	13	16	67	8	7	3	6	159	159	0
2	11		38	83	76	26	15	24	11	8	293	293	0
3	18	228		303	72	54	62	225	230	55	1246	1246	0
4	9	170	103		114	36	58	239	57	19	805	805	0
5	8	98	15	72		33	21	20	7	6	281	281	0
6	57	62	21	42	60		48	24	11	21	346	346	0
7	6	33	22	61	35	43		61	20	25	307	307	0
8	4	41	63	196	27	17	48		129	16	541	541	0
9	3	30	101	74	15	13	25	204		19	484	484	0
10	12	46	53	53	27	53	68	57	41		412	412	0
Σприб.	129	737	425	897	442	342	354	862	510	174	4873		
Приб.	108	789	1698	546	236	269	208	388	328	303			
Δ	-21	52	1274	-351	-206	-73	-146	-474	-182	129			

По итогам второй итерации производится корректировка значений матрицы по прибытиям:

– расчет невязок

$$\Delta_j = Q_j - \sum_i x_{ij}, \quad (6)$$

где Δ_j – невязка по прибытиям, тыс. чел./ч;

– корректировка значений матрицы

$$x'_{ij} = x_{ij} + \frac{\Delta_j}{\sum_i x_{ij}} x_{ij}. \quad (7)$$

Итог расчета на третьей итерации, чел./ч, представлен в табл. 5.

Таким образом, невязки последовательно рассчитываются по строкам и столбцам. Эта процедура продолжается до тех пор, пока сумма невязок по модулю не будет меньше некоего минимального допуска: $\sum |\Delta| < \epsilon$.

В результате такой последовательности действий получена сбалансированная с учетом принятых допущений матрица межрайонных корреспонденций, каждый элемент которой соответствует объему передвижений пассажиров между парой транспортных районов в утренний максимальный час, чел./ч (табл. 6).

Табл. 5. Матрица межрайонных корреспонденций (третья итерация)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σотпр.	Отпр.	Δ	Δ
1		33	33	8	9	52	5	3	2	10	155	159	4	4
2	9		152	51	41	21	9	11	7	14	314	293	-21	21
3	15	244		184	38	43	37	101	148	95	905	1246	341	341
4	8	182	411		61	28	34	108	37	32	900	805	-95	95
5	6	105	61	44		26	13	9	5	10	279	281	2	2
6	48	66	85	26	32		28	11	7	37	339	346	7	7
7	5	35	88	37	19	34		27	13	43	303	307	4	4
8	3	44	251	120	14	13	28		83	29	584	541	-44	44
9	3	32	404	45	8	10	15	92		33	641	484	-157	157
10	10	50	213	32	14	41	40	26	27		454	412	-42	42
Σприб.	108	789	1698	546	236	269	208	388	328	303	4873			718
Приб.	108	789	1698	546	236	269	208	388	328	303				
Δ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				

В рассматриваемом примере понадобилось семь итераций для достижения значения суммы невязок, равной 46.

Таким образом, матрица часовых межрайонных корреспонденций, чел./ч,

имеет вид, представленный в табл. 7.

Графическое представление полученной матрицы корреспонденций приведено на рис. 2.

Табл. 6. Сбалансированная матрица межрайонных корреспонденций с указанием невязок

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σотпр.	Отпр.	Δ	Δ
1		31	39	7	9	53	5	3	2	10	159	159	0	0
2	8		158	41	36	18	8	10	6	11	296	293	-3	3
3	21	327		245	56	61	53	148	186	128	1225	1246	21	21
4	7	143	411		52	24	30	92	27	25	812	805	-7	7
5	6	98	73	41		26	13	9	4	10	279	281	1	1
6	47	61	101	24	33		29	11	6	35	346	346	0	0
7	5	32	104	34	19	34		27	11	40	307	307	0	0
8	3	36	265	99	13	12	25		65	24	543	541	-2	2
9	2	21	331	29	6	7	10	65		21	491	484	-8	8
10	9	40	216	26	13	35	35	22	20		415	412	-4	4
Σприб.	108	789	1698	546	236	269	208	388	328	303	4873			46
Приб.	108	789	1698	546	236	269	208	388	328	303				
Δ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				

Табл. 7. Сбалансированная матрица межрайонных корреспонденций

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σотпр.
1		31	39	7	9	53	5	3	2	10	159
2	8		158	41	36	18	8	10	6	11	296
3	21	327		245	56	61	53	148	186	128	1225
4	7	143	411		52	24	30	92	27	25	812
5	6	98	73	41		26	13	9	4	10	279
6	47	61	101	24	33		29	11	6	35	346
7	5	32	104	34	19	34		27	11	40	307
8	3	36	265	99	13	12	25		65	24	543
9	2	21	331	29	6	7	10	65		21	491
10	9	40	216	26	13	35	35	22	20		415
Σприб.	108	789	1698	546	236	269	208	388	328	303	4873

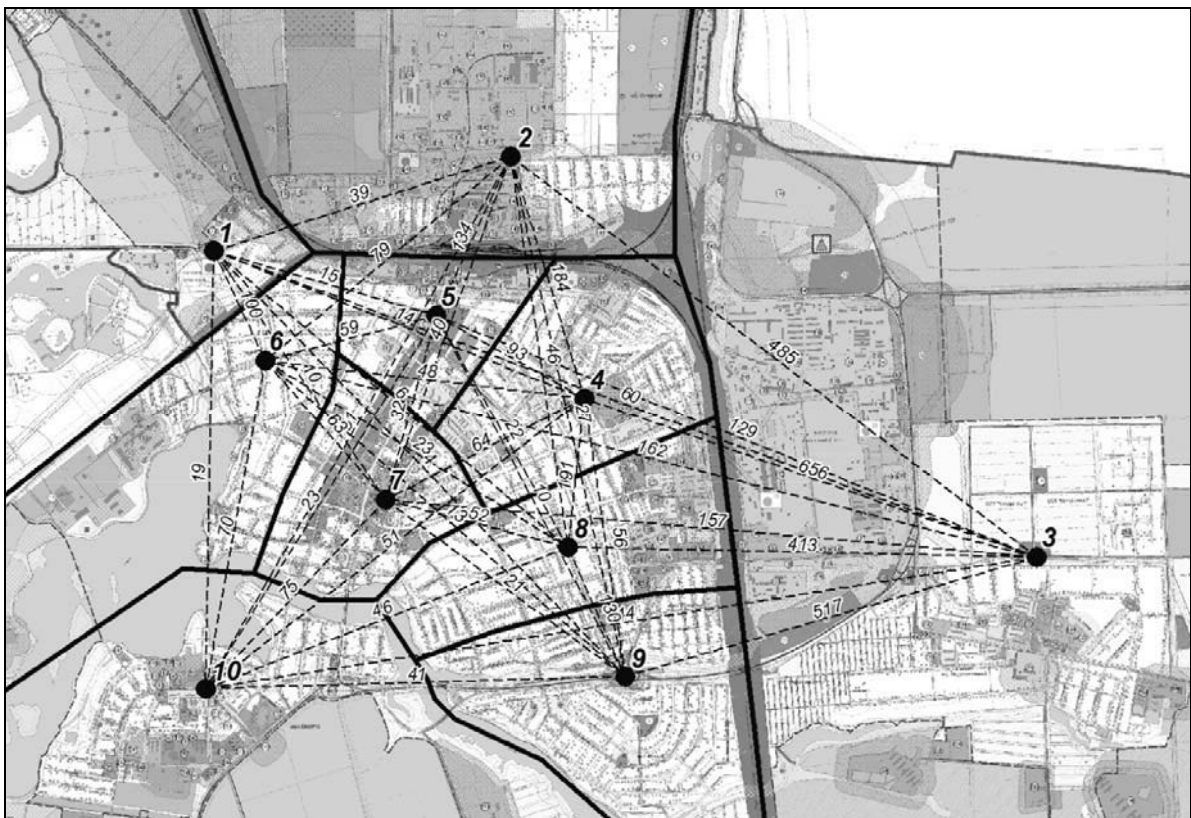


Рис. 2. Матрица межрайонных корреспонденций в утренний максимальный час в двух направлениях

Представленный энтропийный подход также может применяться при расчете матриц корреспонденций, в том числе без применения математических

моделей. Данный метод несколько сложнее, т. к. при его использовании учитывается вероятность совершения передвижений между районами в соот-

ветствии с принятой гипотезой трудового тяготения. Метод же балансировки матриц при энтропийном подходе идентичен рассмотренному выше.

Переход к среднесуточным значениям элементов матрицы межрайонных корреспонденций

Для расчета требуемого количества подвижного состава и построения картограмм интенсивности пассажиропотоков, как правило, учитываются среднесуточные показатели, позволяющие учесть все имеющиеся передвижения с учетом неравномерности по часам суток. Для перехода к среднесуточной матрице межрайонных корреспонденций, учитывающей все основные виды целевых передвижений на ГМПТ, обратимся к следующей последовательности действий.

1. Переход к суточной матрице:

$$x'_{ij} = (x_{ij} + x_{ji})/k_{\text{час}}, \quad (8)$$

где x'_{ij} – объем корреспонденций между районами (откорректированный), тыс. чел.

Поскольку суточная матрица (человек в сутки в двух направлениях) является симметричной, в отличие от часовой (предполагается, что все участники передвижений «дом – работа» во второй половине дня возвращаются домой), для простоты можно рассмотреть только половину матрицы, умножив ее значения на два (табл. 8):

$$x''_{ij} = 2x'_{ij}.$$

2. Определение доли и объема передвижений с помощью ГМПТ. Поскольку использование ГМПТ оправдано только для передвижений на расстоянии более 1,5...2 км, необходимо учесть этот фактор при расчете матрицы, элементы которой будут учитывать

лишь тех участников передвижений, которые пользуются ГМПТ (транспортные передвижения). Определение матрицы транспортных передвижений (корреспонденций) производится по следующей формуле:

$$X_{ij\text{тр}} = \varphi X_{ij}, \quad (9)$$

где $X_{ij\text{тр}}$ – матрица передвижений на ГМПТ; φ – коэффициент использования ГМПТ.

Значения коэффициентов пользования ГМПТ могут быть определены в зависимости от дальности передвижений по табл. 9 или по графикам, представленным на рис. 3. Дальность передвижений может определяться исходя из значений матрицы расстояний по прямой (по воздуху) между центроидами транспортных районов $l_{ij\text{пр}}$ (см. табл. 1).

Результаты определения коэффициентов пользования транспортом приведены в табл. 10.

Результаты расчета матрицы суточных транспортных передвижений (человек в сутки в двух направлениях) представлены в табл. 11.

3. Учет различных видов целевых передвижений. Если для расчета матрицы трудовых корреспонденций можно было пренебречь иными видами передвижений, то в суточном цикле необходимо с помощью поправочных коэффициентов учесть и другие виды передвижений, таких как деловые или культурно-бытовые.

В упрощенном виде

$$X_{ij\text{сумм}} = 2X_{ij\text{тр}}, \quad (10)$$

где $X_{ij\text{сумм}}$ – матрица передвижений на ГМПТ (с учетом всех видов целевых передвижений).

Результаты расчета (человек в сутки в двух направлениях) представлены в табл. 12.

Табл. 8. Суточная матрица межрайонных корреспонденций

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1		260	402	92	102	665	69	41	26	121	
2			3233	1230	892	529	269	307	174	339	
3				4377	858	1078	1047	2750	3451	2294	
4					619	317	425	1276	373	341	
5						389	213	148	66	149	
6							415	153	87	466	
7								353	146	501	
8									865	308	
9										274	
10											
											32490

Табл. 9. Коэффициенты пользования городским общественным транспортом

Дальность передвижений, км	До 1	1...1,5	1,5...2	2...2,5	Более 2,5
Коэффициент пользования транспортом	0,2	0,5	0,75	0,95	1

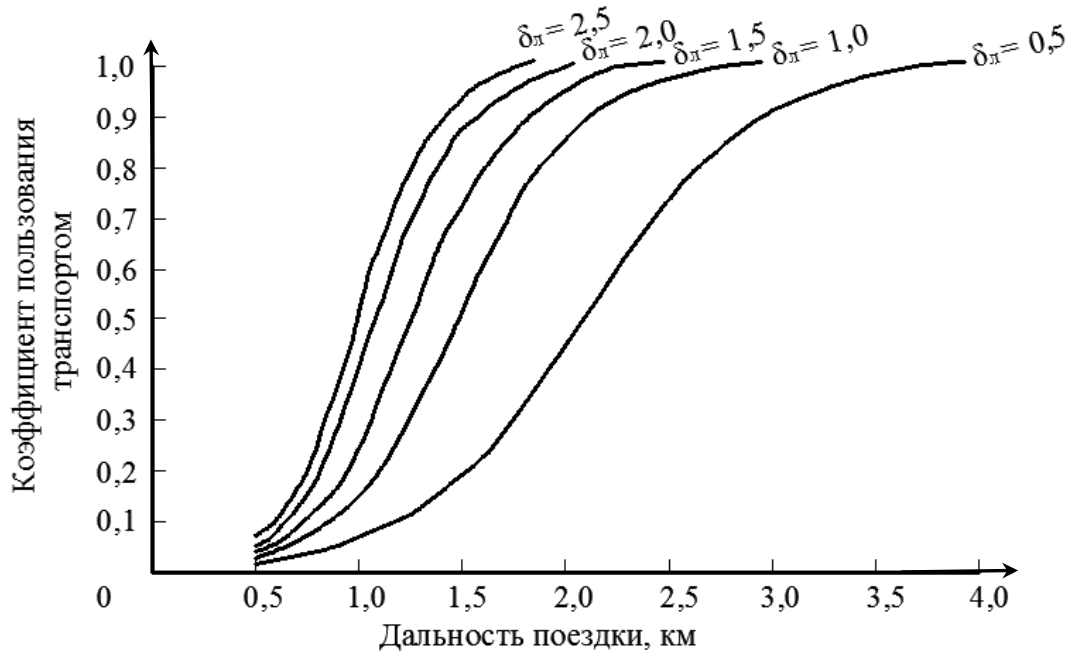


Рис. 3. График зависимости коэффициента пользования транспортом от плотности сети и дальности поездки

Табл. 10. Матрица коэффициентов пользования транспортом

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0,95	1	1	0,75	0,2	0,95	1	1	1
2			1	0,75	0,5	0,95	1	1	1	1
3				1	1	1	1	1	1	1
4					0,5	0,95	0,75	0,5	0,95	1
5						0,5	0,5	0,95	1	1
6							0,5	1	1	1
7								0,5	0,95	0,75
8									0,5	1
9										1
10										

Табл. 11. Суточная матрица межрайонных транспортных передвижений

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1		247	402	92	76	133	66	41	26	121	
2			3233	922	446	503	269	307	174	339	
3				4377	858	1078	1047	2750	3451	2294	
4					309	302	319	638	355	341	
5						195	106	141	66	149	
6							207	153	87	466	
7								176	138	376	
8									432	308	
9										274	
10											
											28790

Табл. 12. Суточная откорректированная матрица межрайонных транспортных передвижений

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1		493	804	185	153	266	131	81	51	242	
2			6466	1845	892	1006	538	614	349	678	
3				8754	1717	2155	2094	5501	6902	4587	
4					619	603	638	1276	709	681	
5						389	213	281	132	298	
6							415	307	175	932	
7								353	277	752	
8									865	615	
9										547	
10											
											57580

Заключение

Выполнен расчет и балансировка часовой матрицы межрайонных корреспонденций на основе гравитационного подхода. Установлено, что на основе результатов расчета параметров генерации поездок («отправления» и «прибытия» в утренний максимальный час) можно рассчитать матрицу межрайонных корреспонденций [3, 9]. Вместе с тем отмечено, что данная задача не имеет однозначного решения. Показаны данные по нескольким итерациям, отражена необходимость расчета невязки и корректировки значения матрицы каждый раз для получения сбалансированной с учетом принятых допущений матрицы межрайонных корреспонденций, каждый элемент которой соответствует объему передвижений пассажиров между парой транспортных районов

в утренний максимальный час. Представленный энтропийный подход также может применяться при расчете матриц корреспонденций, в том числе без применения математических моделей. Данный метод несколько сложнее, т. к. при его использовании учитывается вероятность совершения передвижений между районами в соответствии с принятой гипотезой трудового тяготения. Также выполнен переход к среднесуточным значениям элементов матрицы межрайонных корреспонденций (при этом для расчета требуемого количества подвижного состава и построения картограмм интенсивности пассажиропотоков, как правило, учитываются среднесуточные показатели, позволяющие учесть все имеющиеся передвижения с учетом неравномерности по часам суток) по приведенному алгоритму действий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капский, Д. В. Методология повышения качества дорожного движения: монография / Д. В. Капский. – Минск: БНТУ, 2018. – 372 с.
2. Лосин, Л. А. Административно-территориальные преобразования и формирование локальных центров расселения на территории Санкт-Петербургской городской агломерации / Л. А. Лосин, В. В. Со-

лодилов, Г. П. Ляпунова // Экономика Северо-Запада: проблемы и перспективы развития. – 2020. – № 2 (61).

3. Транспортное моделирование и оценка условий дорожного движения с использованием навигационной информации: монография / Д. В. Капский [и др.]. – Минск: Капитал Принт, 2018. – 144 с.

4. Оценка экологических потерь в дорожном движении на основе GPS-данных о параметрах транспортных потоков и моделирования: монография / И. Н. Пугачев [и др.]. – Хабаровск: ТОГУ, 2020. – 249 с.

5. **Врубель, Ю. А.** Определение потерь в дорожном движении: монография / Ю. А. Врубель, Д. В. Капский, Е. Н. Кот. – Минск: БНТУ, 2006. – 240 с.

6. Координированное управление дорожным движением: монография / Ю. А. Врубель [и др.]. – Минск: БНТУ, 2011. – 230 с.

7. **Врубель, Ю. А.** Опасности в дорожном движении: монография / Ю. А. Врубель, Д. В. Капский. – Москва: Новое знание, 2013. – 244 с.

8. **Капский, Д. В.** Транспорт в планировке городов: пособие для студентов специальности 1-44 01 02 «Организация дорожного движения»: в 10 ч. Ч. 1: Транспортное планирование: математическое моделирование / Д. В. Капский, Л. А. Лосин. – Минск: БНТУ, 2019. – 94 с.

9. Теоретические и практические аспекты организации городского движения велосипедистов: монография / Д. В. Капский [и др.]; под общ. ред. В. К. Шумчика. – Минск: Капитал Принт, 2019. – 374 с.

Статья сдана в редакцию 17 ноября 2021 года

Денис Васильевич Капский, д-р техн. наук, доц., Белорусский национальный технический университет.
E-mail: d.kapsky@gmail.com.

Denis Vasilyevich Kapsky, DSc (Engineering), Associate Prof., Belarusian National Technical University.
E-mail: d.kapsky@gmail.com.