

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Металлорежущие станки и инструменты»

# МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

*Методические рекомендации  
к управляемой самостоятельной работе  
для студентов специальности 1-36 01 03 «Технологическое  
оборудование машиностроительного производства»  
дневной формы обучения*



Могилев 2022

УДК 532  
ББК 31.123  
М55

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Металлорежущие станки и инструменты»  
«21» декабря 2021 г., протокол № 6

Составитель канд. техн. наук, доц. В. Б. Попов

Рецензент канд. техн. наук, доц. Е. В. Ильюшина

Методические рекомендации к управляемой самостоятельной работе  
предназначены для студентов специальности 1-36 01 03 «Технологическое обо-  
рудование машиностроительного производства» дневной формы обучения.

Учебно-методическое издание

## МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Ответственный за выпуск	С. Н. Хатетовский
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 26 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2022

## Содержание

Введение.....	4
1 Требования к управляемой самостоятельной работе .....	5
2 Темы для управляемой самостоятельной работы .....	6
2.1 Жидкости и газы. Свойства жидкостей и газов .....	6
2.2 Внешние, внутренние, объемные и поверхностные силы в жидкости.....	6
2.3 Основное уравнение гидростатики в дифференциальной и интегральной форме.....	7
2.4 Геометрический и пьезометрический напор .....	8
2.5 Приборы для измерения давления.....	9
2.6 Сила давления на плоскую и криволинейную стенку.....	9
2.7 Методы описания движения жидкости.....	10
2.8 Характеристика движения жидкости .....	11
2.9 Струйчатая модель потока жидкости.....	11
2.10 Элементы потока жидкости .....	12
2.11 Уравнение неразрывности (расхода).....	12
2.12 Ньютоновские и неньютоновские жидкости.....	13
2.13 Уравнения Навье – Стокса.....	13
2.14 Уравнения Бернулли .....	14
2.15 Гидродинамическое подобие .....	15
2.16 Кавитация в жидкости .....	16
2.17 Гидравлические сопротивления .....	16
2.18 Истечение жидкости через отверстия и насадки .....	17
2.19 Простой и сложный трубопроводы.....	18
2.20 Гидравлический удар .....	18
2.21 Численные методы решения задач механики жидкости и газа.....	18
Список литературы .....	19

## Введение

Целью выполнения управляемой самостоятельной работы является самостоятельное изучение обучающимися теоретических основ расчета и проектирования гидравлических и пневматических систем.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен изучить основные свойства и основные законы механики жидкости и газа, освоить методы решения задач статики, кинематики и динамики жидкости и газа.

Для изучения данной дисциплины необходимы знания по следующим учебным дисциплинам, изученным ранее:

- «Математика»;
- «Физика»;
- «Теоретическая механика»;
- «Механика материалов».

Перечень учебных дисциплин, которые будут опираться на данную дисциплину:

- «Гидро- и пневмопривод технологического оборудования»;
- «Тепломассообмен»;
- «Конструирование и расчет технологического оборудования».

## **1 Требования к управляемой самостоятельной работе**

Управляемая самостоятельная работа выполняется путем проработки тем (вопросов), вынесенных на самостоятельное изучение с конспектированием учебной литературы.

Обучающийся подготавливает реферат по предложенной преподавателем теме (допускается самостоятельный выбор темы, не противоречившей выбору остальных обучающихся группы).

Реферат оформляется в виде текстового документа объемом до 10 страниц в соответствии с ГОСТ 2.105.

При необходимости обучающийся может подготовить иллюстрирующие плакаты по рассматриваемой теме формата А1. Количество иллюстрационного материала ограничивается только необходимостью полного раскрытия темы реферата.

## **2 Темы для управляемой самостоятельной работы**

### ***2.1 Жидкости и газы. Свойства жидкостей и газов***

Механика жидкости и газа – наука, изучающая законы, которым подчиняется жидкость и газ в состоянии покоя, движения и взаимодействия с твердыми телами, а также методы использования этих законов в инженерной практике.

В механике жидкости и газа термин «жидкость» зачастую употребляется для обозначения как жидкой, так и газообразной среды. При этом рассматривают два типа жидкостей: малосжимаемые (капельные жидкости) и сжимаемые (газы).

В соответствии с молекулярно-кинетической теорией рассматриваемые обобщенные жидкости состоят из молекул. Процессы, изучаемые в механике жидкости и газа, являются результатом действия огромного числа молекул. Например, нет смысла говорить о температуре одной молекулы.

С точки зрения физического строения капельные жидкости существенно отличаются от газов.

Когда расстояние между молекулами многократно превышает размеры самих молекул, то они двигаются независимо друг от друга, в результате столкновения их скорости и направление движения постоянно изменяются. Такие вещества называют газами. Наиболее простыми свойствами обладает газ, разреженный настолько, что взаимодействие между его молекулами может не учитываться – так называемый совершенный (идеальный) газ.

Когда расстояние между молекулами соизмеримо с размерами молекул, то взаимовлияние молекул друг на друга становится существенным. Молекулы некоторое время совершают колебательные движения около положения равновесия, затем скачкообразно перемещаются в новое положение равновесия (теория Я. И. Френкеля). Это относится к капельным жидкостям.

С позиций механики различие между капельными жидкостями и газами зачастую невелико. В случае, когда сжимаемостью газа можно пренебречь, законы, справедливые для капельных жидкостей, можно применять и для газов.

### ***2.2 Внешние, внутренние, объемные и поверхностные силы в жидкости***

Массовые силы – это силы, пропорциональные массе жидкости. В случае однородной жидкости эти силы пропорциональны объёму. Прежде всего, к ним относится вес жидкости.

Как известно, масса является мерой инертности тела. Это свойство присуще и жидкостям, поэтому к массовым силам относятся и силы инерции.

Поверхностные силы – силы, величины которых пропорциональны площади. К ним относят два вида сил. Силы поверхностного натяжения и силы вязкого трения. Последние проявляются только при движении жидкости и не играют никакой роли, когда жидкость находится в покое.

Давление – напряжение, возникающее в жидкости под действием сжимаю-

щих сил. Причиной возникновения давления является внешняя сила, приложенная к жидкости, различают давление гидродинамическое и гидростатическое.

### **2.3 Основное уравнение гидростатики в дифференциальной и интегральной форме**

Выделим в жидкости элемент в форме параллелепипеда с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , параллельными осям координат, и напишем условия его равновесия под действием шести сил давления на его грани и равнодействующей объемных (массовых) сил:

$$\sum F_{ix} = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0;$$

$$\sum F_{iz} = 0.$$

Проекция объемной силы на ось  $y$ :

$$Q_y = a_y \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz,$$

где  $a_y$  – проекция на ось  $y$  ускорения, соответствующего силе  $Q_y$ .

Выделенный объем достаточно мал. Это позволяет считать, что давление внутри него по любой координате изменяется линейно. Тогда

$$p_{y+dy} = p + \partial_y p = p + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy.$$

Таким образом, уравнение равновесия относительно оси  $y$  примет следующий вид:

$$\sum F_{iy} = p \cdot dx \cdot dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy\right) \cdot dx \cdot dz + a_y \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0.$$

После преобразований и деления на  $dx \cdot dy \cdot dz$  получаем

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho \cdot a_y = 0.$$

Получив по аналогии два других уравнения равновесия, будем иметь следующую систему уравнений равновесия:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot a_x = 0; \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho \cdot a_y = 0; \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho \cdot a_z = 0. \end{cases}$$

Умножая первое уравнение этой системы на  $dx$ , второе – на  $dy$ , третье – на  $dz$  и складывая их, получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz = \rho \cdot (a_x \cdot dx + a_y \cdot dy + a_z \cdot dz).$$

Левая часть этого выражения представляет собой полный дифференциал давления. Поэтому можно записать

$$dp = \rho \cdot (a_x \cdot dx + a_y \cdot dy + a_z \cdot dz).$$

Это уравнение получено Эйлером в 1755 г. и называется дифференциальным уравнением равновесия жидкости или основным уравнением гидростатики в дифференциальной форме.

#### **2.4 Геометрический и пьезометрический напор**

В частном случае  $a_x = a_y = 0$ , а  $a_z = -g$ , основное уравнение гидростатики в дифференциальной форме принимает вид

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz.$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$p = -\rho \cdot g \cdot z + C.$$

Постоянную интегрирования  $C$  найдем с учетом граничных условий на свободной поверхности жидкости, т. е.  $z = z_n$ ,  $p = p_n$ , где  $z_n$  – координата поверхности;  $p_n$  – давление на поверхности:

$$C = p_n + \rho \cdot g \cdot z_n.$$

С учетом этого получаем

$$p + \rho \cdot g \cdot z = \text{const}$$



или

$$h_{пз} + h_z = \text{const},$$

где  $h_{пз}$  – пьезометрический напор,  $h_{пз} = p / (\rho \cdot g)$ ;  
 $h_z$  – геометрический напор,  $h_z = z$ .

## 2.5 Приборы для измерения давления

В зависимости от выбора начала отсчета численное значение одного и того же давления может быть разным. Давление, изменяемое от нуля, называют абсолютным  $p_{абс}$ . В условиях Земли измерить такое давление достаточно сложно, т. к. необходимо создать вакуум. Поэтому в наземных машинах, механизмах и системах в качестве начала отсчета используют атмосферное давление  $p_a$ . Атмосферное давление - гидростатическое давление воздуха на все находящиеся в нем предметы и земную поверхность, создаваемое притяжением атмосферы к Земле. В технических расчетах можно принимать  $p_a = 0,1$  МПа.

Давление, измеряемое от атмосферного давления, называют избыточным  $p_{изб}$ . Очевидно, что избыточное давление может быть как положительным, так и отрицательным.

Если абсолютное давление меньше атмосферного, тогда избыточное давление называется вакуумметрическим  $p_{вак}$  и является отрицательным.

Как следует из основного уравнения гидростатики, для определения давления в любой точке покоящейся жидкости необходимо знать давление на ее свободной поверхности, глубину погружения этой точки и плотность жидкости. Поэтому снаружи к сосуду на глубине, где необходимо было измерить давление, присоединялась стеклянная трубка и определялась высота  $h$  столба жидкости в трубке.

Данная трубка называется пьезометром. Такого типа приборы для измерения давления использовались вплоть до второй половины XX в. Для уменьшения размеров при измерении больших давлений в качестве рабочей жидкости пьезометра применялась ртуть, для измерения малых давлений – спирт.

Во второй половине XIX в. были разработаны компактные приборы – манометры. Принцип действия манометра основан на уравнивании измеряемого давления напряжениями упругой деформации трубчатой пружины или мембраны.

Для измерения атмосферного давления широко используются барометры. Принцип действия барометра-анероида основан на деформации камеры, из которой откачан воздух, при изменении атмосферного давления.

## 2.6 Сила давления на плоскую и криволинейную стенки

Стенка площадью  $S$  наклонена к горизонту под углом  $\alpha$ . Давление на свободной поверхности жидкости распределено равномерно и равно  $p_n$ .

Выделим на стенке элементарную площадку площадью  $dS$ , определим ее

координату  $y$  и глубину погружения  $h$ . На эту площадку действует элементарная сила  $dF$ :

$$dF = \rho \cdot g \cdot h \cdot dS = \rho \cdot g \cdot y \cdot \sin \alpha \cdot dS .$$

Проинтегрируем полученное выражение по площади  $S$ :

$$F = \int_S \rho \cdot g \cdot y \cdot \sin \alpha \cdot dS = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \int_S y \cdot dS .$$

Статический момент плоской фигуры площадью  $S$  относительно оси  $x$  равен произведению площади этой фигуры на координату ее центра масс  $y_C$ , т. е.

$$y_C \cdot S = \int_S y \cdot dS .$$

Тогда

$$F = \rho \cdot g \cdot y_C \cdot S \cdot \sin \alpha = \rho \cdot g \cdot h_C \cdot S ,$$

где  $h_C$  – глубина погружения центра масс стенки.

Поскольку давление во всех точках стенки различно и увеличивается с увеличением  $h$ , то очевидно, что сила  $F$  будет приложена ниже центра масс стенки.

Сила  $F_n$ , вызванная давлением  $p_n$  на свободной поверхности жидкости, будет приложена в центре масс стенки и равна

$$F_n = p_n \cdot S .$$

Результирующая сила, действующая на стенку, может быть найдена следующим образом:

$$F_p = F + F_n ,$$

## **2.7 Методы описания движения жидкости**

Существует два аналитических способа исследования движения жидкости: метод Лагранжа и метод Эйлера.

Метод Лагранжа позволяет исследовать движение конкретной частицы жидкости с течением времени. Зная текущие координаты частицы жидкости, можно построить траекторию движения этой частицы. При этом поток жидкости будет представлять собой совокупность траекторий всех частиц жидкости за определенный промежуток времени. Этот метод, из-за сложности, в механике жидкости и газа применяется достаточно редко.

Метод Эйлера позволяет исследовать поток жидкости без конкретизации движения отдельных частиц жидкости. В каждой неподвижной точке пространства, занятого потоком жидкости, определяется векторное поле скоростей. Скорость, определенная в некоторой неподвижной точке, может быть связана с различными частицами жидкости, попавшими в указанную точку в различные моменты времени. Метод Эйлера является основным методом исследования движения жидкости.

## ***2.8 Характеристика движения жидкости***

Движение жидкости может быть установившимся (стационарным) и не установившимся (нестационарным).

Установившимся называется движение жидкости, при котором скорость в любой точке пространства, занятого жидкостью, не изменяется во времени, т. е.  $\vec{u} = \vec{u}(x, y, z)$ . В частном случае установившееся движение может быть равномерным, когда поле скоростей не меняется в потоке жидкости.

Неустановившимся называется движение жидкости, когда скорость изменяется во времени в каких-либо точках рассматриваемого пространства с движущейся жидкостью. При этом имеет место зависимость  $\vec{u} = \vec{u}(x, y, z, t)$ .

Кроме того, различают напорное и безнапорное движение жидкости.

Напорное движение – движение жидкости под давлением при отсутствии свободной поверхности. Безнапорное движение – движение жидкости под действием силы тяжести при наличии свободной поверхности.

## ***2.9 Струйчатая модель потока жидкости***

Линия тока есть воображаемая линия, являющаяся геометрическим местом точек в пространстве, в которых векторы скорости в данный момент времени направлены по касательной к этой линии. Линии тока указывают направление движения разных частиц жидкости, находящихся в каждой точке этой линии в данный момент времени.

Если движение стационарно, то линия тока, проведенная через фиксированную точку пространства, совпадает с траекторией частицы жидкости, которая в данный момент времени находится в указанной точке пространства.

Как следует из определения, линия тока есть такая линия, в каждой точке которой нормальная составляющая скорости равна нулю, т. е. через линию тока нет перетекания.

Через любую точку пространства в данный момент времени можно провести лишь одну линию тока.

В пространстве, занятом движущейся жидкостью, наметим бесконечно малый замкнутый контур и через все точки его периметра проведем линии тока. Образованная таким образом поверхность носит название трубки либо поверхности тока.

Под стружкой тока понимают жидкость, протекающую внутри трубки тока.

Ни одна частица не может проникнуть извне в струйку либо, наоборот, выйти из нее через боковую поверхность, т. е. поверхность тока непроницаема.

### 2.10 Элементы потока жидкости

Живое сечение потока – поверхность в пределах потока, проведенная нормально к линиям тока. Если рассматривать параллельно струйные потоки или потоки с незначительной кривизной, то живое сечение можно считать плоским.

Смоченный периметр – периметр живого сечения потока, который соприкасается с ограждающими стенками.

Гидравлический радиус  $R_2$  – отношение площади живого сечения к смоченному периметру.

Гидравлический диаметр  $D_2$  – величина, равная учетверенному гидравлическому радиусу.

Для круглой трубы при напорном течении гидравлический диаметр  $D_2$  будет равен внутреннему диаметру трубы  $d$ .

### 2.11 Уравнение неразрывности (расхода)

Расход – количество жидкости, проходящее через живое сечение потока в единицу времени. Данное количество жидкости можно измерять в единицах объема, массы и веса. Поэтому различают объемный  $Q$ , массовый  $Q_m$  и весовой  $Q_G$  расходы.

В инженерных расчетах поэтому вводится понятие средней скорости.

Средняя скорость потока – фиктивная скорость, с которой якобы движутся все частицы жидкости в данном живом сечении потока, но расход при этом равен расходу, вычисленному по действительным скоростям струек тока. Тогда

$$Q = \int_S u \cdot dS = \bar{u} \cdot S.$$

Рассмотрим элементарный контрольный объем  $dx \cdot dy \cdot dz$  в форме параллелепипеда внутри некоторой области потока, в которой отсутствуют источники (стоки) массы, а плотность и скорость являются функциями пространственных координат и времени.

После преобразований с учетом изменения массы жидкости в объеме параллелепипеда для изохорического движения получим обычную форму уравнения неразрывности потока для установившихся и неустановившихся течений несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0.$$

## 2.12 Ньютоновские и неньютоновские жидкости

Вязкость – свойство жидкости оказывать сопротивление относительному движению (сдвигу) их частиц. Впервые гипотезу о силах внутреннего трения в жидкости высказал И. Ньютон в 1686 г. Спустя почти 200 лет в 1883 г. профессор Н. П. Петров экспериментально подтвердил данную гипотезу и выразил ее математически.

Экспериментально доказано, что из-за вязкости струйки тока будут иметь различную скорость  $u$ , величина которой зависит только от расстояния, отсчитываемого вдоль перпендикулярного направления  $y$ . Сопротивление относительному сдвигу струек тока характеризуется касательным напряжением.

Если коэффициент динамической вязкости не зависит от градиента скорости, то жидкости называются ньютоновскими. Наиболее распространенные жидкости, такие как вода, спирт, являются ньютоновскими. Жидкости с коэффициентом динамической вязкости, зависящим от градиента скорости, называются неньютоновскими. Жидкостями такого типа являются, например, мазуты. Опытным путем установлено, что неньютоновские жидкости могут начать двигаться только после того, как касательные напряжения достигнут определенной величины  $\tau_0$  – начального напряжения сдвига. При напряжениях, меньших  $\tau_0$ , эти жидкости не текут, а испытывают только упругие деформации.

## 2.13 Уравнения Навье – Стокса

Для элементарного объема основное уравнение динамики относительно оси  $x$  выглядит как

$$\rho \cdot a_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \sum dF_{ix},$$

где  $dF_{ix}$  – проекция  $i$ -й силы, приложенной к элементарному объему.

Сумма проекций всех сил, приложенных к элементарному объему:

$$\begin{aligned} \sum dF_{ix} = & \rho \cdot g_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \sigma_x \cdot dy \cdot dz + \sigma'_x \cdot dy \cdot dz - \tau_{yx} \cdot dx \cdot dz + \tau'_{yx} \cdot dx \cdot dz - \\ & - \tau_{zx} \cdot dx \cdot dy + \tau'_{zx} \cdot dx \cdot dy, \end{aligned}$$

где

$$\sigma'_x = \sigma_x + \partial_x \sigma_x = \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \cdot dx;$$

$$\tau'_{yx} = \tau_{yx} + \partial_y \tau_{yx} = \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \cdot dy;$$

$$\tau'_{zx} = \tau_{zx} + \partial_z \tau_{zx} = \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot dz.$$

С учетом этого основное уравнение динамики упрощается следующим образом:

$$\rho \cdot a_x = \rho \cdot g_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}.$$

Аналогично записывается основное уравнение динамики относительно других осей координат.

После преобразований получим уравнения движения жидкости.

Для несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью уравнения движения получаем:

$$\rho \cdot \frac{du_x}{dt} = \rho \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right);$$

$$\rho \cdot \frac{du_y}{dt} = \rho \cdot g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right);$$

$$\rho \cdot \frac{du_z}{dt} = \rho \cdot g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right).$$

Эти уравнения называются уравнениями Навье – Стокса.

## 2.14 Уравнения Бернулли

Для установившегося движения жидкости проекция на ось  $x$  ускорения в точке определяется следующим образом:

$$a_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \cdot u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} \cdot u_z.$$

Если движение жидкости безвихревое, то

$$a_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_y}{\partial x} \cdot u_y + \frac{\partial u_z}{\partial x} \cdot u_z = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2).$$

Примем также, что жидкость несжимаема, при этом уравнение Навье – Стокса будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \right) = \rho \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \right) = \rho \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right);$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \right) = \rho \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x},$$

где  $u$  – модуль скорости в точке.

Обозначим высоту положения точки  $h$ , тогда

$$g_x = -g \cdot \frac{\partial h}{\partial x}.$$

При этом, если ось  $x$  перпендикулярна  $\vec{g}$ , то  $g_x = 0$ .

С учетом этого получаем уравнение Бернулли:

$$\frac{u^2}{2 \cdot g} + \frac{p}{\rho \cdot g} + h = \text{const}.$$

## 2.15 Гидродинамическое подобие

Из уравнений движения жидкости можно получить т. н. критерии подобия, которые устанавливают связь между величинами, характеризующими поток и обтекаемое тело в т. н. критериальной форме.

При этом два явления называются подобными, если величины одного могут быть получены из соответствующих величин другого умножением на одинаковые коэффициенты подобия для всех точек пространства и моментов времени. То есть подобные явления могут отличаться только масштабами величин, их характеризующих.

Преобразуем уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости к безразмерному виду введением в уравнения безразмерных величин. Для независимых переменных, имеющих размерность длины, выберем в качестве масштаба характерную длину  $l_s$ . В качестве масштаба времени возьмем  $t_s$ , для скоростей –  $u_s$ , для давления –  $p_s$ . Постоянные величины будут сами являться для себя масштабами.

Введем следующие величины, которые называются числами (комплексами) подобия:  $Sh$  – число Струхала (Струхалея),  $Eu$  – число Эйлера,  $Re$  – число Рейнольдса,  $Fr$  – число Фруда, где

$$Sh = \frac{l_s}{t_s \cdot u_s};$$

$$Eu = \frac{P_s}{\rho \cdot u_s^2};$$

$$Re = \frac{l_s \cdot u_s}{\nu};$$

$$Fr = \frac{u_s^2}{g \cdot l_s}.$$

С учетом этого уравнение движения и уравнение неразрывности примут безразмерную форму и разные течения вязкой несжимаемой жидкости будут подобны, если будут удовлетворены критерии подобия в виде

$$\left. \begin{array}{l} Sh = idem; \\ Fr = idem; \\ Eu = idem; \\ Re = idem. \end{array} \right\}$$

### ***2.16 Кавитация в жидкости***

В некоторых случаях при движении жидкости в закрытых руслах происходят явления, связанные с изменением агрегатного состояния жидкости, т. е. с превращением ее в пар, а также с выделением из жидкости растворенных в ней газов. Если абсолютное давление при этом достигает значения, равного давлению насыщенных паров этой жидкости при данной температуре, или давлению, при котором начинается выделение из нее растворенных газов, то в данном месте потока начинается интенсивное парообразование (кипение) и выделение газов.

Местное нарушение сплошности течения с образованием паровых и газовых пузырей (каверн), обусловленное местным падением давления в потоке, называется кавитацией.

### ***2.17 Гидравлические сопротивления***

В ходе многочисленных экспериментальных исследований установлено, что потери напора при движении жидкости по трубопроводу в общем случае зависят от формы, размеров, шероховатости внутренней поверхности стенок трубопровода, скорости и вязкости жидкости, но практически не зависят от давления. Для расчета потерь напора используется формула Вейсбаха.

Потери напора (в дальнейшем иногда просто потери) подразделяются на два вида: потери в местных гидравлических сопротивлениях и потери в линейных гидравлических сопротивлениях.

К местным сопротивлениям относятся входы в трубопровод и выходы из



него, плавные и внезапные расширения и сужения трубопроводов, повороты, разветвления, вентили и задвижки, клапаны и т. д.

Расширение трубопровода

$$h_n = \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g}.$$

Это уравнение называется уравнением Борда – Карно в честь французских ученых Борда (получил уравнение аналитически) и Карно (экспериментально его подтвердил).

При этом коэффициент сопротивления будет равен

$$\zeta = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2.$$

Если участок трубы постепенно расширяется, то он называется диффузором. Коэффициент сопротивления диффузора является справочным значением.

Если участок трубы постепенно сужается, то он называется конфузуром. Если участок трубы плавно сужается, то он называется соплом.

Коэффициент сопротивления является справочной величиной.

Внезапный поворот трубопровода (колесо) вызывает значительные потери напора, т. к. в нем происходит отрыв потока от стенок и вихреобразование.

Коэффициент сопротивления является справочной величиной.

Линейные гидравлические сопротивления – прямолинейные участки трубопроводов (каналов) постоянного сечения. Для линейных сопротивлений коэффициент  $\zeta$  пропорционален относительно длине трубопровода  $l / d$ .

### **2.18 Истечение жидкости через отверстия и насадки**

Истечение жидкости через малые отверстия, если его диаметр меньше 0,1 расчетного напора.

При таком условии можно считать, что давление и скорость струи жидкости диаметром  $d_c$  во всех точках сечения малого отверстия одинаковы. Малое отверстие диаметром  $d_o$  может быть выполнено в тонкой стенке толщиной  $\delta < 0,67 \cdot h_p$  без обработки наружной кромки или в толстой стенке, но с фаской с внешней стороны.

Условия истечения жидкости в этих случаях будут одинаковы. Частицы жидкости приближаются к отверстию из всего объема, двигаясь ускоренно по плавным траекториям. Например, частицы жидкости, двигающиеся у вертикальной стенки к отверстию, должны повернуть на угол  $90^\circ$  при выходе наружу. Поскольку частицы жидкости обладают массой и, соответственно, свойством инерционности, то они огибают стенку по некоторой кривой. Поэтому при выходе струи из отверстия образуется т. н. сжатие струи. То есть площадь

сечения струи  $S_c$  становится меньше площади отверстия  $S_0$ . Степень сжатия струи оценивается коэффициентом сжатия  $\epsilon_0$ .

### ***2.19 Простой и сложный трубопроводы***

Все трубопроводы могут быть разделены на простые и сложные. К простым трубопроводам относятся трубопроводы без разветвлений, а к сложным – трубопроводы, имеющие хотя бы одно разветвление (или место соединения труб).

Характеристика, представляющая собой зависимость суммарных потерь давления (напора) от расхода в трубопроводе,  $\Delta P = f(Q)$  ( $\Delta h = f(Q)$ ) называется характеристикой трубопровода.

Если в трубопроводе установлены гидравлические аппараты, имеющие свои сопротивления, то их необходимо добавить к коэффициенту сопротивления трубопровода.

Реальный трубопровод может состоять из последовательно соединенных трубопроводов, параллельно соединенных трубопроводов и их комбинаций.

### ***2.20 Гидравлический удар***

Гидравлическим ударом обычно называют резкое повышение давления, возникающее в напорном трубопроводе при внезапном торможении потока жидкости. Иначе гидравлический удар представляет собой колебательный процесс, возникающий в упругом трубопроводе с капельной жидкостью при внезапном изменении ее скорости. Этот процесс является очень быстротечным и характеризуется чередованием резких повышений и понижений давления. Изменение давления при этом тесно связано с упругими деформациями жидкости и стенок трубопровода.

Гидравлический удар чаще всего возникает при быстром закрытии или открытии крана или иного устройства управления потоком. Однако могут быть и другие причины его возникновения.

Теоретическое и экспериментальное исследование гидравлического удара в трубах было впервые выполнено Н. Е. Жуковским и опубликовано в его фундаментальной работе «О гидравлическом ударе», вышедшей в свет в 1898 г.

### ***2.21 Численные методы решения задач механики жидкости и газа***

При решении задач гидродинамики на современном этапе необходимо обладать навыками работы с современными программными комплексами, позволяющими выполнять численное моделирование сложных гидродинамических процессов. К настоящему времени разработано большое количество таких CFD-комплексов, как STAR-CD, FlowVision, N3S, CFX, Fluent, FemLab, FEATFLOW и др. В последнее время широкое распространение получили программные комплексы от компании Ansys, успешно продвигающейся на рынке специализированных программных продуктов.

В основе методов лежит переход от дифференциальных уравнений к уравнениям в конечных разностях.

### Список литературы

- 1 **Свешников, В. К.** Станочные гидроприводы: справочник / В. К. Свешников. – 6-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: Политехника, 2015. – 627 с.
- 2 Гидравлика : учебник и практикум для академ. бакалавриата / В. А. Кудинов [и др.]; под ред. В. А. Кудинова. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2018. – 386 с.
- 3 **Сазанов, И. И.** Гидравлика: учебник / И. И. Сазанов, А. Г. Схиртладзе, В. И. Иванов. – Москва: КУРС; ИНФРА-М, 2017. – 320 с.
- 4 **Гусев, А. А.** Гидравлика: учебник для академ. бакалавриата / А. А. Гусев. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2017. – 285 с.
- 5 Примеры расчетов по гидравлике : учебное пособие / А. Д. Альтшуль [и др.] ; под ред. А. Д. Альтшуля. – Москва : Альянс, 2016. – 255 с.
- 6 **Жолобов, А. А.** Практикум по технологии машиностроения : учебное пособие / А. А. Жолобов, И. Д. Камчицкая, А. М. Федоренко ; под ред. А. А. Жолобова. – Минск : РИВШ, 2020. – 316 с.
- 7 Гидравлика : учебник : в 2 т. Т. 1 : Основы механики жидкостей и газов / В. И. Иванов [и др.]. – Москва : Академия, 2012. – 192 с.
- 8 Гидравлика : учебник: в 2 т. Т. 2 : Гидравлические машины и привод / В. И. Иванов [и др.]. – Москва : Академия, 2012. – 288 с.
- 9 Инженерный анализ. NX Advanced Simulation / П. С. Гончаров [и др.]. – Москва: ДМК Пресс, 2012. – 504 с.