УДК 624.072

РАСЧЕТ КРЕСТООБРАЗНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ НА ВИНКЛЕРОВСКОМ ОСНОВАНИИ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

О. В. КОЗУНОВА, А. С. ХАРЛАП
Белорусский государственный университет транспорта
Гомель, Беларусь

В инженерной практике часто встречаются балочные элементы конструкций, лежащие на сплошном упругом основании. К таким конструкциям могут быть отнесены шпалы железнодорожного пути, ленточные фундаменты зданий, фундаменты плотин, опирающиеся на грунты, балки, плавающие в жидкости, и др. Расчет балки на упругом основании в строгой математической постановке сводится к решению контактной задачи между конструкцией и основанием. Сложность решения подобных задач общеизвестна, поэтому для инженерных расчетов применяются приближенные подходы.

Ленточные фундаменты, как система перекрестных балок или крестообразная стержневая система, могут быть рассчитаны разными классическими методами строительной механики (смешанный метод, метод Жемочкина, метод Ритца и т. д.), в том числе и возможно использование метода перемещений.

Рассматриваемая крестообразная стержневая система состоит из четырех консольных балок, обладает полной симметрией и рассчитывается на воздействие равномерно распределенной нагрузки.

Ранее, в исследованиях С. В. Босакова и О. В. Козуновой [1], было получено решение однородного дифференциального уравнения для консольных балок и в результате преобразований вычислены опорный момент и вертикальная реакция. Вертикальная реакция в защемлении при линейном единичном смещении представлена в следующем виде:

$$r_{11} = \frac{EI\lambda^3(-2\cos h[\lambda]\sin[\lambda] - 2\cos[\lambda]\sin h[\lambda])}{2L^3(1+\cos[\lambda]\sin[\lambda] - 2\cos h[\lambda])}, \tag{1}$$

где λ – показатель гибкости контактного взаимодействия, который может изменяться в диапазоне от нуля до бесконечности (в зависимости от жесткости упругой среды), приводя к неопределенности решения, и вычисляется по формуле

$$\lambda = \frac{kL^4}{EL}, \tag{2}$$

где k – коэффициент постели упругого основания; EL – изгибная жесткость балки.

Решение неоднородного дифференциального уравнения изгиба балки на упругом основании при действии распределенной нагрузки после проведенных преобразований решения [2] представлено в виде

$$Y(x) = \frac{q}{k} + A\cos\left[\lambda\frac{x}{L}\right] + B\sin\left[\lambda\frac{x}{L}\right] + C\cos\left[\lambda\frac{x}{L}\right] + D\sin\left[\lambda\frac{x}{L}\right], \tag{3}$$

где A, B, C, D – константы интегрирования, которые определяются из условий закрепления балки (граничных условий).

Граничные условия задачи для балки с левым защемлением и правым свободным концом таковы: при $x = 0$: $y = y' = 0$; при $x = L$: $y'' = 0$; $y''' = 0$.

В результате преобразований были получены следующие константы интегрирования:

$$A=\frac{q(\cos[\lambda]\cos h[\lambda]+\cos h[\lambda]^2-\sin[\lambda]\sin h[\lambda]-\sin h[\lambda]^2)}{k(\cos[\lambda]^2+2\cos h[\lambda]\cos[\lambda]+\cos h[\lambda]^2+\sin[\lambda]^2-\sin h[\lambda]^2)};$$

$$B=\frac{q(\cos[\lambda]\sin[\lambda]+\cos[\lambda]\sin h[\lambda])}{k(\cos h[\lambda]^2+2\cos h[\lambda]\cos[\lambda]+\cos h[\lambda]^2+\sin[\lambda]^2-\sin h[\lambda]^2)};$$

$$C=\frac{q(\cos[\lambda]^2+\cos[\lambda]\cos h[\lambda]+\sin[\lambda]^2+\sin[\lambda]\sin h[\lambda])}{k(\cos[\lambda]^2+2\cos h[\lambda]\cos[\lambda]+\cos h[\lambda]^2+\sin[\lambda]^2-\sin h[\lambda]^2)};$$

$$D=\frac{q(\cos[\lambda]\sin[\lambda]+\cos[\lambda]\sin h[\lambda])}{k(\cos[\lambda]^2+2\cos h[\lambda]\cos[\lambda]+\cos h[\lambda]^2+\sin[\lambda]^2-\sin h[\lambda]^2)}. \qquad (4)$$

Подставив полученные константы интегрирования (4) в уравнение прогибов (3), вычисляется опорная реакция от распределенной нагрузки, формула которой представлена в виде

$$R_{1p}=\frac{EIq\lambda^3(-2\cos[\lambda]\sin[\lambda]-\cos[\lambda]\sin h[\lambda])}{2L^3(k+k\cos[\lambda]+\cos h[\lambda])}. \qquad (5)$$

Уравнение метода перемещений для крестообразной симметричной рамы (состоящей из четырех балок) под распределенной нагрузкой с учетом соотношений для удельной реакции (1) и грузовой реакции (5) имеет вид:

$$4\ \frac{EI\lambda^3(-2\cos[\lambda]\sin[\lambda]-2\cos[\lambda]\sin h[\lambda])}{2L^3(1+\cos[\lambda]+\cos h[\lambda])}\ Z_1-$$

$$-\ 4\ \frac{EIq\lambda^3(-2\cos h[\lambda]\sin[\lambda]-2\cos[\lambda]\sin h[\lambda])}{2L^3(k+k\cos[\lambda]+\cos h[\lambda])}=0. \qquad (6)$$

В результате решения уравнения (6) определяется величина вертикального перемещения жесткой заделки:

$$Z_1=\frac{q}{k}.$$

Полученный результат справедлив только для крестообразной полностью симметричной рамы под распределённой нагрузкой. При изменении одного из условий результат вычислений будет изменяться.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Босаков, С. В.** Метод перемещений в расчетах системы перекрестных балок на упругом основании Винклера / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Строительная механика и расчёт сооружений. – 2019. – № 2. – С. 12–16.

2. **Старовойтов, Э. И.** Механика материалов / Э. И. Старовойтов. – Гомель: БелГУТ, 2011. – 380 с.