

УДК 624.012.45

*С. Д. Семенюк, И. С. Фролков, М. Г. Мамочкина, Г. А. Дивакова*

## **ПРОЧНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ БЕТОНА СРЕДНИХ КЛАССОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ**

UDC 624.012.45

*S. D. Semenyuk, I. S. Frolkov, M. G. Mamochkina, G. A. Divakova*

## **STRENGTH AND DEFORMABILITY OF CONCRETE OF MEDIUM GRADES ACCORDING TO THE RESULTS OF TESTING**

### **Аннотация**

Приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований прочностных и деформативных свойств бетона средних классов при кратковременном центральном сжатии. По данным испытаний четырёх серий образцов определены кубиковая и призмная прочностности, найдены модули продольных и поперечных деформаций, модуль сдвига, пределы микротрещинообразования бетонов.

### **Ключевые слова:**

класс бетона, модуль упругости, призма, продольные и поперечные деформации, модуль сдвига, коэффициент Пуассона, линейная корреляция, статистика, пределы микротрещинообразования бетонов.

### **Abstract**

The paper presents results of the experimental and theoretical studies of strength and deformation properties of concrete of medium grades during short-term axial compression. Cube and prism strength were determined according to the data obtained in testing four sets of samples. Modulus of longitudinal and lateral deformations, shear modulus and limits of concrete microcrack formation were found.

### **Key words:**

class of concrete, modulus of elasticity, prism, longitudinal and lateral deformations, shear modulus, Poisson's ratio, linear correlation, statistics, limits of concrete microcrack formation.

### **Введение**

При прогнозировании работы железобетонных конструкций зданий и сооружений, работающих в условиях как элементарного, так и сложного деформирования, необходимо учитывать упругопластические характеристики бетона, такие как модуль продольных и поперечных деформаций, модуль сдвига, коэффициент Пуассона, верхний и нижний пределы микротрещинообразования бетона. С этой целью были испытаны четыре серии образцов в виде кубов и призм на кратковременное центральное сжатие в соответствии с ГОСТ 24452-80.

### **Характеристики опытных образцов и методика экспериментальных исследований**

Первая серия образцов испытана в возрасте 28 сут, вторая – 253 сут, третья – 84 сут, четвёртая – 28 сут. Каждая серия состояла из шести кубов с размером ребра 150 мм и трёх призм размером 150×150×600 мм. Средняя кубиковая прочность первой серии образцов составила 23,3 МПа, второй – 36,2 МПа, третьей – 20,04 МПа, четвёртой – 21,25 МПа.

Испытание призмных образцов на кратковременное центральное сжатие до разрушения проводилось в полном соответствии с требованиями

ГОСТ 24452-80 при их ступенчатом нагружении по следующему режиму: 30 с на поднятие нагрузки и снятие отсчётов по измерителям деформаций; 4,5-минутная выдержка нагрузки на каждой ступени со снятием отсчётов по деформациям. Всего было принято 13 ступеней нагрузки – для первой серии образцов и 12 ступеней – для второй. Продольные и поперечные деформации замерялись по всем боковым граням призм при помощи индикаторов часового типа. При этом продольные деформации измерялись по четырём боковым граням призмы приборами механического действия с ценой деления 0,001 мм при базе 120...125 мм. Средняя призменная прочность испытанных образцов первой серии составила 18,7 МПа; второй – 28,65 МПа; третьей – 16,22 МПа, четвёртой – 17,2 МПа, а коэффициенты призменной прочности – 0,8; 0,78; 0,81 и 0,81 соответственно.

Продольные и поперечные деформации по каждой отдельной призме (по показаниям четырёх приборов механического действия) усреднялись. При отдельных расчётах, резко отличающихся от средних, эти отсчёты и соответствующие им деформации по отдельным приборам из обработки опытных деформаций исключались.

#### **Экспериментально-статистическая оценка деформативных характеристик бетона исследуемых классов**

В [1, 2] показано, что зависимость «секущий модуль продольных деформаций – напряжение или уровень напряжений» ( $E_c - \sigma$ ), ( $E_c - \eta$ ) при кратковременном центральном сжатии бетонных призм до разрушения с постоянной скоростью роста напряжений с большой достоверностью описывается линейной опытно-корреляционной зависимостью (1), а непосредственно вытекающая из неё зависимость «напряжение – деформация» – корреляционной зависимостью (2) гиперболического вида:

$$E_{c(\sigma)} = \frac{\sigma}{\varepsilon_{c(\sigma)}} = E_{c(0)} [1 - \lambda_{\sigma} \cdot \eta]; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{c(\sigma)} = \frac{\sigma}{E_{fc}} = \frac{\sigma}{E_{c(0)} \left[ 1 - \lambda_{fc} \cdot \frac{\sigma}{fc} \right]}, \quad (2)$$

где  $\eta$  – уровень напряжений,  $\eta = \frac{\sigma}{f_c}$ ;

$E_{c(0)}$  – истинный модуль упругости бетона (секущий модуль деформаций при  $\sigma = 0$ );  $\lambda_{fc}$  – предельное значение коэффициента пластичности бетона при  $\sigma = f_c$ .

Приведенная статистическая обработка результатов испытаний бетонных призм показала, что линейные корреляционные зависимости «секущие модули деформаций – напряжения или уровень напряжений» имеют место для поперечных и сдвиговых деформаций:

$$E_{v(\sigma)} = \frac{\sigma}{\varepsilon_{v(\sigma)}} = E_{v(0)} [\lambda_{v(fc)} \cdot \eta]; \quad (3)$$

$$\varepsilon_{v(\sigma)} = \frac{\sigma}{E_{v(\sigma)}} = \frac{\sigma}{E_{v(0)} \left[ 1 - \lambda_{v(fc)} \cdot \frac{\sigma}{fc} \right]}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} G_{\sigma} &= \frac{\sigma}{\varepsilon_{G(\sigma)}} = \frac{\sigma}{2 \left[ \varepsilon_{c(\sigma)} + \varepsilon_{v(\sigma)} \right]} = \\ &= G_0 \left[ 1 - \lambda_{G(fc)} \cdot \frac{\sigma}{fc} \right]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{G(\sigma)} = \frac{\sigma}{G_{\sigma}} = \frac{\sigma}{G_0 \left[ 1 - G_{v(fc)} \cdot \frac{\sigma}{fc} \right]}, \quad (6)$$

где  $E_{v(\sigma)}$ ,  $G_{\sigma}$  – секущие модули поперечных упругопластичных деформаций и деформаций сдвига;  $\varepsilon_{v(\sigma)}$ ,  $\varepsilon_{G(\sigma)}$  – соответствующие вышеуказанным секущим модулям деформаций упругопластические поперечные деформации и деформации сдвига при сжатии;  $E_{v(0)}$ ,

$G_0$  – испытанные значения модулей упругих поперечных и сдвиговых деформаций;  $\lambda_{v(fc)}, \lambda_{G(fc)}$  – коэффициенты пластичности по поперечным и сдвиговым деформациям при напряжении  $\sigma = f_c$ .

$$\lambda_{v(fc)} = \frac{E_{v(0)} - E_{v(fc)}}{E_{v(0)}}; \quad (7)$$

$$\lambda_{G(fc)} = \frac{G_0 - G_{fc}}{G_0}; \quad (8)$$

$$\varepsilon_{G(\sigma)} = 2[\varepsilon_{c(\sigma)} + \varepsilon_{v(\sigma)}]. \quad (9)$$

Численные значения параметров линейных корреляционных зависимостей (1), (3), (5) устанавливаются стати-

стически методами линейной корреляции [3].

Наиболее простым способом первичного определения связи между двумя свойствами является способ графического изображения результатов вычислений. Откладывая по оси абсцисс данные одного свойства (напряжения), а по оси ординат соответствующие им значения другого свойства (относительные деформации  $\varepsilon$  и  $E'$ ), получаем группу точек (рис. 1 и 2).

Величиной, выражающей прямолинейную зависимость между двумя свойствами, является коэффициент корреляции. Чем ближе коэффициент корреляции к единице, тем больше связь между изучаемыми свойствами.

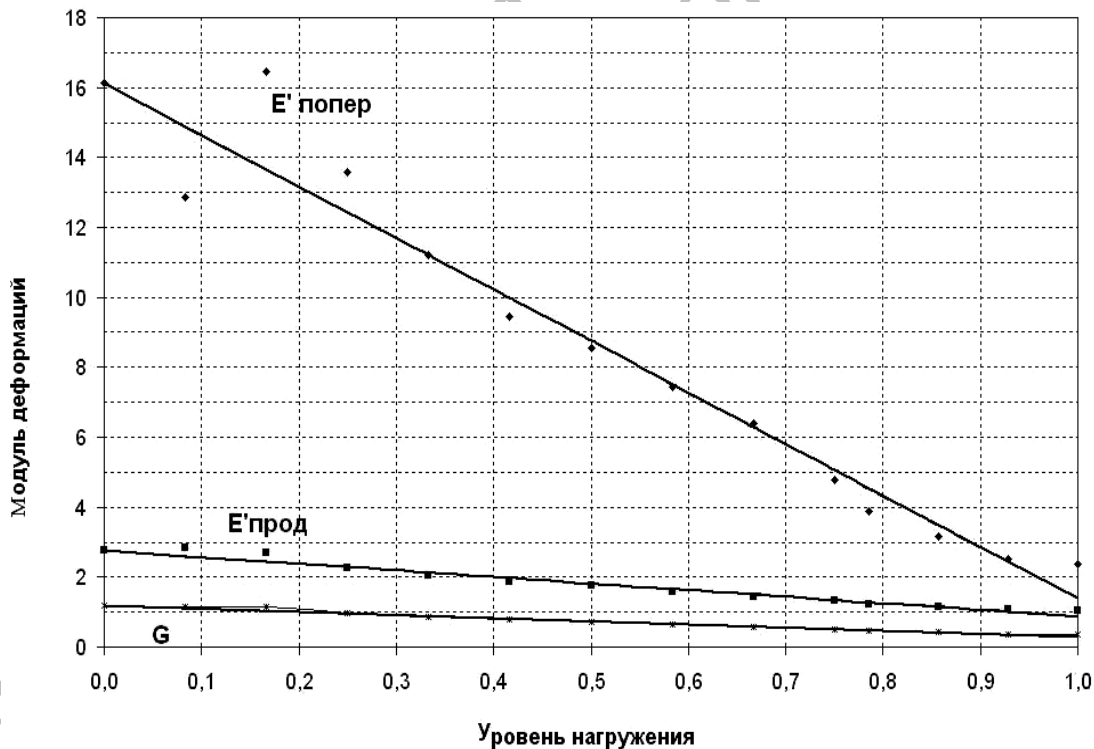


Рис. 1. Опытные и теоретические зависимости «секущий модуль деформаций – уровень нагружения» для первой серии образцов

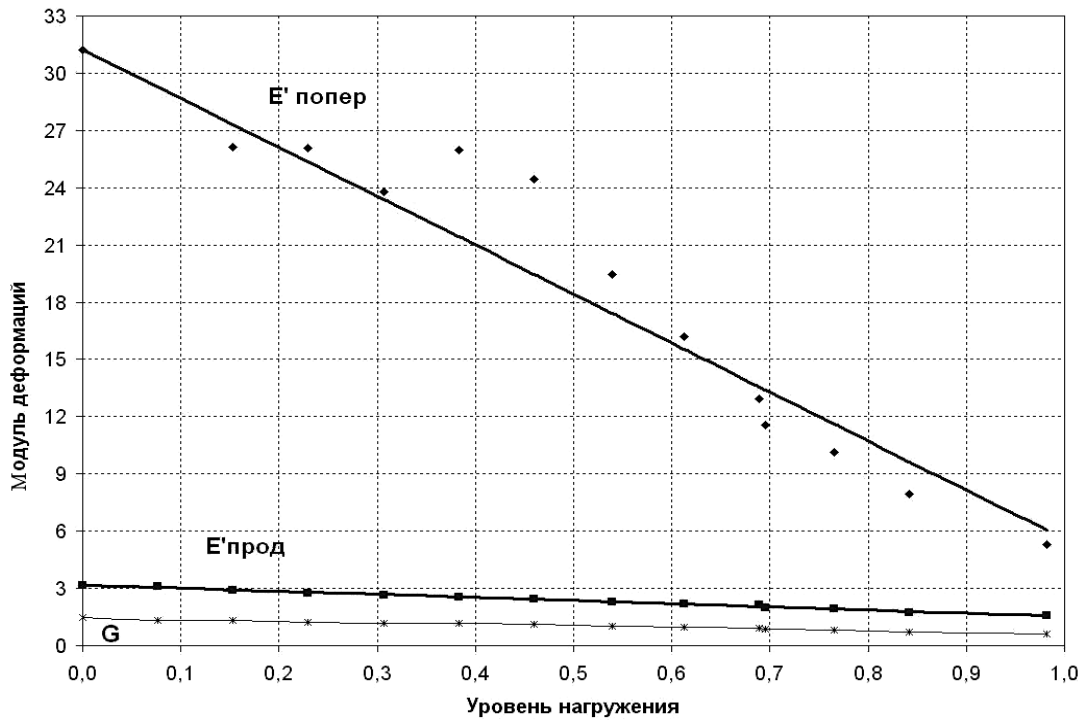


Рис. 2. Опытные и теоретические зависимости «секущий модуль деформаций – уровень нагружения» для второй серии образцов

Коэффициент корреляции  $r$  вычисляют по формуле

$$r = \frac{\sum_1^n (X_c \cdot Y_c)}{\sqrt{\sum_1^n X_c^2 \cdot Y_c^2}}, \quad (10)$$

где  $\sum_1^n (X_c \cdot Y_c)$  – сумма произведений отклонений отдельных вариантов  $V_x^1, V_y$  от соответствующих им средних арифметических  $M_x$  и  $M_y$ .

$$\sum_1^n (X_c \cdot Y_c) = \sum_1^n [(V_x - M_x) \cdot (V_y - M_y)]; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sum_1^n X_c^2 &= \sum_1^n (V_x - M_x)^2; \\ \sum_1^n Y_c^2 &= \sum_1^n (V_y - M_y)^2; \end{aligned} \quad (12)$$

$$M_x = \frac{\sum_1^n V_x}{n}; \quad M_y = \frac{\sum_1^n V_y}{n}, \quad (13)$$

где  $n$  – число наблюдений (вариант каждого ряда).

Средняя ошибка коэффициента корреляции

$$m_r = \pm \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}. \quad (14)$$

Достоверность коэффициента корреляции (линейного корреляционного уравнения или связи) оценивается отношением коэффициента корреляции  $r$  к его средней ошибке  $m_r$ . Если это отношение равно 4 или больше, то коэффициент корреляции считается достоверным и наличие связи между двумя свойствами доказано, в противном случае – нельзя сделать заключение о достоверности связи между изучаемыми свойствами. Итак, линейная корреляционная зависимость достоверна, если

$$\frac{|r|}{|m_r|} \geq 4. \quad (15)$$

$r$  и  $r/m_r$  доказывают количественную оценку связи между двумя величинами, но не выражают эту связь в виде уравнения.

Линейное корреляционное уравнение представлено следующей формулой:

$$Y = M_y + r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot (X - M_x) = M_y + r \sqrt{\frac{\sum_{c=1}^n Y_c^2}{\sum_{c=1}^n X_c^2}} \cdot (X - M_x), \quad (16)$$

где  $\sigma_x, \sigma_y$  – средние квадратические отклонения:

$$\sigma_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{c=1}^n X_c^2}{n-1}}; \quad \sigma_y = \pm \sqrt{\frac{\sum_{c=1}^n Y_c^2}{n-1}} \quad (17)$$

Статистика линейных корреляционных зависимостей по усреднённым показателям для испытанных призм показала, что достоверность линейности корреляционных зависимостей довольно высока (коэффициент корреляции  $r_x$  близок к единице, а его достоверность  $r/m_r$  значительно больше четырёх).

Для выявления зависимостей и получения линейных уравнений были обработаны опытные данные, представленные в табл. 1 и 2 (для первой, третьей и четвёртой серий образцов вычисления проводились аналогично).

Результаты проведенных исследований отражены в табл. 3.

Табл. 1. Сопоставление опытных и теоретических (опытно-корреляционных) значений продольных относительных деформаций  $\epsilon$ , секущего модуля деформаций  $E'$ , касательного модуля деформаций  $E$  и коэффициента упругости бетона  $\nu$

Опытная величина (по показаниям приборов)						Теоретическая величина (корреляционная)				Отклонение		
$\sigma$ , МПа	Уровень нагружения	$\epsilon$ , $10^{-5}$ МПа	$E'$ , $10^4$ МПа	$E$ , $10^4$ МПа	$\nu$	$\epsilon$ , $10^{-5}$ МПа	$E'$ , $10^4$ МПа	$E$ , $10^4$ МПа	$\nu$	$\Delta\epsilon$ , %	$\Delta E' = \Delta\nu$ , %	$\Delta E$ , %
0	0	0	-	3,204	1	0	3,204	3,204	1	0	0	0
2,19	0,077	7,02	3,1197	3,0376	0,9737	7,12	3,0765	2,9542	0,9602	1,4	-1,4	-2,7
4,39	0,153	14,95	2,9365	2,6913	0,9165	14,89	2,9485	2,7134	0,9203	-0,4	0,4	0,8
6,58	0,23	23,79	2,7659	2,3877	0,8633	23,32	2,8210	2,4839	0,8805	-2,0	2,0	4,0
8,78	0,306	32,85	2,6728	2,2297	0,8342	32,60	2,6930	2,2635	0,8405	-0,8	0,8	1,5
10,97	0,383	42,81	2,5625	2,0494	0,7998	42,76	2,5655	2,0543	0,8007	-0,1	0,1	0,2
13,16	0,459	53,35	2,4667	1,8991	0,7699	53,98	2,4381	1,8553	0,7610	1,2	-1,2	-2,3
15,44	0,539	66,36	2,3267	1,6896	0,7262	66,97	2,3054	1,6588	0,7195	0,9	-0,9	-1,8
17,55	0,613	78,98	2,2221	1,5411	0,6935	80,41	2,1826	1,4868	0,6812	1,8	-1,8	-3,5
19,92	0,695	98,23	2,0279	1,2835	0,6329	97,42	2,0447	1,3048	0,6382	-0,8	0,8	1,7
21,94	0,766	113,33	1,9359	1,1697	0,6042	113,85	1,9271	1,1591	0,6015	0,5	-0,5	-0,9
24,13	0,842	136,98	1,7616	0,9686	0,5498	134,08	1,7996	1,0108	0,5617	-2,1	2,2	4,4
28,13	0,982	178,63	1,5748	0,7740	0,4915	179,53	1,5668	0,7662	0,4890	0,5	-0,5	-1,0

Табл. 2. К вычислению коэффициента корреляции

$V_x = (\sigma)$ , МПа	$\varepsilon$	$V_y$	$X_c$	$X_c^2$	$Y_c$	$Y_c^2$	$Z_c$	$Z_c^2$
2,19	7,02	3,1197	12,2417	149,8592	-0,7553	0,5704	11,4864	131,9383
4,39	14,95	2,9365	10,0417	100,8357	-0,5721	0,3272	9,4696	89,6742
6,58	23,79	2,7659	7,8517	61,6492	-0,4015	0,1612	7,4502	55,5060
8,78	32,85	2,6728	5,6517	31,9417	-0,3084	0,0951	5,3433	28,5513
10,97	42,81	2,5625	3,4617	11,9834	-0,1981	0,0392	3,2636	10,6512
13,16	53,35	2,4667	1,2717	1,6172	-0,1023	0,0105	1,1694	1,3674
15,44	66,36	2,3267	-1,0083	1,0167	0,0377	0,0014	-0,9706	0,9421
17,55	78,98	2,2221	-3,1183	9,7238	0,1423	0,0203	-2,9760	8,8565
19,92	98,23	2,0279	-5,4883	30,1214	0,3365	0,1132	-5,1518	26,5410
21,94	113,33	1,9359	-7,5083	56,3746	0,4285	0,1836	-7,0798	50,1241
24,13	136,98	1,7616	-9,6983	94,0570	0,6028	0,3634	-9,0955	82,7276
28,13	178,63	1,5748	-13,6983	187,6434	0,7896	0,6235	-12,9087	166,6336

Табл. 3. Характеристика бетона испытанных образцов и статистика их линейных корреляционных зависимостей

Номер серии	Возраст $t$ , сут	$f_{c, кубес}^G$ , МПа	$f_{сж}$ , МПа	$f_{сж}^v$		$f_{сж}^0$		Зависимость	Уравнение, МПа	$r$	$r/m_r$
				$\eta$	МПа	$\eta$	МПа				
1	28	23,3	18,7	0,75	14,0	0,48	8,95	$E_{c(\sigma)} - \eta$	$3,093(1 - 0,034 \sigma)$	-0,9795	86,952
								$E_{v(\sigma)} - \eta$	$17,27(1 - 0,043 \sigma)$	-0,9855	123,32
								$G_c - \eta$	$1,34(1 - 0,037 \sigma)$	-0,9883	152,52
2	253	36,2	28,65	0,842	24,13	0,57	16,33	$E_{c(\sigma)} - \eta$	$3,02(1 - 0,018 \sigma)$	-0,9979	832
								$E_{v(\sigma)} - \eta$	$29,43(1 - 0,027 \sigma)$	-0,8381	9,7
								$G_c - \eta$	$1,452(1 - 0,02 \sigma)$	-0,9901	173,7
3	84	20,04	16,22	0,73	11,85	0,47	7,62	$E_{c(\sigma)} - \eta$	$2,89(1 - 0,047 \sigma)$	-0,7949	7,48
								$E_{v(\sigma)} - \eta$	$23,39(1 - 0,058 \sigma)$	-0,9028	16,9
								$G_c - \eta$	$1,278(1 - 0,051 \sigma)$	-0,9947	328
4	28	21,25	17,2	0,74	12,70	0,473	8,56	$E_{c(\sigma)} - \eta$	$3,85(1 - 0,039 \sigma)$	-0,9896	168
								$E_{v(\sigma)} - \eta$	$22,15(1 - 0,049 \sigma)$	-0,9631	46,1
								$G_c - \eta$	$1,65(1 - 0,041 \sigma)$	-0,9879	143

При нагружении бетонного образца длительным напряжением, меньшим либо равным нижней границе микро-трещинообразования, в бетоне не возникает микро-разрушения. При действии напряжений в пределах границ нижнего и верхнего микро-трещинообразований в

бетоне возникают микро-разрушения, но их количество не приводит к разрушению материала. Если длительное напряжение больше верхней границы микро-трещинообразования, в бетоне происходит накопление и развитие микро-разрушений вплоть до его полного

разрушения. Поэтому за предел прочности при длительном сжатии принимают напряжение несколько ниже верхней

границы микротрещинообразования (рис. 3).

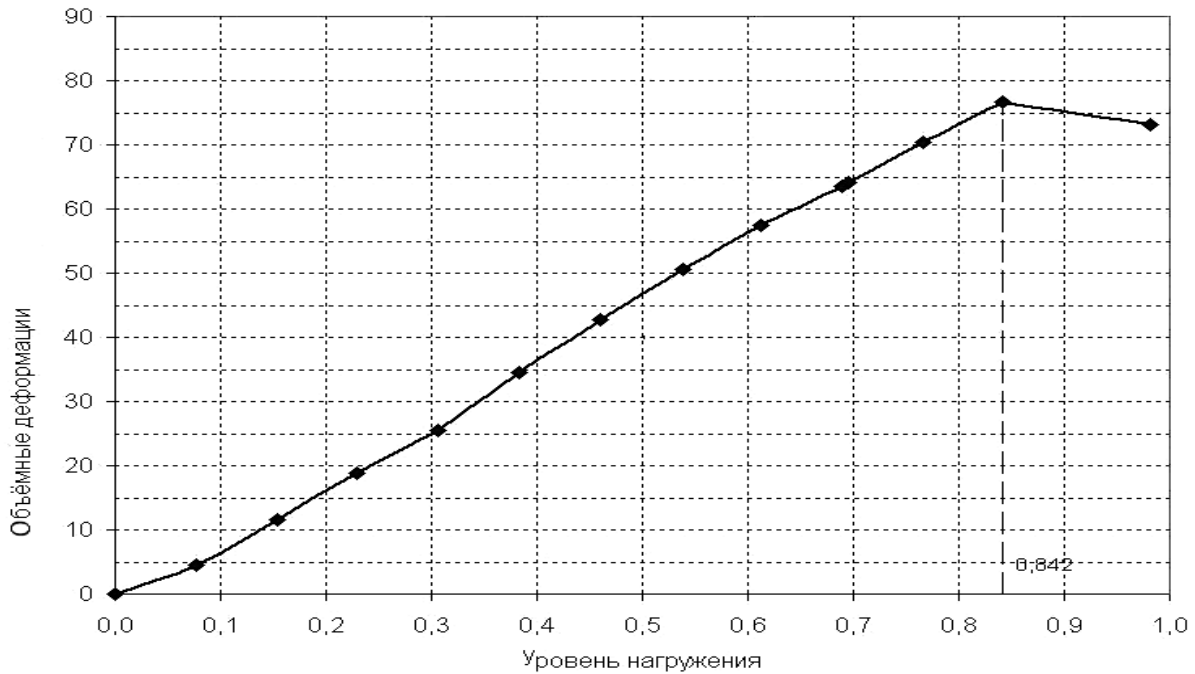


Рис. 3. Определение верхней границы микротрещинообразования для второй серии образцов

Верхний предел микротрещинообразования  $f^v_{crc}$  (так называемая «критическая» граница, при достижении которой наблюдается активный прирост пластических деформаций) находился графическим методом по усреднённым экспериментальным данным для двух призм, испытанных кратковременным нагружением по стандартной методике – путем построения зависимости «уровень нагружения – объёмная деформация». Объёмные деформации при этом определялись по формуле

$$\varepsilon^v = \varepsilon_{c(\sigma)} - 2\varepsilon_{v(\sigma)}, \quad (18)$$

где  $\varepsilon_{c(\sigma)}$  – продольные относительные деформации;  $\varepsilon_{v(\sigma)}$  – поперечные относительные деформации.

По пиковой точке диаграммы  $\varepsilon^v - \eta$  находился верхний предел микротре-

щинообразования бетона –  $f^v_{crc}$ .

Определение нижнего предела микротрещинообразования  $f^0_{crc}$  также производилось графическим методом по экспериментальным данным. Сначала по опытным данным была построена зависимость «уровень нагружения  $\eta$  – коэффициент Пуассона  $\nu$ », при этом коэффициент Пуассона определялся как отношение поперечных относительных деформаций к продольным или как отношение поперечного модуля деформаций к продольному для каждой ступени нагружения (рис. 4).

Путём нахождения первой  $\frac{d\nu}{d\eta}$  и

второй  $\frac{d^2\nu}{d\eta^2}$  производных был графиче-

ски определён предел нижнего микротрещинообразования бетона (рис. 5).

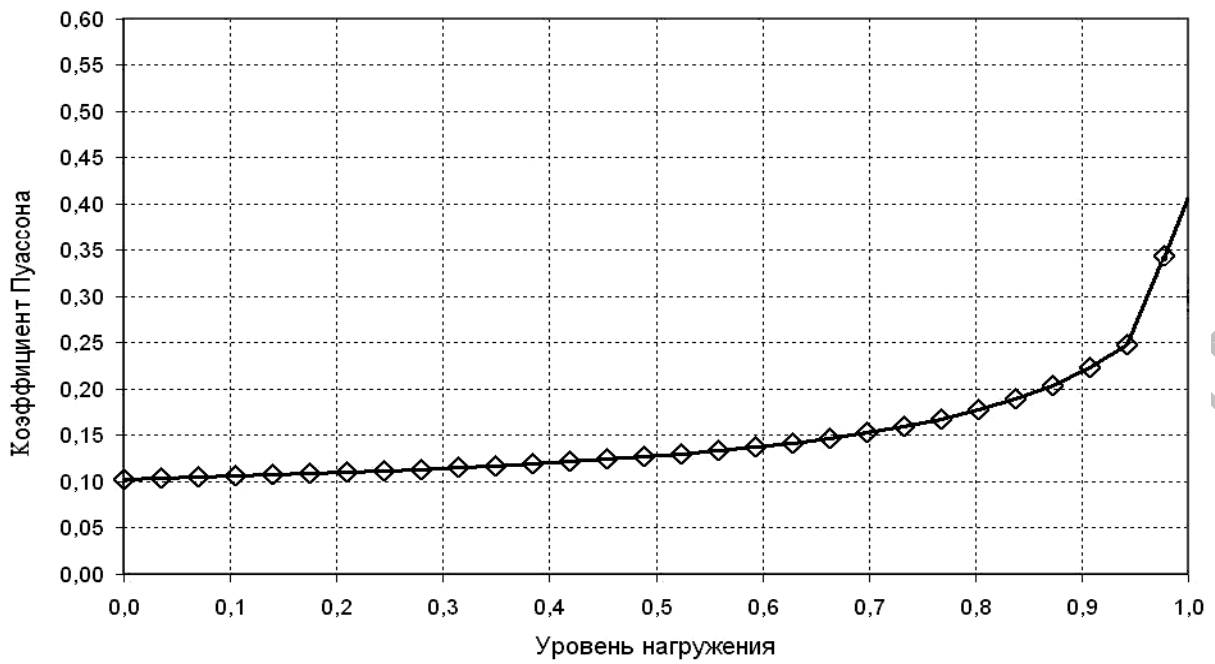


Рис. 4. Корреляционная зависимость «уровень нагружения – коэффициент Пуассона» для второй серии образцов

а)

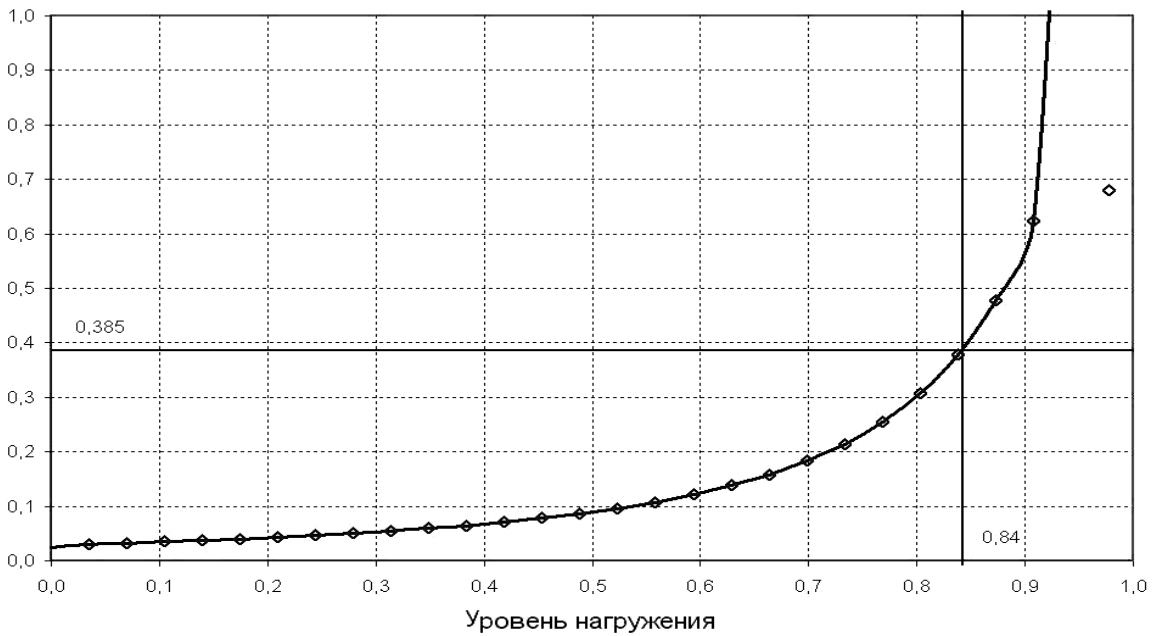
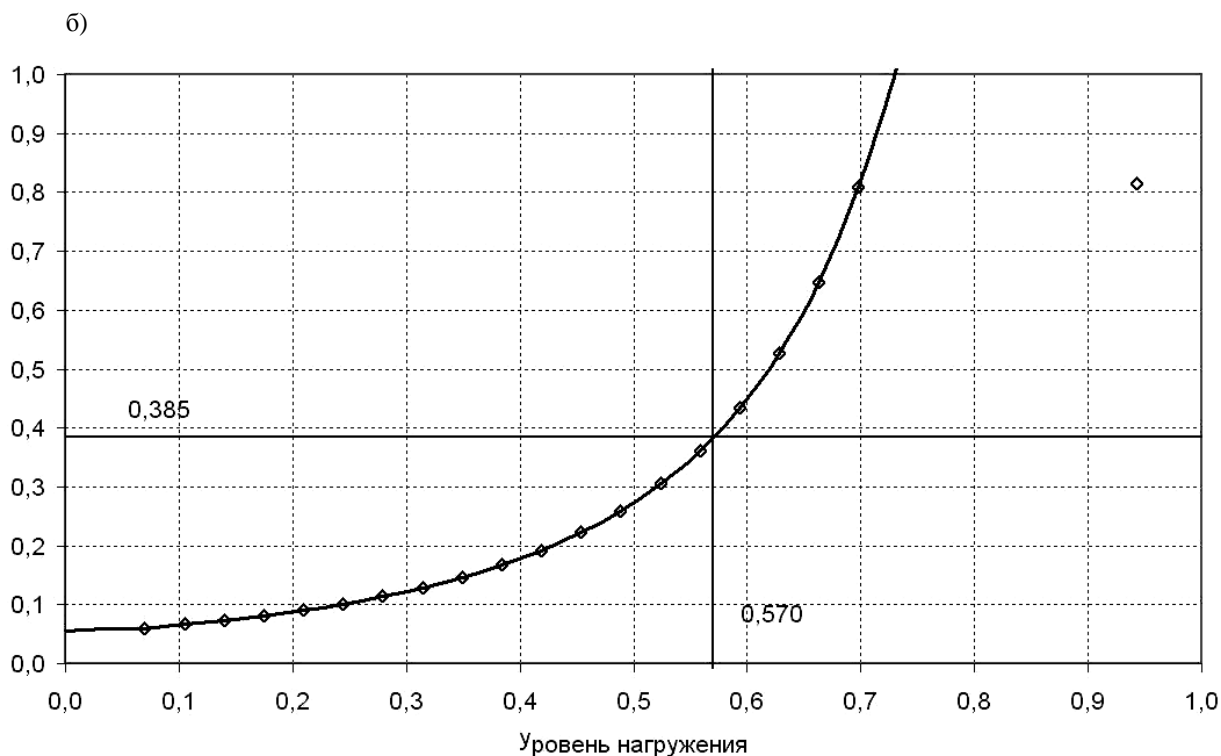


Рис. 5. Корреляционные зависимости: а – первая производная второй серии; б – вторая производная второй серии





Окончание рис. 5

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенюк, С. Д. К определению модуля упругости и упругопластических характеристик бетона при кратковременном центральном сжатии / С. Д. Семенюк // Вестн. БГТУ. Строительство и архитектура. – 2001. – № 1. – С. 40–44.
2. Семенюк, С. Д. Железобетонные пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно деформируемом основании : монография / С. Д. Семенюк. – Могилёв : Белорус.-Рос. ун-т, 2003. – 269 с.
3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М. : Высш. шк., 1977. – 479 с.

Статья сдана в редакцию 23 мая 2013 года

**Славик Денисович Семенюк**, д-р техн. наук, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-297-43-38-72.  
**Иван Сергеевич Фролков**, ассистент, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-222-22-09-27.  
**Мария Геннадьевна Мамочкина**, студентка, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-222-22-09-27.  
**Галина Анатольевна Дивакова**, студентка, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-222-22-09-27.  
**Slavik Denisovich Semenyuk**, DSc (Engineering), Belarusian-Russian University. Tel.: +375-297-43-38-72.  
**Ivan Sergeevich Frolkov**, assistant lecturer, Belarusian-Russian University. Tel.: +375-222-22-09-27.  
**Mariya Gennadyevna Mamochkina**, student, Belarusian-Russian University. Tel.: +375-222-22-09-27.  
**Galina Anatolyevna Divakova**, student, Belarusian-Russian University. Tel.: +375-222-22-09-27.