

УДК 624.072

## РАСЧЕТ БЕСКОНЕЧНОЙ РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМЫ ИЗОТРОПНЫХ ПЛИТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

К. А. СИРОШ

Белорусский государственный университет транспорта  
Гомель, Беларусь

Рассматривается новая методика расчета системы изотропных плит на упругом основании вариационно-разностным методом (ВРМ), который является численно-аналитическим методом расчетов строительных конструкций изолированно и в соединении их в бесконечную регулярную систему. Метод основан на вариационных принципах метода Ритца – Тимошенко, а также на минимуме полной потенциальной энергии всей системы по принципу Лагранжа – Дирихле. Алгоритм расчета предполагает замену дифференциальных уравнений конечно-разностными аппроксимациями и основывается на использовании итерационного метода упругих решений в нелинейной постановке.

Рассматривается бесконечная регулярная система изотропных плит на упругом основании. В силу симметрии система может быть разбита на ряд базовых фрагментов, соединенных между собой, что представлено на рис. 1.

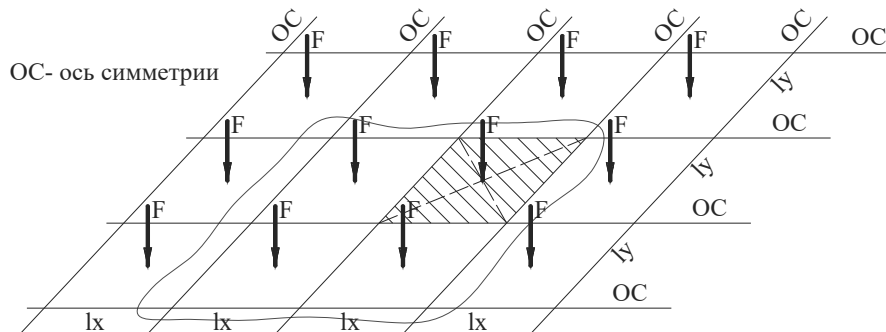


Рис. 1. Бесконечная система изотропных плит

Цилиндрические жесткости изотропной плиты  $D_1$  и  $D_2$  не изменяются в двух взаимно перпендикулярных плоскостях изгиба. Внешняя нагрузка  $F$  действует перпендикулярно плоскости плиты и приложена в ее центре. В качестве упругого основания, на котором лежит изотропная плита регулярной системы, принимается однослойное изотропное основание как упругий слой, ограниченный по толщине, на несжимаемом основании [1].

В расчетах изотропных плит регулярной системы справедливы нижеприведенные гипотезы и допущения:

- на расчетную область упругого основания распространяются гипотезы и допущения теории упругости;
- в контактной зоне возникают сжимающие и растягивающие напряжения, также отсутствуют силы трения;

– распределение нормальных реактивных давлений по ширине плиты считается постоянным;

– для плиты справедливы гипотезы и допущения плоского изгиба плиты.

*Граничные условия.* На границах принятой в задаче расчетной области основания горизонтальные перемещения равняются нулю:  $u(x) = 0$ ,  $v(y) = 0$ . Для контактной зоны применимо следующее условие – осадки основания равны прогибам плиты. Для крайних точек изотропной плиты регулярной системы вводятся смешанные граничные условия

$$Q_z \Big|_{x=\pm \frac{lx}{2}} = -D_1 \frac{d^3 w}{dx^3} = 0; \quad Q_z \Big|_{y=\pm \frac{ly}{2}} = -D_2 \frac{d^3 w}{dy^3} = 0; \quad \varphi_x \Big|_{y=\pm \frac{ly}{2}} = \frac{dw}{dy} = 0; \quad \varphi_y \Big|_{x=\pm \frac{lx}{2}} = \frac{dw}{dx} = 0. \quad (1)$$

*Алгоритм упругого расчета.* Изотропная плита разбивается на равные прямоугольные участки размерами  $\Delta x \times \Delta y$ . В результате чего получаем 20 ячеек и 30 узловых точек. В контактной зоне касательные напряжения не учитываем. Собственный вест плиты учитывается. В решении пространственной задачи при упругом расчете основание заменяется расчетной областью. Основание аппроксимируется с постоянными шагами  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  по осям глобальной системы координат симметричной объемной разбивочной сеткой. По итогу аппроксимации получено 80 ячеек и 150 узловых точек.

Если принять компоненты вектора перемещения  $u_i(x, y, z)$ ,  $v_i(x, y, z)$ ,  $w_i(x, y, z)$  за неизвестные, тогда решение задачи реализуется в перемещениях. В поставленной задаче удельная энергия деформации считается для каждой ячейки через конечно-разностные аппроксимации, а после по объему упругого основания суммируется.

Чтобы найти энергию деформации в центре ячейки расчетной области, необходимо сперва найти функционал энергии изгиба для центральных точек граней ячейки через известные зависимости плоской задачи теории упругости – соотношения Коши и обобщенный закон Гука.

Функционал полной энергии представляется в виде суммы полной энергии деформации упругого основания, энергии изгиба плиты и потенциала внешней нагрузки. Подробно алгоритм аналогичного расчета на примере бесконечной системы перекрестных балок приведен в [2] в соавторстве с О. В. Козуновой.

Апробация результатов упругого расчета бесконечной регулярной системы изотропных плит на упругом основании в числовом виде реализовывается в проприетарной системе компьютерной алгебры *Mathematica*.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кончковский, З.** Плиты. Статические расчеты: пер. с пол. / З. Кончковский. – Москва: Стройиздат, 1984. – 480 с.
2. **Козунова, О. В.** Расчет бесконечной системы перекрестных балок на упругом основании вариационно-разностным методом / О. В. Козунова, К. А. Сирош // Вестн. Полоцкого гос. ун-та. Сер. Ф. – 2021. – С. 65–71.