



## УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Статья посвящена управлению электромеханической системой с распределенными параметрами. Представлен метод построения замкнутой системы управления электромеханической системой с распределенными параметрами с использованием корректирующего устройства, находящегося в обратной связи. Приведена структурная схема предлагаемого метода. Рассчитана передаточная функция и представлено графическое изображение корректирующего устройства. Рассмотрены достоинства и недостатки полученной передаточной функции. Представлена ЛАЧХ системы с распределенными параметрами без дополнительного контура и с дополнительным контуром по пространственной координате. Проведен анализ полученного результата.

Система с распределенными параметрами, резонанс, корректирующее устройство, восстановление данных, гиперболическая тригонометрическая функция.

Различные объекты во многих областях техники представляют собой системы с распределенными параметрами (СРП). Это протяженные линии электропередач, трубопроводы и нефтепроводы, колонны труб при бурении, тросы или канаты в подъемных механизмах [1, 2].

Система уравнений, которая описывает СРП [1]:

$$\begin{cases} \rho(x) \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} - E \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = f(x, t), \\ Q(x, 0) = Q_0(x), Q(L, t) = Q(L, t), \\ \frac{\partial Q}{\partial t}(x, 0) = Q_1(x), \\ \frac{\partial Q}{\partial t}(x, 0) = \frac{\partial Q}{\partial t}(L, 0), \\ 0 \leq x \leq L, t \geq 0, \rho(x) \geq 0, E \geq 0, \end{cases}$$

где  $\rho(x)$  – плотность объекта, кг/м<sup>3</sup>;  $E$  – линейный модуль упругости, Н/мм<sup>2</sup>;  $Q$  – смещение точки от положения равновесия, м;  $f(x, t)$  – задающее воздействие.

В процессе работы постоянно изменяется переменная  $x$ , которая характеризует относительное положение рабочей массы (нагрузки).

Наибольшее влияние на работоспособность всей СРП оказывает изменение частоты первого резонанса, так как это приводит к изменению полосы пропускания электропривода, что требует изменения настроек системы управления двигателем.

Упругость таких объектов влияет на работу системы управления, что приводит к изменению стандартных настроек систем. Решением этой проблемы является использование корректирующего устройства [3–5].

Передаточные функции СРП обладают ярко выраженными резонансными свойствами, которые практически исключают возможность расширения полосы пропускания разомкнутой системы за пределы частоты первого резонанса с нерезонансным регулятором [6, 7].

Корректирующее устройство, работающее по принципу восстановления данных, позволяет построить замкнутую систему управления электромеханической СРП [8].

На рисунке 1 представлена блок-схема метода.

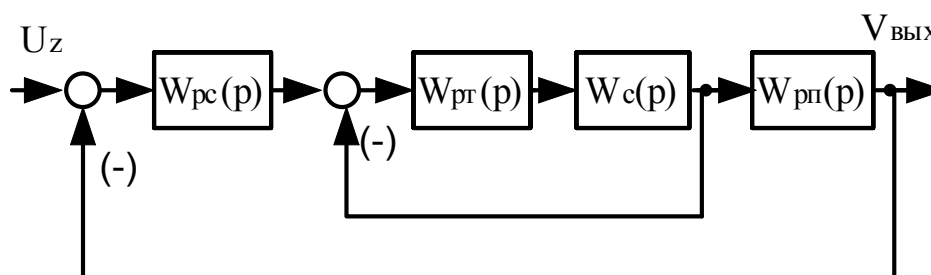


Рис. 1. Блок-схема метода:

$U_z$  – сигнал задания (постановка действия);  $W_{pc}(p)$  – регулятор скорости;  
 $W_{pr}(p)$  – регулятор тока;  $W_c(p)$  – часть электропривода с постоянными параметрами;  
 $W_{rp}(p)$  – механическая часть электромеханической системы с распределенными параметрами

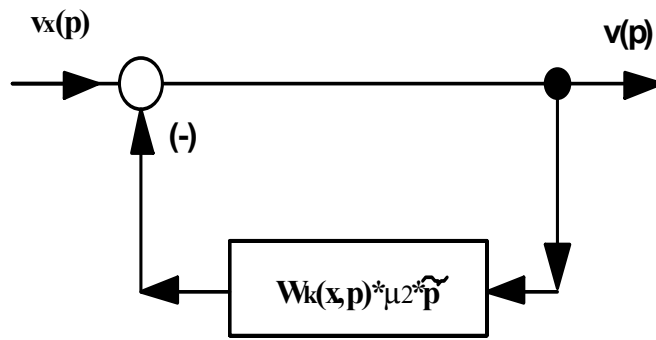


Рис. 2. Графическое изображение корректирующего устройства:  
 $v_x(p)$  – скорость движения в любой точке;  $v(p)$  – частота вращения вала двигателя;  
 $W_k(x,p)$  – вспомогательная передаточная функция;  $\mu_2$  – относительная масса груза;  
 $\tilde{p}$  – нормированный оператор Лапласа

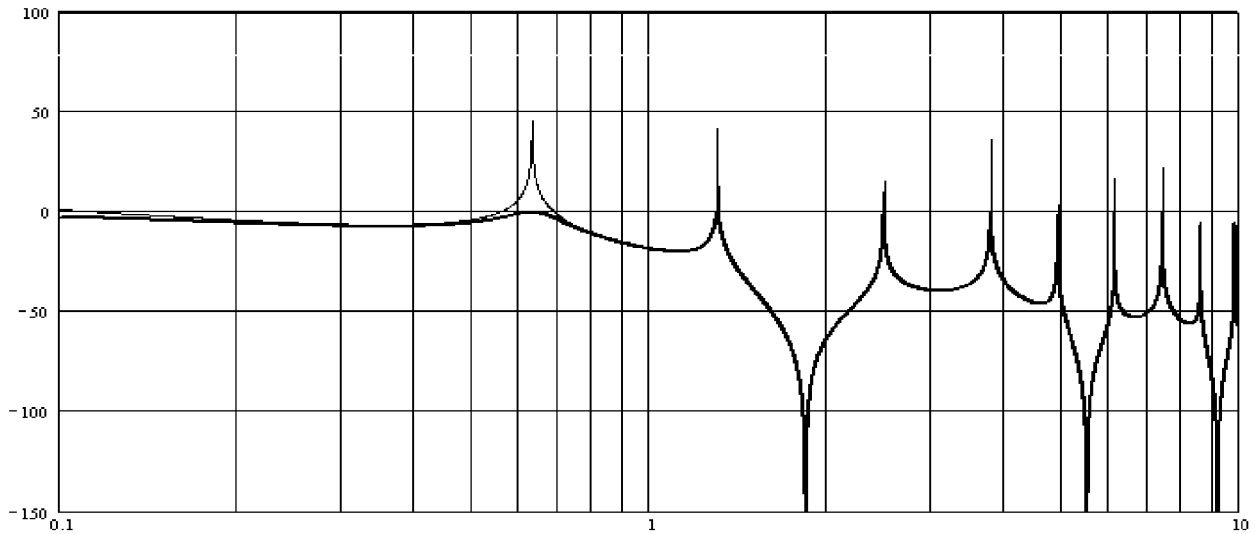


Рис. 3. ЛАЧХ распределенной системы:  
тонкой линией показана ЛАЧХ системы без дополнительной обратной связи;  
толстой линией – ЛАЧХ системы с дополнительной обратной связью

Поскольку механическая часть имеет большие геометрические размеры, напрямую измерить скорость рабочей массы (нагрузки) затруднительно. Такая возможность существует при использовании корректирующего устройства, работающего по принципу восстановления данных.

На основании передаточных функций, которые определяют скорость в различных точках распределенной системы, можно определить скорость в точке рабочей массы (нагрузки), зная скорость вала двигателя и корректирующую передаточную функцию [9]. Эта передаточная функция описывает корректирующее устройство:

$$W_{ky}(x, p) = \frac{ch(\tilde{p} \cdot \tilde{x}) \cdot sh(\tilde{p})}{\mu_2 \cdot \tilde{p} \cdot [(ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p} \cdot \tilde{x})) + sh(\tilde{p}) \cdot ch(\tilde{p})]} \quad (1)$$

Передаточная функция приводится к более простому виду:

$$W_{ky}(x, p) = \frac{sh(\tilde{p}) \cdot ch(\tilde{p})}{sh(\tilde{p}) \cdot ch(\tilde{p}) + \mu_2 \cdot \tilde{p} \cdot (ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p} \cdot \tilde{x}))} \quad (2)$$

Передаточная функция  $W_{ky}(x, p)$  преобразуется в передаточную функцию  $W_k(x, p)$ , которая находится в обратной связи:

$$W_k(x, p) = \frac{ch^2(\tilde{p}) - ch^2(\tilde{p} \cdot \tilde{x})}{ch(\tilde{p} \cdot \tilde{x}) \cdot sh(\tilde{p})} \quad (3)$$

Полученная передаточная функция проще, что удобнее для изучения и моделирования: ее аппроксимация позволяет при изменении парциальных параметров учитывать изменение резонансных свойств системы с распределенными параметрами [10].

Графически корректирующее устройство показано на рисунке 2.

Преимущества полученной передаточной функции:

- отсутствие степеней выше первой при  $p$  в знаменателе, что упрощает ее изучение;
- независимость передаточной функции от массы 1 и 2.

Недостатки полученной передаточной функции:

- наличие гиперболических тригонометрических функций, что усложняет исследование;
- наличие дифференцирующего звена, затрудняющего реализацию передаточной функции.

При построении замкнутой системы управления электромеханической системой с распределенными

параметрами точка подключения обратной связи выбирается в точке положения нагрузки.

Экспериментальный стенд подробно описан в [11].

На частоте 0,63 Гц возникает первый резонанс в системе с распределенными параметрами без дополнительной обратной связи, а на частоте 1,31 Гц – в распределенной системе с дополнительной обратной связью. Пропускная способность системы увеличена более чем вдвое без сложных настроек. Первый (наиболее опасный) резонанс сглаживается при использовании дополнительной обратной связи [12]. Использование резонансного регулятора скорости усложняет систему управления и снижает скорость системы, а поскольку резонансные частоты меняются во время работы системы, это приведет к усложнению резонансного регулятора скорости.

### Литература

1. Рассудов, Л. Н., Электроприводы с распределенными параметрами электромеханических элементов / Л. Н. Рассудов, В. Н. Мядзель. – Ленинград : Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1987. – 144 с.
2. Бутковский, А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – Москва : Наука, 1975. – 230 с.
3. Jagannathan, Sarangapani. Neural network control of nonlinear discrete-time systems / Sarangapani Jagannathan // Taylor & Francis. – vol. AC-15, 652, 2006.
4. Narendra, K.S. Frequency domain criteria for absolute stability / K.S. Narendra, J. H. Taylor // Academic Press, N. Y. and London, 1973. – 358 p.
5. Толочко, О. І. Анализ та синтез електромеханічних систем зі спостережачими стану / О. І. Толочко – Донецк : Норд-Пресс, 2004. – 298 с.
6. Kyriakos, V. Control of Complex Systems. Theory and Applications / Vamvoudakis Kyriakos, Sarangapani Jagannathan. – Butterworth-Heinemann, 2016. – 386 p.
7. Кузовков, Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Н. Т. Кузовков. – Москва : Машиностроение, 1976. – 184 с.
8. Корнеев, А. П. Применение наблюдателей состояния в системах с распределенными параметрами / А. П. Корнеев, Г. С. Ленеvский // Информационные технологии, энергетика и экономика : материалы II межрегиональной научно-технической конференции, Смоленск. 13–14 апреля 2005 г., МЭИ (ТУ). – Смоленск, 2005. – С. 40–44.
9. Корнеев, А. П. Математическое моделирование электромеханической системы с распределенными параметрами в среде MATLAB / А. П. Корнеев // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. – 2020. – № 3. – С. 33–35.
10. Корнеев, А. П. Новый способ аппроксимации механической части нестационарной электромеханической системы с распределенными параметрами / А. П. Корнеев // Наука настоящего и будущего : сборник материалов конференции V научно-практической конференции с международным участием. – Санкт-Петербург : ЛЭТИ, 2017. – С. 168–170.
11. Корнеев, А. П. Исследование систем с распределенными параметрами во временной области при помощи экспериментального стенда / А. П. Корнеев // Вестник Вологодского государственного университета. Серия: Технические науки. – 2021. – № 1. – С. 32–34.
12. Корнеев, А. П. Система управления объектом с распределенными параметрами / А. П. Корнеев // Информационные технологии в электротехнике и электроэнергетике : материалы XII Всероссийской научно-технической конференции, Чебоксары, 05 июня 2020 года. – Чебоксары : Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова, 2020. – С. 3–4.

*A.P. Korneev*

*Belarusian-Russian University*

### CONTROL OF SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

The article is devoted to the control of an electromechanical system with distributed parameters. A method for constructing a closed-loop control system for an electromechanical system with distributed parameters using a correcting device in feedback is presented. The block diagram of the proposed method is shown. The transfer function is calculated and a graphic representation of the correcting device is presented. The advantages and disadvantages of the obtained transfer function are considered. The LAFC of a system with distributed parameters without an additional contour and with an additional contour along the spatial coordinate is presented. The analysis of the obtained result is carried out.

Keywords: distributed parameter system, resonance, correcting device, data recovery, hyperbolic trigonometric function.