

УДК 624.13

ОБЩИЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ ПЛОСКИХ РАМ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ НА ПРОСТРАНСТВЕННУЮ НАГРУЗКУ

С. В. БОСАКОВ¹, О. В. КОЗУНОВА²

¹Белорусский национальный технический университет

¹РУП «Институт БелНИИС»

Минск, Беларусь

¹Белорусско-Российский университет

Могилев, Беларусь

²Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

²Белорусский государственный университет транспорта

Гомель, Беларусь

Актуальность проблемы. Сегодня широко распространены ленточные фундаменты мелкого заложения под многоэтажные здания и сооружения на естественном грунтовом основании. Фундаменты такого типа проектируются и моделируются в виде систем из перекрестных лент или балок на упругом основании, и последние являются расчетной моделью для проектирования.

Методами расчета ленточных фундаментов как системы перекрестных балок или сетчатых плит занимались И. А. Симвулиди [1], М. И. Горбунов-Посадов [2], С. Н. Клепиков [3], которые предложили приближенное решение данной задачи. В монографии [4] при расчете системы перекрестных балок на упругом четвертьпространстве С. Д. Семенюк применил метод Ритца [5], где за совокупность координатных функций при решении системы разрешающих уравнений способа Б. Н. Жемочкина [6] принят тринадцатичленный полином от функций двух переменных. Однако при длительном изучении научно-технической литературы по расчету фундаментов мелкого заложения в целом и ленточных фундаментов в частности авторам не удалось встретить их моделирование как горизонтальных плоских стержневых рам, контактирующих с упругим основанием.

Расчет стержневых систем на упругом основании с механической точки зрения есть решение контактной задачи соприкасающихся тел [8]. Поскольку в связи с трудоемкими математическими вычислениями нецелесообразно решать каждую контактную задачу через интегральные уравнения, в инженерной практике успешно используют метод Жемочкина [6], который позволяет свести контактную задачу к задаче строительной механики [9].

В данной работе получила дальнейшее развитие новая универсальная методика расчета плоских стержневых систем (плоских рам) на упругом основании как системы перекрестных шарнирно и жесткосоединенных стержней. Эта методика базируется на общем подходе к расчету сложных стержневых и пластинчатых систем на произвольном упругом основании, который раскрыт в статье [10].

Постановка задачи. Граничные условия. В работе рассматривается плоская рама как система различно-соединенных стержневых элементов на упругом основании под действием внешней нагрузки, которые образуют замкнутый контур. Расчетная модель плоской рамы на упругом основании представлена на рис. 1, а ее расчленение на отдельные стержневые элементы, которые соединены шарнирно в систему, – на рис. 2.

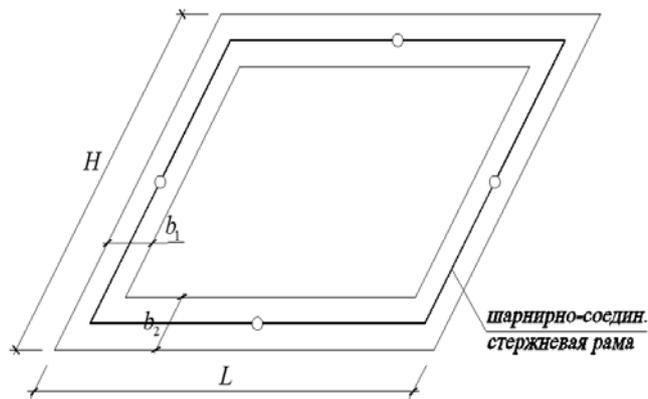


Рис. 1. Расчетная модель плоской рамы

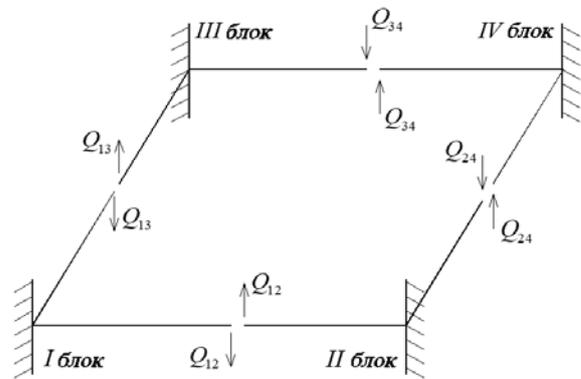


Рис. 2. Разбиение плоской рамы на Г-образные стержневые элементы, соединенные шарнирами

Следует отметить, что в данном примере плоская рама разбивается на блоки по количеству шарнирно соединяемых стержневых элементов (см. рис. 2), места их соединения моделируются цилиндрическими шарнирами (см. рис. 1), которые при формировании основной системы заменятся парой неизвестных поперечных сил Q_{ik} , в жесткие узлы вводятся фиктивные заделки смешанного метода.

При статическом расчете плоских рам на упругом основании на пространственную нагрузку вводятся *следующие гипотезы и допущения*:

- а) на контакте стержней плоской рамы с упругим основанием действуют только нормальные напряжения, без учета сил трения;
- б) для элементов плоской рамы справедливы гипотезы теории изгиба;
- в) между элементами рамы соединительные шарниры вводятся цилиндрическими;
- г) распределение контактных напряжений по ширине плоского элемента рамы равномерное;
- д) в горизонтальных элементах рамы на упругом основании от пространственной нагрузки возникают крутящие моменты, поэтому необходим учет кручения в стержневых элементах рамы.

При выборе *рациональной основной системы* смешанного метода для расчета плоской рамы на пространственную нагрузку следует использовать свойство симметрии и стремиться, чтобы в стержнях каждого блока основной системы, на которые разбивается рама, отсутствовали крутящие моменты. Окончательная эпюра крутящих моментов строится из статического равновесия узлов рамы.

Алгоритм расчета. Каждый стержень плоской рамы разбивается на одинаковые участки прямоугольной формы. В центре каждого участка (лежат на осях рамы) вводится вертикальная связь, через которую осуществляется контакт плоской рамы с упругим основанием (рис. 3). Считается, что усилие в связи вызывает равномерную эпюру давлений в пределах участка.

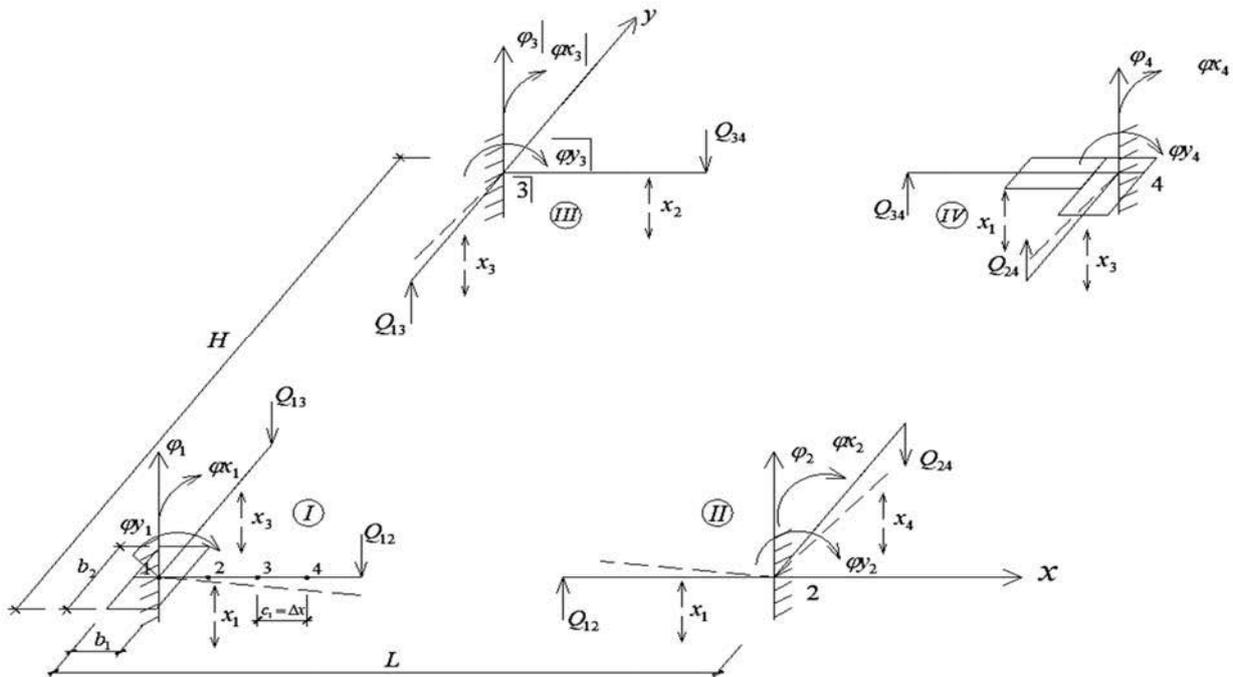


Рис. 3. Основная система смешанного метода

Полученная многократно статически неопределимая система решается *смешанным методом строительной механики* [9], за неизвестные принимают усилия X_k во введенных связях Б. Н. Жемочкина на контакте элементов рамы и основания, линейные и угловые перемещения u_k , φ_k защемлений, введенных по центру стержней (либо в углах) рамы, и поперечные силы Q_{ik} , в разрезанных промежуточных шарнирах (блок « i » основной системы). Отметим, что при действии симметричной нагрузки в местах разрезов отсутствуют крутящие моменты.

Кроме того, в углах рамы вследствие моделирования плоской рамы системой из стержневых элементов возникают некоторые особенности разбиения на участки Жемочкина (рис. 4). Структура системы разрешающих уравнений для совокупности блоков, из которых состоит рама, представлена на рис. 5.

Канонические уравнения смешанного метода для блока основной системы с номером « i » записываются в виде, представленном в работе авторов [11].

Блоки по главной диагонали (см. рис. 5) образованы по системе канонических уравнений смешанного метода для расчета одного элемента с номером i , нулевыми для основания Винклера являются побочные блоки; для упругого слоя или упругого полупространства они характеризуют взаимное влияние блоков рамы и определяются с использованием формул [6, 7].

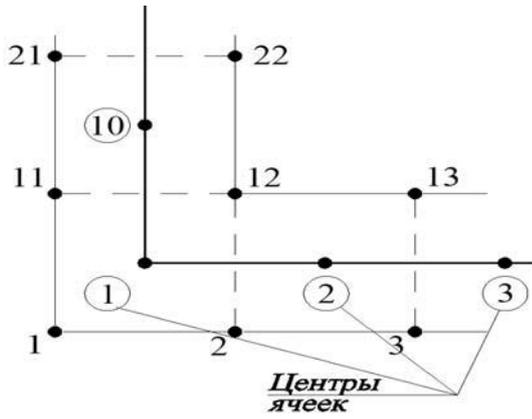


Рис. 4. Особенности разбиения на участки Жемочкина в углах рамы

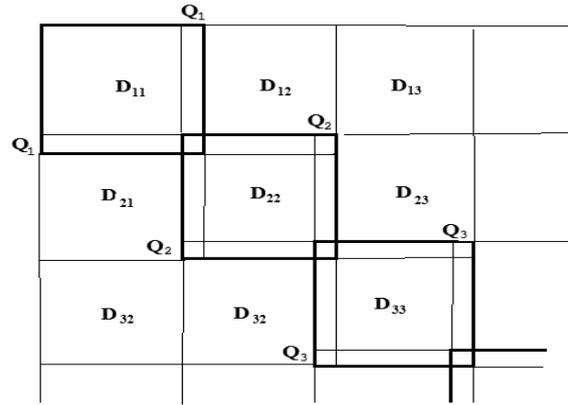


Рис. 5. Структура системы разрешающих уравнений

Так, для упругого полупространства коэффициенты системы линейных алгебраических уравнений вычисляются по следующей формуле:

$$\delta_{i,k} = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0 \Delta x} F_{i,k} + \frac{b^2}{16\pi D} w_{i,k}, \quad (1)$$

где безразмерная функция $F_{i,k}$ определяется формулой из [7]

$$F_{i,k} = \frac{y_i - d}{\Delta y} \ln \frac{x_i - b + \sqrt{(x_i - b)^2 + (y_i - d)^2}}{x_i - a + \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - d)^2}} + \frac{y_i - c}{\Delta y} \ln \frac{x_i - a + \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - c)^2}}{x_i - b + \sqrt{(x_i - b)^2 + (y_i - c)^2}} + \frac{x_i - b}{\Delta y} \ln \frac{y_i - d + \sqrt{(x_i - b)^2 + (y_i - d)^2}}{y_i - c + \sqrt{(x_i - b)^2 + (y_i - c)^2}} + \frac{x_i - a}{\Delta y} \ln \frac{y_i - c + \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - c)^2}}{y_i - d + \sqrt{(x_i - a)^2 + (y_i - d)^2}}, \quad (2)$$

где i – номер центра участка Жемочкина, где находится перемещение; a, b, c, d – координаты участка Жемочкина с номером « k », где приложена равномерно распределенная нагрузка с единичной равнодействующей.

Численная реализация предлагаемой методики осуществлена с использованием компьютерного моделирования плоской рамы как шарнирно соединенной системы на упругом основании в рамках прикладного пакета «МАТЕМАТИСА». В результате расчета приводятся перемещения стержневых элементов плоской рамы, равные осадкам упругого основания под этим элементом, распределение контактных напряжений, поперечные силы в соединительных шарнирах, усилия в связях Жемочкина.

В заключение необходимо отметить следующее: при учете крутящих моментов эпюра контактных напряжений по ширине стержня рамы имеет несимметричный вид. При использовании способа Жемочкина получается усредненное значение контактного напряжения по ширине стержня. На вели-

чинах изгибающих моментов в сечениях стержней рамы эта неравномерность не отражается. Однако авторы считают, что более точных результатов можно достичь при расчете плоской рамы на упругом основании как сетчатой системы [12, 13], где стержень заменяется пластинкой с разбиением ее не менее двух участков Жемочкина по ширине пластинки. Но это требует отдельного исследования и не рассматривается в данной работе.

Полученные результаты могут быть непосредственно использованы при расчете сборных железобетонных ленточных фундаментов, моделируемых плоскими рамами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Симвулиди, И. А.** Расчет инженерных конструкций на упругом основании / И. А. Симвулиди. – Москва: Высшая школа, 1987. – 576 с.
2. **Горбунов-Посадов, М. И.** Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Стройиздат, 1984. – 680 с.
3. **Клепиков, С. Н.** Расчет конструкций на упругом основании / С. Н. Клепиков. – Киев: Будівельник, 1967. – 184 с.
4. **Семенюк, С. Д.** Железобетонные пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно-деформируемом основании / С. Д. Семенюк. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2003. – 269 с.
5. **Босаков, С. В.** Метод Ритца в контактных задачах теории упругости / С. В. Босаков. – Брест : БрГТУ. – 2006. – 107 с.
6. **Жемочкин, Б. Н.** Практические методы расчетов фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Сеницын. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Госстройиздат, 1962. – 240 с.
7. **Босаков, С. В.** Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск: БНТУ, 2002. – 128 с.
8. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / А. Б. Васильева [и др.]. – Москва: Физматлит, 2003. – 432 с.
9. **Ржаницын, Р. А.** Строительная механика / Р. А. Ржаницын. – Москва: Высшая школа, 1991. – 439 с.
10. **Козунова, О. В.** Общий подход к расчету сложных стержневых и пластинчатых систем на произвольном упругом основании / О. В. Козунова // НТЖ: Строительная механика и расчет сооружений. – 2021. – № 2 (295). – С. 2–15.
11. **Козунова, О. В.** Некоторые вопросы расчета плоских рам на упругом основании / О. В. Козунова // НТЖ: Строительная механика и расчет сооружений. – 2021. – № 4 (297). – С. 17–24.
12. **Босаков, С. В.** Развитие теории расчета сетчатых плит на упругом основании / С. В. Босаков, О. В. Козунова // НТЖ: Строительная механика и расчет сооружений. – 2020. – № 3 (290). – С. 20–25.
13. **Босаков, С. В.** Расчет фундаментных сетчатых плит на упругом слое / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. науч. тр. – Минск: Ин-т БелНИИС, 2020. – Вып. 12. – С. 11–27.