

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Программное обеспечение информационных технологий»

ЭКСПЕРТНЫЕ СИСТЕМЫ

*Методические рекомендации к курсовому проектированию
для студентов направления подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
и 09.03.04 «Программная инженерия»*



Могилев 2022

УДК 004.891
ББК 32.973.202
Э81

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Программное обеспечение информационных технологий» «15» декабря 2021 г., протокол № 5

Составители: канд. техн. наук, доц. А. Е. Мисник;
канд. техн. наук, доц. С. К. Крутолевич;
С. А. Прокопенко

Рецензент канд. техн. наук, доц. В. М. Ковальчук

Методические рекомендации к курсовому проектированию предназначены для студентов специальностей 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и 09.03.04 «Программная инженерия».

Учебно-методическое издание

ЭКСПЕРТНЫЕ СИСТЕМЫ

Ответственный за выпуск	В. В. Кутузов
Корректор	Т. А. Рыжикова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевнича

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 21 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2022

Содержание

1	Цель курсового проектирования.....	4
2	Организация курсового проектирования.....	4
3	Содержание курсового проекта.....	5
4	Оформление курсового проекта.....	6
5	Рекомендации по разработке систем поддержки принятия решений.....	7
5.1	Структура систем поддержки принятия решений.....	7
5.2	Математические модели СППР.....	12
	Список литературы.....	22
	Приложение А. Бланк задания на курсовую работу по дисциплине «Экспертные системы».....	23
	Приложение Б.....	25
	Приложение В. Примерный вид диалоговых окон СППР.....	26

1 Цель курсового проектирования

Целью курсового проектирования является изучение современной методологии постановки и решения сложных системных задач как оптимизационных.

В ходе выполнения курсовой работы решаются следующие основные задачи:

- изучение принципов организации компьютерных систем поддержки принятия решений;
- освоение математических основ компьютерных технологий принятия решений;
- освоение методов, алгоритмов и программных средств поддержки процессов принятия решений;
- изучение современных информационных технологий принятия решений в технике, бизнесе, экономике и управленческой деятельности.

2 Организация курсового проектирования

Выполнение курсовой работы осуществляется студентом на основе выданного ему индивидуального задания. Бланк задания представлен в приложении А. Тематика курсового проектирования представлена в таблице Б.1. Основные руководящие данные для выполнения проекта оформляются кафедрой в задании по курсовому проектированию, которое утверждается заведующим кафедрой.

Во время выдачи задания студент и руководитель проекта уточняют и детализируют содержание каждой части проекта, определяют календарные сроки окончания главных этапов проектирования, уточняют график индивидуальных консультаций по проекту, обмениваются адресами электронной почты. Студент предоставляет руководителю материалы по каждому из разделов для проверки.

Законченный и оформленный курсовой проект, подписанный студентом, предоставляется руководителю для проверки. Если проект удовлетворяет требованиям, предъявляемым к нему, он допускается к защите, о чем руководитель делает надпись на чертежах и записке. Защита проекта производится специальной комиссией из 2–3 человек, выделенных кафедрой, при непосредственном участии руководителя курсового проектирования в присутствии студентов данной группы. Защита состоит из короткого доклада (8...10 мин) студента по выполненному проекту и ответов на вопросы. Студент должен при защите проекта дать все объяснения по существу проекта. Оценка по курсовому проектированию выставляется в соответствии с критериями, представленными в таблице 1.

Погрешностями при определении учебных достижений считаются:

- неточные выражения в пояснительной записке;
- нерациональные, но правильные приемы обработки информации из базы фактов в базу знаний;
- незначительные погрешности при проектировании СППР;

Таблица 1 – Допустимые погрешности и ошибки при определении учебных достижений студентов

Шкала соответствия	Уровень соответствия	Балл	Погрешностей / несущественных ошибок / существенных ошибок
Соответствие	Высокий	5	3/2/0
	Средний	4	6/3/2
	Минимально необходимый	3	7/4/3
Несоответствие	Низкий	2	8/5/4

К несущественным ошибкам относятся:

- неточности определения типов полей базы фактов и переменных;
- неточности определения параметров используемых математических моделей;
- неточности проектирования алгоритмов, преобразования базы фактов в базу знаний;
- нерациональный способ решения задачи или план ответа (нарушение логики изложения материала, подмена основных понятий второстепенными);
- отсутствие ссылок на использованные источники;
- несоблюдение требований ГОСТа и небрежное оформление пояснительной записки и графического материала.

К существенным ошибкам относятся:

- отсутствие постановки задачи как оптимизационной;
- подмена понятий в изложении основных определений (критерий, целевая функция, входная переменная);
- незнание фундаментальных понятий статистического анализа обработки данных;
- неумение в ответе объяснить материал, письменно его оформить, делать выводы и обобщения;
- неумение применять теоретические знания для решения задачи моделирования СППР;
- отсутствие всех необходимых математических моделей;
- не реализовано приложение СППР.

3 Содержание курсового проекта

Курсовой проект состоит из пояснительной записки и графической части. Структура пояснительной записки приведена в таблице 2. Основными требованиями к пояснительной записке являются четкость и логическая последовательность изложения материала, убедительность аргументации, краткость и ясность формулировок. В тексте записки не должно быть общих фраз, очевидных выводов и т. п. Объем пояснительной записки – не более 30 страниц текста.

Графическая часть проекта включает диаграммы и иллюстрации (плакаты).

Диаграммы раскрывают структуру программного обеспечения и алгоритм обработки информации, а на плакатах отображаются вопросы постановки задач, применения математических моделей, а также достигнутые результаты. Перечень графических материалов проекта указан в таблице 3. Рекомендуется выполнять графическую часть в виде презентации для демонстрации с использованием технических средств также на листах формата А2. Объем графического материала должен быть не менее 4 листов.

Таблица 2 – Структура пояснительной записки

Наименование раздела	Рекомендуемый объем, с.
Титульный лист	1
Задание на проектирование	1
Содержание	1
Введение	1
1 Анализ предметной области и выявление факторов, влияющих на принятие решений	1
2 Математическая модель принятия решений	3–5
3 Разработка программного обеспечения	3–5
4 Тестирование программного продукта и оценка решений	3–5
Заключение	1
Список использованных источников	1

Таблица 3 – Структура графического материала

Наименование	Количество листов формата А3
Математическая модель	1
Выходные формы и результаты работы СППР	1

Для демонстрации разработанного программного обеспечения студент подготавливает исполняемый файл, который отражает основные режимы работы экспертной системы. Примерный вид диалогового интерфейса представлен в приложении В.

4 Оформление курсового проекта

Оформление курсовой работы должно соответствовать требованиям ГОСТ 2.105–95. Текстовая часть пояснительной записки выполняется либо чертежным шрифтом по ГОСТ 2304–81 с высотой букв не менее 5 мм, либо машинным способом шрифтом Таймс с высотой букв 13 пунктов через полуторный интервал.

5 Рекомендации по разработке систем поддержки принятия решений (СППР)

5.1 Структура систем поддержки принятия решений

5.1.1 Управление как оптимизационный процесс.

Управление есть процесс взаимодействия объекта управления и управляющей части. Объект управления и управляющая часть представляют собой систему управления.

В системах автоматического управления (САУ), состоящих из объекта управления и управляющего устройства (управляющей части), человек непосредственного участия в процессе управления не принимает. В отличие от САУ в системы поддержки принятия решений (СППР) предполагается обязательное участие людей в процессах управления. Принципиальное отличие СППР от традиционной системы управления состоит в том, что в СППР часть управленческих работ, а именно сбор, анализ и преобразование информации, выполняется с помощью вычислительной техники.

СППР – система, в контуре управления которой функционируют совместно человек и технические средства, осуществляющие сбор и содержательную обработку информации по разветвленным алгоритмам с целью принятия оптимальных решений по управлению технологическим процессом или производством. Это сложные человеко-машинные системы, в которых функции управления кем-либо остаются за человеком. В дальнейшем мы будем использовать термин «лицо, принимающее решение». Если речь идет об управлении как оптимизационном процессе, то необходимо определиться с термином «цель управления».

Цель управления – приведение объекта управления в желаемое для лица, принимающего решения, состояние за наименьшее время и число управляющих воздействий.

Объект управления – технологический процесс, имеющий набор входных воздействий или факторов и выходных параметров.

Цель управления может выражаться абстрактными понятиями. Например, получение максимальной производительности технологической установки, проектирование механизма с наилучшими показателями качества, излечение больного за меньшее количество дней и т. д. Для определения степени достижения цели необходимо ввести количественный критерий, который будет выражать степень достижения цели и служить для отбора оптимального варианта управления. Назовем его критерием оптимальности, а его численное значение — значением целевой функции $Z = f(Y)$.

После определения критерия оптимальности необходимо выбрать входные факторы и выходные параметры. Если мы говорим об управлении, то к входным факторам предъявляются следующие требования. Факторы x_i ($i = 1, 2, \dots, m$) должны быть управляемыми, т. е. неслучайными и независимыми между собой. Число управляемых факторов определяется размерностью факторного пространства, в котором они могут изменяться. Каждый фактор имеет границы, в рамках

которых он существует, и его можно изменять. Эти границы характеризуют интервал определения соответствующего фактора. Например, для температуры воды при нормальном давлении этот интервал будет от 0°C до 100°C . Интервал определения отдельных факторов совместно характеризует область определения факторов в факторном пространстве. Факторы бывают количественными (измеримыми) и качественными (неизмеримыми). Количественные факторы могут непрерывно изменяться в своем интервале определения. Качественным факторам приписывают отдельные, изолированные значения, которые чаще всего соответствуют числам натурального ряда.

Одним из основных требований к факторам является их управляемость, т. е. возможность их поддержания на данном уровне до принятия нового решения. При управлении часто необходимо одновременно изменять значения нескольких факторов. Для этого требуется, чтобы факторы как совокупность были совместными и независимыми.

Совместность факторов означает, что все комбинации их уровней должны быть совместимыми и безопасными. Несовместимые факторы могут появиться, например, при назначении врачами различных медикаментов. Во избежание нежелательных последствий от несовместимости факторов нужно соответствующим способом подбирать область их определения. При необходимости ее можно уменьшить или передвинуть в том или ином направлении.

Выходные величины Y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) характеризуют цели управления (качество технологического процесса) и являются параметрами для целевой функции.

Кроме управляемых факторов x_i ($i = 1, 2, \dots, m$), на объект управления оказывает воздействие и окружающая среда. Влияние окружающей среды представлено в виде факторов W_k ($k = 1, 2, \dots, n$). Эти факторы можно разделить на две группы: контролируемые и случайные. К контролируемым следует относить воздействия, изменять значения которых мы не можем, но можем их измерять и, следовательно, учитывать в модели объекта и окружающей среды. При проектировании автомобильной подвески можно учесть состояние дорожного покрытия, в экономических системах можно определить курсы валют и цены ресурсов.

Случайные неуправляемые факторы образуют шум в системе управления. Они называются возмущающими факторами. В результате действия шума при фиксированных значениях факторов x_i ($i = 1, 2, \dots, m$) каждый из параметров Y_i (выходов) будет иметь вероятностной характер. Следовательно, значение целевой функции $Z = f(Y)$ можно рассматривать как случайную величину. В медицинских системах к таким факторам относится индивидуальная реакция организма на лекарственные препараты, в сельскохозяйственных – количество осадков, температура среды и т. д.

Весь прогресс науки заключается в переводе случайных (неизвестных нам на данный момент) факторов в управляемые. В зависимости от степени влияния случайных факторов и выбирается математическая модель представления знаний об окружающей среде и объекте управления. Если влияние случайных факторов не учитывается, строятся детерминированные модели, если учитывается статистические.

При этом можно говорить не о зависимости между параметром Z и факторами x_i ($i = 1, 2, \dots, m$), а о взаимозависимости между условным математическим ожиданием Z и множеством управляемых факторов.

Окружающая среда и объект управления составляют изолированную систему, которая методом декомпозиции выделена на некоем иерархическом уровне управления.

При выборе факторов W_k ($k = 1, 2, \dots, n$) нужно включить все существенные, оказывающие влияние на объект управления.

Множество входных факторов должно быть полным. От выбора факторов зависит успех решения данной оптимизационной задачи. Факторы, не оказывающие влияния на значение целевой функции, будут отсечены на этапе определения параметров математической модели объекта управления и среды.

Следующим шагом оптимального управления является составление математической модели объекта управления и среды. Она представляется в виде целевой функции $mZ = f(x_1, x_2, \dots, x_m, w_1, w_2, \dots, w_i)$, где mZ – условное математическое ожидание значения целевой функции; $x_1, x_2, \dots, x_m, w_1, w_2, \dots, w_i$ – значения управляемых и контролируемых факторов.

Эта математическая модель и представляет собой знания об объекте управления и окружающей среде. Остается запустить некий алгоритм, который определит такие значения входных факторов $x_1, x_2, \dots, x_m, w_1, w_2, \dots, w_i$, при которых значение целевой функции Z достигает желаемого значения.

5.1.2 Общая структура СППР и их классификация.

В самом общем виде процесс принятия решений как оптимизационный представлен на в графической части на рисунке 1. Такое управление подразумевает наличие объекта управления, функционирующего в некоей среде, лица, принимающего решения и СППР.

В качестве объекта управления следует понимать некий технологический процесс в самом общем виде. Примерами таких процессов могут выступать: проектирование технического объекта; диагностика состояний объектов различной природы; управление параметрами объектов в режиме реального времени; управление субъектом хозяйствования и т. д.

Под средой можно понимать всевозможные условия, в которых осуществляется функционирование объекта управления.

На вход объекта управления подается набор управляющих факторов и воздействие окружающей среды. На выходе фиксируются значения выходных параметров Y .

Лицо, принимающее решение, имеет возможность изменять значения входных факторов (x_1, x_2, \dots, x_m) в рамках области определения каждого фактора.

СППР представляет собой автоматизированную систему обработки информации (см. рисунок 1) и содержит: D – блок сбора и ввода информации; B – базу фактов об объекте управления и окружающей среде; I – интерпретатор; M – базу знаний; F – механизм порождения решения.

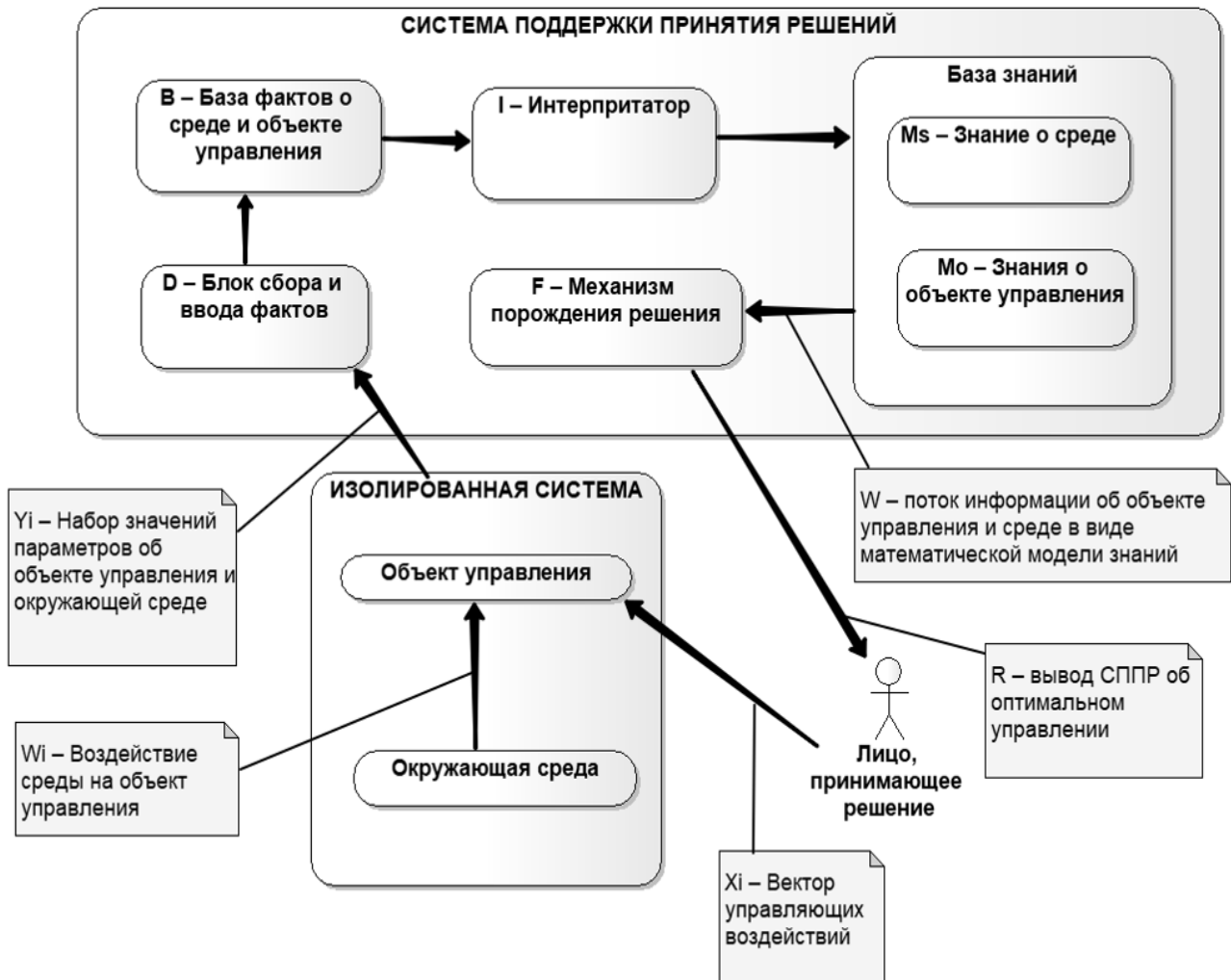


Рисунок 1 – Общая структура СППР

Блок сбора и ввода информации представляет собой граничный класс, позволяющий специалисту в данной предметной области вносить факты в СППР. Под фактом понимаются зафиксированные значения факторов $x_1, x_2, \dots, x_m, w_1, w_2, \dots, w_i$ и соответствующее им значение целевой функции Z_i . Обычно после изменения значений факторов наступает переходный процесс, в результате которого объект управления переходит в новое состояние. Важно в течение переходного процесса поддерживать постоянные значения факторов. Окончанием переходного процесса является факт стабилизации значения Z_i . Под стабилизацией следует понимать, что диапазон изменения значения Z_i под действием случайных факторов не превышает некоторой величины. Факт вносится в СППР только после окончания переходного процесса. Для некоторых динамических систем это требование достаточно сложно выполнить.

При разработке систем автоматизации управления технологическими производственными процессами имеется возможность собирать факты в автоматическом режиме. Для этого устанавливается соответствующая измерительная аппаратура, фиксирующая как значения входных факторов $x_1, x_2, \dots, x_m, w_1, w_2, \dots, w_i$, так и параметров Y_i ($i=1, 2, \dots, n$).

Если делопроизводство или бухгалтерский учет на предприятии ведется в электронном виде, то блок D представляет собой программу извлечения необходимой информации из баз данных. Так, например, СППР эффективности заключенных контрактов на поставку продукции извлекает факты из программы 1С-бухгалтерия, а СППР качества учебного процесса в вузе использует данные об рейтингах успеваемости студентов, учебных планах, обеспеченности литературой и т. д.

Блок сбора и ввода фактов в простейшем случае представляет диалоговое окно с набором текстовых полей. В них специалист в предметной области вводит значение факторов и параметров управления. Для снижения трудоемкости этой работы можно применить технологии сканирования документов или ввод данных из различных источников с использованием сетевых технологий. Для медицинских СППР необходимые факты извлекались из историй болезни.

База фактов о среде и объекте управления представляет таблицу. Заголовки столбцов соответствуют набору факторов и соответствующим им значениям параметров. Информация в базе фактов хранится в терминах, размерности и значениях, принятых в соответствующей предметной области.

Для поддержания актуальности СППР база фактов должна периодически обновляться. Так, например, в СППР оценки стоимости недвижимости тот факт, что пять лет назад квартира была продана за 25 тыс. долл., представляет скорее исторический интерес, чем руководство к действию сегодня. В медицине методики диагностирования и лечения меняются медленно, и базы фактов соответствующих СППР можно только пополнять.

Интерпретатор-блок, осуществляющий обработку базы фактов по специальному алгоритму. Результаты обработки представляют собой математическую модель окружающей среды, объекта управления. Математическая модель с набором соответствующих параметров представляет базу знаний. Интерпретатор изменяет параметры базы знаний только при изменении базы фактов.

Модель знаний M содержит математическую модель (ММ) объекта управления MO и среды MS . При этом существует несколько уровней этих знаний: от фундаментальных (неизменных) знаний до знаний, которые зависят от данной конкретной ситуации.

Механизм порождения решения F анализирует состояние объекта управления и среды и предлагает на рассмотрение лицу, принимающему решение, некоторые варианты на рассмотрение.

Существенным отличием объектно-ориентированной СППР от традиционной является два момента.

Во-первых, наличие модели знаний. Модель знаний отделена от механизма порождения решений, следствием чего является существенное упрощение описания системы управления и ее функционирования. Такой способ представления знаний в области интеллектуальных систем носит название декларативного представления знаний в отличие от процедурного способа представления знаний в виде алгоритмов управления.

Удобство разделения блоков F и M связывают также и с тем, что заменить информацию в M гораздо легче, чем написать новые процедуры для блока F .

Во-вторых, наличие интерпретатора I . Этот блок постоянно изменяет, уточняет и пополняет содержание блока M .

Механизм порождения решения F служит для выбора оптимальной стратегии управления. Генерируемые решения базируются на основе информации о выходных параметрах объекта управления и модели знаний.

В основу классификации систем поддержки принятия решения следует положить вид математической модели на основе представления знаний об объекте управления и среде.

Можно выделить системы поддержки принятия решения на основе:

- имитационного моделирования;
- алгебры логики (экспертные системы);
- статистической обработки информации;
- нейронных сетей.

Ряд систем используют комбинированный подход к представлению знаний.

5.2 Математические модели СППР

Математическая модель объекта управления и окружающей среды есть совокупность математических объектов (чисел, переменных, матриц, уравнений и т. п.) и отношений между ними, которая адекватно отображает их свойства. Формирование базы знаний в СППР основано на оперировании математической модели (ММ). С их помощью механизм порождения решений прогнозирует значение целевой функции и оценивает возможности предложенных вариантов управления.

В СППР сформулированы положения математического моделирования, выбран и развит соответствующий математический аппарат, получены типовые ММ различных объектов, формализованы методы получения и анализа ММ систем. Сложность задач моделирования и противоречивость требований высокой точности, полноты и малой трудоемкости анализа обуславливает целесообразность компромиссного удовлетворения этих требований с помощью соответствующего выбора моделей и развитие алгоритмов адаптивного моделирования.

Формы представления моделей.

Для представления ММ используются следующие основные формы.

Инвариантная форма – запись соответствующей модели с помощью традиционного математического языка безотносительно к методу решения задачи.

Алгоритмическая форма – запись соотношений модели и выбранного численного метода решения в форме алгоритма.

Аналитическая форма – запись модели в виде результата аналитического решения исходных уравнений модели. Обычно модели в аналитической форме представляют собой явное выражение выходных параметров как функций внутренних и внешних параметров.

Схемная форма называется также графической формой – представление модели на некотором графическом языке, например, на языке UML, графов и т. п. Графические формы удобны для восприятия человеком. Использование таких

форм возможно при наличии правил однозначного истолкования графических примитивов на язык инвариантных или алгоритмических форм.

Среди алгоритмических моделей важный класс составляют имитационные модели, предназначенные для имитации физических или информационных процессов в объекте управления при задании различных значений входных факторов. Собственно, имитацию названных процессов называют имитационным моделированием. Примерами имитационных моделей являются модели технических систем в виде набора дифференциальных уравнений или модели систем массового обслуживания, предназначенные для имитации процессов прохождения заявок через систему.

5.2.1 Требования к математическим моделям.

Основными требованиями, предъявляемыми к ММ, являются требования адекватности, универсальности, экономичности.

Адекватность. Модель считается адекватной, если отражает заданные свойства объекта с приемлемой точностью. Точность определяется как степень совпадения значений выходных параметров модели и объекта. Пусть ε_j – относительная погрешность по j -му параметру:

$$\varepsilon_j = (\bar{Y}_j - Y_j) / Y_j,$$

где \bar{Y}_j – j -й выходной параметр, рассчитанный с помощью модели;

Y_j – тот же параметр, имеющий место в моделируемом объекте.

Погрешность модели $\varepsilon_{пред}$ по совокупности учитываемых выходных параметров оценивается одной из норм вектора $\varepsilon_m = \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m$, например,

$$\varepsilon_m = \max_{j=1,m} |\varepsilon_j| \quad \text{или} \quad \varepsilon_j = \sqrt{\sum_{j=1}^m \varepsilon_j^2}.$$

Точность модели различна в разных условиях функционирования объекта. Эти условия характеризуются внешними параметрами. Если задаться предельно допустимой погрешностью $\varepsilon_{пред}$, то можно в пространстве выходных параметров выделить область, в которой выполняется условие

$$\varepsilon_m < \varepsilon_{пред}.$$

Эту область называют областью адекватности модели. Возможно введение индивидуальных предельных значений $\varepsilon_{предj}$ для каждого выходного параметра и определения области адекватности модели как области, в которой одновременно выполняются все m условий вида $|\varepsilon_j| < \varepsilon_{предj}$.

Определение области адекватности для конкретных моделей – сложная процедура, требующая больших вычислительных затрат. Эти затраты и трудности

определения области адекватности быстро растут с увеличением количества входных параметров.

Универсальность. При определении области адекватности модели необходимо выбрать совокупность входных факторов и совокупность выходных параметров, отражающих учитываемые в модели свойства, т. е. определить размерность модели. Увеличение размерности модели расширяет применимость модели, но существенно увеличивает (удорожает) работу по ее составлению и проверки на адекватность.

Экономичность. Экономичность модели характеризуется затратами вычислительных ресурсов для ее реализации, а именно затратами машинного времени и требованиями к памяти ЭВМ. Общие затраты СППР на выработку оптимального решения зависят как от выбранных моделей, так и от методов решения.

В большинстве случаев при реализации численного метода поиска оптимального решения происходит многократное обращение к модели. Тогда необходимо разграничивать затраты машинного времени, получающиеся при обращении к модели, а число обращений к модели можно учитывать при оценке экономичности метода решения.

Требования широких областей адекватности, высокой степени универсальности, с одной стороны, и высокой экономичности, с другой, являются противоречивыми. Наилучшее компромиссное удовлетворение этих требований оказывается неодинаковым в различных применениях. Это обстоятельство обуславливает использование в СППР многих моделей для объектов управления одного и того же типа.

5.2.2 Построение механизма вывода СППР на основе вероятностных моделей.

Нормальный закон распределения.

Нормальный закон распределения, известный также как закон Гаусса, находит широкое применение в различных областях познания. Он играет исключительно важную роль в теории вероятностей, теории ошибок, математической статистике и т. д. Именно для случая нормального распределения разработаны наиболее полно различные статистические методы.

Чрезвычайно широкое приложение нормального закона основывается на центральной предельной теореме. Согласно этой теореме, если имеем n независимых случайных величин X_1, X_2, \dots, X_n с конечными математическими ожиданиями и дисперсиями, то при $n \rightarrow \infty$ закон распределения суммы или среднеарифметического значения данных случайных величин неограниченно стремится к нормальному, независимо от их закона распределения, достаточно только, чтобы между случайными величинами X_1, X_2, \dots, X_n не было доминирующих относительно влияния на сумму.

На практике считается, что распределение суммы 10–20 одинаково распределенных случайных величин достаточно близко к нормальному закону. В частном случае, когда случайные величины распределены по закону равной вероятности в интервале $[0, 1]$, даже при $n = 6$ получается приемлемое приближение к нормальному закону.

Главной особенностью нормального закона является то, что это предельный закон, к которому стремятся остальные законы распределения при определенных условиях. Нормальный закон можно использовать и тогда, когда известен истинный закон распределения, но приближенное представление через нормальный закон удобнее для работы.

Плотность распределения при нормальном законе задают следующей формулой:

$$f(x; a, b) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2b^2}\right),$$

где a, b – действительные постоянные, принимающие в каждом случае конкретные значения.

Из формулы видно, что распределенная по нормальному закону случайная величина X может изменяться в интервале $(-\infty, +\infty)$. Встречающиеся на практике случайные величины обычно изменяются в каких-либо конечных интервалах. Это обстоятельство не мешает использованию нормального закона для описания таких случайных величин.

Эта возможность базируется на том, что в конечный интервал длиной $6\sigma[X]$ и серединой, совпадающей с $m_1[X]$, практически попадают все возможные значения распределенной по нормальному закону случайной величины X . В этом мы убедимся дальше.

Постоянные a и b плотности распределения называются параметрами нормального закона и однозначно определяют его.

Закон симметричен относительно вертикали, отстоящей от начала координат на величину a .

То, что данная случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $m_1[X]$ и средним квадратичным отклонением $\sigma[X] = b$, можно записать так: $X \sim N(a, b)$.

Если распределение случайной величины существенно отличается от известных законов распределения, необходимо описать произвольный закон распределения. В этом случае реальную совокупность, в которой изучаемый признак X имеет различные значения у различных элементов, заменяют абстрактной совокупностью, в которой признак X имеет постоянное значение x_{cp} , подобранное таким образом, что данная абстрактная совокупность равносильна исходной по отношению признака X . Все изложенное представляется в виде аналитического выражения, в котором опытные значения x_1, x_2, \dots, x_n заменяются значениями x_{cp} .

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_{cp}, x_{cp}, \dots, x_{cp}).$$

Сначала необходимо сгруппировать данные в m групп (классов), а затем вычислить оценки различных числовых характеристик. Число групп m можно определить исходя из различных соображений.

В тех случаях, когда с помощью сгруппированных данных будут проверять гипотезы о законе распределения изучаемой случайной величины, число групп определяют по одной из известных в литературе эмпирических формул, например по формуле $m \approx 1 + 3,2 \lg(n)$.

Число групп, определенное по этой формуле представлено в таблице 4.

Таблица 4 – Число групп

n	50	100	500	1000	10000
m	5	7	10	11	14

Ширина класса определяется отношением

$$d = (x_{\max} - x_{\min}) / m = \frac{\hat{R}}{m},$$

где x_{\max} , x_{\min} — максимальное и минимальное значения изучаемой величины X ;
 R — статистический размах величины X .

После этого находят границы отдельных классов (таблица 5) и число наблюдений v_j , где $j = 1, 2, \dots, m$ в каждом классе.

Таблица 5 – Границы отдельных классов

X_{\min}	$X_{\min} + d$
$X_{\min} + d$	$X_{\min} + 2d$
...	...
$X_{\min} + (m - 1)d$	$X_{\min} + md$

Значения X , которые совпадают с какой-либо границей класса, обычно относят к следующему классу или же делят поровну на два соседних класса. Сгруппированные данные записывают в таблицу (таблица 6).

Таблица 6 – Группировка опытных данных

Граница класса	Середина класса	Частота		
		абсолютная	относительная	суммарная относительная
$X_{\min}; X_{\min} + d$	x_M^1	v_1	$f_1 = v_1 / n$	f_1
$X_{\min} + d; X_{\min} + 2d$	x_M^2	v_2	$f_2 = v_2 / n$	$f_1 + f_2$
...
$X_{\min} + (m - 1)d; X_{\min} + md$	x_M^m	v_m	$f_m = v_m / n$	$\sum_{j=1}^m f_j$
Σ		n	1	

В результате группировки все значения случайной величины X , которые попадают в один класс, заменяют средним значением для этого класса.

Сгруппированные в таблице опытные данные можно представить графически. Это является одним из первых этапов опытного определения вида распределения изучаемой случайной величины X . Графическое представление сгруппированных данных может быть различным. Так, по данным первой и четвертой граф таблицы можно построить *гистограмму распределения*.

В обоих случаях при использовании четвертой графы получается график *эмпирической плотности распределения*.

Среднее арифметическое для сгруппированных данных можно найти по формуле

$$\bar{X}_B = \frac{x_M^1 v_1 + x_M^2 v_2 + \dots + x_M^m v_m}{v_1 + v_2 + \dots + v_m},$$

где \bar{X}_B – взвешенное среднее арифметическое.

Для использования в СППР необходимо интерполировать значения плотности распределения. Наиболее удобна сплайн-интерполяция полиномами второй степени.

Проверка гипотезы о законе распределения.

При большинстве статистических методов обработки экспериментальных данных необходимо знание законов распределения случайной величины. Гипотезу о законе распределения случайной величины на основе экспериментальных данных можно проверить с помощью так называемых критериев согласия.

Использование критериев сводится к следующему. На основе опытных данных об изучаемой случайной величине X необходимо проверить гипотезу H_0 , заключающуюся в том, что величина X подчиняется известному закону распределения. Какой бы теоретический закон ни был выбран, всегда между теоретическим и экспериментальным распределением существует некоторое различие. Количественной мерой этого различия служат критерии согласия. Наибольшее распространение получил критерий согласия Пирсона χ^2 .

При использовании критерия Пирсона χ^2 необходимо опытные данные сгруппировать в m групп и в каждой определить эмпирические абсолютные частоты v_i ($i = 1, \dots, m$). Недостатком этого критерия является то, что число классов m в некоторой степени определяется произвольно. Наибольшее распространение получили следующие эмпирические формулы:

$$m \leq 5 \lg(n); \quad m \approx \sqrt{n}; \quad m \approx 1 + \log_2 n .$$

После этого для каждой группы нужно определить теоретическую абсолютную частоту

$$v_{ij} = nP_j ,$$

где n – объем выборки;

P_j – вероятность попадания изучаемой случайной величины в j -ю группу.

Вероятность P_j вычисляется отдельно для каждого проверяемого закона. Для нормального закона распределения используется формула

$$P(x_1 < X < x_2) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2b^2}\right) dx .$$

Определенный интеграл в правой части нельзя вычислить точно, т. к. соответствующий неопределенный интеграл не выражается конечным числом элементарных функций. Для приближенного вычисления интеграла приходится численно интегрировать функцию $f(x)$ или воспользоваться стандартной функцией листа Excel НОРМРАСП (x;среднее; стандартное_откл; интегральная).

Параметры функции: x – значение, для которого строится распределение; Среднее – оценка значения $m_1[X] = a$; Стандартное_откл – оценка значения $\sigma[X] = b$; Интегральная – логическое значение, определяющее форму функции. Если интегральная имеет значение ИСТИНА, то функция НОРМРАСП возвращает интегральную функцию распределения; если это аргумент имеет значение ЛОЖЬ, то возвращается функция плотности распределения.

Для самостоятельного вычисления значения функции $F(x)$ необходимо проинтегрировать функцию $f(x)$ с помощью правила трапеций в интервале от $x_1 = a - 3b$ до $x_2 = x$.

Для оценки близости теоретического и эмпирического распределения по критерию Пирсона используют формулу

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^m (v_j - v_{tj})^2 / v_{tj} .$$

Вычисленное значение $\chi^2_{выч}$ сравнивают с критическим $\chi^2_{крит}$, которое берется из справочной таблицы (таблица критических точек распределения Пирсона «хи-квадрат»), вычисляется по формуле

$$\chi^2_{крит} = \chi^2_{\alpha, k} ,$$

где α – квантиль надежности;

k – число степеней свободы.

5.2.3 Математическая модель СППР на основе уравнения регрессии.

Цель любого эксперимента заключается в получении опытных данных об исследуемой системе. Опытные данные могут накапливаться либо с помощью активного эксперимента, либо с помощью пассивных наблюдений. В случае активного эксперимента воздействие на систему осуществляется по заранее спланированной программе – плану эксперимента.

В любом случае исследуемая система (объект) характеризуется:

- входными параметрами $x_i, i = 1, \dots, n_i$;
- выходными параметрами $y_j, j = 1, \dots, n_j$;
- внутренними (собственными) параметрами $h_k \in H, k = 1, \dots, n_k$;
- параметрами возмущающих воздействий $v_l, l = 1, \dots, n_l$.

Параметры возмущающих воздействий оказывают влияние на систему и проявляют себя как случайные величины или случайные функции.

Одной из основных задач регрессионного анализа является выявление взаимосвязей между входными и выходными параметрами системы и представление их в виде математической модели

$$y = f(x_1, x_2, x_3).$$

Входные параметры называют факторами. Каждый фактор имеет область определения (область допустимых значений). Комбинация факторов рассматривается как факторное пространство. Область возможных комбинаций факторов определяется планом эксперимента.

Факторы должны удовлетворять следующим требованиям:

- управляемость;
- однозначность (трудно управлять фактором, который, в свою очередь, является функцией других факторов);
- независимость, т. е. возможность установки любого уровня фактора вне зависимости от уровней других факторов.

Математическая обработка результатов позволяет получить уравнение регрессии, которое чаще представляется в виде полинома вида

$$y = a_0 + \sum a_i \cdot x_i + \sum a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum a_{ii} \cdot x_{ii} \cdot x_i^2 + \dots,$$

где a_0, a_{ij}, a_{ii} – коэффициенты регрессии.

Для правильного выбора степени полинома необходимо учитывать требования простоты и адекватности.

Проверка адекватности модели позволяет оценить совпадение результатов расчета по полученной модели с опытными данными.

Такая проверка выполняется с помощью соответствующих критериев, например, F -критерия Фишера. Модель считается адекватной, если значение F , полученное по формуле

$$F = \frac{S_{\text{адк}}^2}{S_Y^2},$$

где $S_{\text{адк}}^2$ – дисперсия адекватности,

S_Y^2 – дисперсия воспроизводимости, характеризующая ошибку опыта, не превышает соответствующего табличного значения при заданном уровне значимости.

Далее необходимо проверить воспроизводимость параллельных опытов при одинаковом их числе на каждом сочетании уровней факторов по критерию Кохрена. Процесс считается воспроизводимым, если выполняется неравенство

$$\sigma = \frac{S_{u \max}^2}{S_y^2} \leq \sigma_t(0,05; k1; k2) ,$$

где σ – дисперсия, характеризующая рассеивание результатов опытов на u -м сочетании уровней факторов,

$$S_y^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=2}^m (y_{u(i-1)} - y_{ui})^2 ,$$

$\sigma_t(0,05; k1; k2)$ – табличное значение критерия Кохрена;

0,05 – уровень значимости (значение вероятности, отвечающее событиям, которые в данных условиях эксперимента можно считать практически невозможными);

$k1$ – число степеней свободы, $k1 = n$, где n – общее количество опытов;

$k2$ – число степеней свободы, $k2 = m - 1$, где m – количество параллельных опытов.

Если проверка по критерию Кохрена выполняется, то можно перейти к расчету коэффициентов регрессии по формулам:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n \bar{y}_u ;$$

$$a_i = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} \cdot \bar{y}_u ;$$

$$a_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot \bar{y}_u .$$

После расчета коэффициентов следует проверить их значимость с помощью t -критерия Стьюдента. При этом необходимо определить доверительный интервал каждого коэффициента регрессии. Для этого требуется вычислить дисперсии коэффициентов регрессии. Дисперсия $S^2(a_i)$ i -го коэффициента вычисляется по формуле

$$S^2(a_i) = \frac{1}{n \cdot m} S_y^2 .$$

Доверительный интервал

$$\Delta a_i = \pm t \cdot S(a_i),$$

где t – табличное значение критерия при принятом уровне значимости и числе степеней свободы $f = n \cdot (m - 1)$, с которым определяется дисперсия S_Y^2 ;

$S(a_i)$ – ошибка в определении i -го коэффициента регрессии, $S(a_i) = \sqrt{S^2(a_i)}$.

Коэффициент считается значимым, если выполняется неравенство

$$|a_i| \geq \Delta a_i = t \cdot (0,05; f) \frac{S_y}{\sqrt{n}},$$

где $t(0,05, f)$ – табличное значение критерия Стьюдента.

Коэффициент считается значимым, если выполняется условие

$$|a_i| > \Delta a_i.$$

Далее необходимо привести полученную линейную модель эксперимента в виде

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_{ii} x_i^2 + \dots$$

Следующим этапом работы является проверка адекватности полученной модели с помощью критерия Фишера. Модель считается адекватной, если имеет место неравенство

$$F = \frac{S_{adk}^2}{S_y^2} \leq F(0,05, f_{adk}, f_u),$$

где S_{adk}^2 – дисперсия адекватности,

$$S_{adk}^2 = \frac{\sum_{u=1}^n (\bar{y}_u - y_{pu})^2}{n - k - 1};$$

y_{pu} – расчетное значение функции отклика в u -м опыте;

n – количество опытов;

$F(0,05, f_{adk}, f_u)$ – табличное значение критерия Фишера при 5-процентном уровне зависимости;

f_{adk} – число степеней свободы дисперсии адекватности, $f_{adk} = n - k - 1$;

k – количество факторов;

f_u – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости, $f_u = n \cdot (m - 1)$.

Если после расчетов окажется, что условие не выполняется, то это значит, что полученная модель неадекватно описывает реальный процесс. В таком случае скорее всего придется сузить интервалы варьирования факторов и весь процесс планирования эксперимента повторить.

Список литературы

1 **Борисов, В. В.** Экспертные системы: учебное пособие / В. В. Борисов, А. В. Бобряков, А. Е. Мисник. – Смоленск: Универсум, 2021. – 110 с.

2 **Сосинская, С. С.** Представление знаний в информационной системе. Методы искусственного интеллекта и представления знаний: учебное пособие / С. С. Сосинская.– Старый Оскол : ТНТ, 2019. – 216 с.

Приложение А (обязательное)

Бланк задания на курсовую работу по дисциплине «Экспертные системы»

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой ПОИТ

_____ Кутузов В. В.

ЗАДАНИЕ на курсовую работу по дисциплине «Экспертные системы»

Студенту группы АСОИР _____

Тема проекта «Разработка системы поддержки принятия решений (СППР)
на примере объекта _____

Срок сдачи проекта согласно графику учебного процесса

Исходные данные для проекта

1 Конспект лекций по дисциплине «Экспертные системы».

2 Экспертные системы «Методические указания по курсовому проектированию».

Содержание расчетно-пояснительной записки.

1 Анализ предметной области

1.1 Составление базы фактов.

В базу фактов включается информация об объектах исследования с указанием не менее пяти потребительских качеств и стоимости. Обязательно включить показатель надежности, как правило, он оценивается коэффициентом падением стоимости на вторичном рынке 2–3-летних объектов. Объем базы фактов – не менее 30 экземпляров.

1.2 Нормирование базы фактов. Потребительские качества нормируются в пределах от $[0...1]$, при этом 0 соответствует наихудшему значению, а 1 – наилучшему.

2. Формирование базы знаний.

2.1 Формирование базы знаний на основе вероятностных характеристик.

Определить основные статистические характеристики распределения показателей качества и стоимости (среднее значение, дисперсии, размах, асимметрия, эксцесс).

Для каждого показателя строится по две диаграммы (функция плотности распределения и функция распределения). На каждой диаграмме изображается реальный закон распределения и нормальный, построенный по определенным ранее статистическим характеристикам.

2.2 Формирование базы знаний на основе целевой функции.

Целевая функция представляет сумму произведений персональных оценок весовых коэффициентов показателей качества и нормированных значений показателей качества. Приводится диаграмма распределения исследуемых объектов в координатах: целевая функция качества – стоимость объекта.

Согласно критерию Парето оптимальный выбор соответствует вариантам с наибольшим значения целевой функции при данной цене.

2.3 Формирование базы знаний на основе регрессионного анализа.

2.3.1 Определить коэффициенты корреляции между показателями качества и стоимостью. Проверить их на значимость с помощью критерия Стьюдента.

Повторить п. 2.3.1 для целевой функции.

2.3.2. Для показателей, где коэффициент корреляции оказался значимым, методом наименьших квадратов строятся линейные уравнения регрессии. Их адекватность проверяется критерием Фишера.

2.3.3 Повторить п. 2.3.1 для целевой функции.

3 Разработка интерфейса СППР.

3.1 Разработка диалоговой формы.

Разработать форму, где пользователь может вводить показатели качества и значения весовых показателей качества. Вид диалоговой формы представлен в приложении В.

3.2. Разработка алгоритма формирования вывода.

СППР формирует выводы в двух режимах:

1) указывает среднерыночную стоимость объекта с данными показателями качества;

2) указывает объект с наилучшей целевой функцией при данной стоимости.

Консультант по проекту _____

Подпись студента и дата _____

Приложение Б (обязательное)

Таблица Б.1 – Варианты исследуемых предметных областей

Номер варианта	Предметная область	Номер варианта	Предметная область
1	Приборы ночного видения	26	Посудомоечные машины
2	Бытовые кондиционеры	27	Бытовые водонагреватели
3	Эллиптические тренажеры	28	Счетчики валют
4	Графические планшеты	29	Велосипеды дорожные
5	Проекторы	30	Велосипеды детские
6	Плиты электрические	31	Плиты газовые
7	СВЧ печи	32	Беговые дорожки
8	Перфоратор строительный	33	Видеорегиcтpатор автомобильный
9	Бытовые кофеварки	34	Велотренажеры
10	Музыкальные центры	35	Холодильники
11	Утюги	36	Котел газовый бытовой
12	Цифровые фоторамки	37	Пароочистители бытовые
13	Газонокосилки	38	Пылесосы
14	Мобильные телефоны	39	Радиотелефоны
15	Факсы	40	Видеокамеры
16	Бинокли и подзорные трубы	41	Телевизоры
17	Спутниковые ресиверы	42	Домашние кинотеатры
18	Плееры DVD, Blu-ray	43	MP3 плееры
19	Синтезаторы	44	Планшеты
20	Электронные книги	45	Принтеры и МФУ
21	Швейные машины бытовые	46	Вентиляторы
22	Обогреватели бытовые	47	Тепловые пушки
23	Бассейны бытовые	48	Наручные часы
24	Гребные тренажеры	49	Лодочные моторы
25	GPS навигатор	50	Автосигнализации
26	Автомобильные магнитолы	51	Радар детекторы
27	Скутеры и мопеды	52	Квадроциклы
28	Сварочные аппараты бытовые	53	Электроотвертки и шуруповерты

Приложение В (обязательное)

Примерный вид диалоговых окон СППР

The dialog window contains the following elements:

- Buttons labeled **S** and **F**. A line from **F** points to the text "2 функция". A line from **S** points to the text "первая функция".
- Checkboxes: 1 критерий and 2 критерий.
- A large rectangular area labeled "окно для вывода результатов".
- A button labeled **ОК**.
- On the right side, a vertical list of input fields:
 - Label A_i above the first field.
 - Five empty input fields.
 - Label "5 штук" with a line pointing to the third field.
 - Label "Сумма" with a line pointing to the fifth field.
 - A button labeled **1** at the bottom right.

Рисунок В.1 – Работа СППР в режиме поиска объекта с наилучшей целевой функцией при данной стоимости

The dialog window contains the following elements:

- Section header: **ВВОДИМ значения показателей качества**.
- Five empty input fields for quality indicators.
- Section header: **Стоимость**.
- One empty input field for cost.
- A large rectangular area labeled "вывод результата".
- A button labeled **ОК**.

Рисунок В.2 – Работа СППР в режиме определения среднерыночной стоимости объекта с данными показателями качества.