## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

## УДК 534.86

## В. И. Борисов, С. С. Сергеев, А. С. Никитин

## ТОНКАЯ СТРУКТУРА АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЬЕЗОПЛАСТИН

UDC 534.86

V. I. Borisov, S. S. Sergeev, A. S. Nikitin

# FINE STRUCTURE OF THE ACOUSTIC FIELD OF RADIATION OF RECTANGULAR PIEZOELECTRIC PLATES

#### Аннотация

Методом численного анализа рассчитано акустическое поле излучения прямоугольных пьезопластин. Показано, что вблизи пьезопластины поле носит неоднородный характер с наличием большого количества минимумов и максимумов. Отмечается, что распределение давления акустических волн вдоль акустической оси зависит от соотношения длины и ширины пьезопластин.

#### Ключевые слова:

пьезопластина, пьезопреобразователь, акустическое поле, акустические волны, неразрушающий контроль, интерференция, зоны пьезопреобразователя, дефектоскопия.

#### Abstract

The acoustic field of the radiation of rectangular piezoelectric plates has been calculated by the method of numerical analysis. It is shown that around a piezoelectric plate the acoustic field has a nonuniform nature with a large number of minima and maxima. It is also shown that the distribution of pressure of acoustic waves along an acoustic axis depends on the correlation of lengths and widths of piezoelectric plates.

### Key words:

piezoceramic plates, piezoelectric transducer, acoustic field, acoustic waves, nondestructive testing, interference, zones of piezoelectric transducer, flaw detection.

Ультразвуковые методы неразрушающего контроля находят сегодня широкое применение для дефектоскопии различных материалов и технических изделий как в процессе их производства, так и при эксплуатации. При этом одной из важнейших характеристик, влияющих на информационные возможности и достоверность контроля, является акустическое поле используемых пьезопреобразователей. При расчете акустического поля пьезопреобразователей аналитическое решение удается получить лишь для точек, расположенных на акустической оси круглой пьезопластины [1]. Для пьезопластин другой формы также получены удовлетворительные аналитические выражения, описывающие акустическое поле в дальней зоне [1–3].

В предлагаемой работе приведены результаты численного расчета акусти-

© Борисов В. И., Сергеев С. С., Никитин А. С., 2014

ческого поля излучения прямоугольных пьезопластин для непрерывного возбуждения акустических волн. Расчетная схема пьезопреобразователя в виде прямоугольной пластины площадью *S* приведена на рис. 1.



Рис. 1. Схема для расчета акустического поля прямоугольного пьезопреобразователя

Результирующая сила давления в точке *A* с координатами *X*, *Y*, *z* будет определяться интегралом

$$F(X,Y,z) = \int_{S} \frac{P_{0}}{R} \cos \varphi \left( \cos \left( \omega t - \left( \bar{k} \cdot \bar{R} \right) \right) \right) dS =$$
  
$$= \int_{S} \frac{P_{0}}{R} \cos \varphi \left( \cos \left( \omega t - kR \right) \right) dS =$$
  
$$= \int_{S} \frac{P_{0}}{R} \cos \varphi \left( \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} R \right) \right) dS, \quad (1)$$

где k – модуль волнового вектора (волновое число),  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;  $\lambda$  – длина волны в материале среды, где распространяется акустическая волна.

В выражении (1) расстояние R от точечного излучателя площадью dS = dxdy, расположенного в точке с координатами x, y, до точки A определяется следующим выражением:

$$R = \sqrt{(X - x)^{2} + (Y - y)^{2} + z^{2}}.$$
 (2)

В выражении (1) считаем, что от элементарного излучателя площадью dSизлучается сферическая акустическая волна, что соответствует физической действительности, если размер площадки значительно меньше расстояния от площадки до рассматриваемой точки. Для более реального представления вклада волны, излучаемой элементарным излучателем в рассматриваемой точке пространства A, вводится коэффициент соз  $\varphi$ , который учитывает наклон элементарной площадки к направлению на рассматриваемую точку [2].

Этот коэффициент определяется выражением

$$\cos \varphi = \frac{z}{R} = \frac{z}{\sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + z^2}} . (3)$$

Тогда с учетом выражений (2) и (3) формулу (1) можно переписать следующим образом:

$$F(X,Y,z) = \int_{S} \frac{P_0 z}{R^2} \left( \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}R\right) \right) dS =$$
$$= \int_{S} \frac{P_0 z}{\left(\left(X-x\right)^2 + \left(Y-y\right)^2 + z^2\right)} \left( \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\left(\left(X-x\right)^2 + \left(Y-y\right)^2 + z^2\right)}\right) \right) dS.$$
(4)

Расчет этого интеграла проведем путем численного интегрирования с за-

меной интеграла суммой.

3''

$$F(X,Y,z) = \int_{S} \frac{P_{0}z}{R^{2}} \left( \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}R\right) \right) dS =$$

$$= \sum_{S} \frac{P_{0}z}{\left(\left(X-x\right)^{2} + \left(Y-y\right)^{2} + z^{2}\right)} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\left(\left(X-x\right)^{2} + \left(Y-y\right)^{2} + z^{2}\right)}\right) \Delta S =$$

$$= \sum_{S} \frac{P_{0}\Delta S \cdot z}{\left(\left(X-x\right)^{2} + \left(Y-y\right)^{2} + z^{2}\right)} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\left(\left(X-x\right)^{2} + \left(Y-y\right)^{2} + z^{2}\right)}\right) \Delta S.$$
(5)

Вычисление этой суммы проводится следующим образом. Вся поверхность пьезопластины разбивается на Nквадратных элементарных площадок площадью  $\Delta S$ . Число элементарных площадок выбирается таким образом, чтобы расстояние от соседних площадок до рассматриваемой точки A было значительно меньше длины акустической волны в материале среды, в которой она распространяется. Так как это требование наиболее жестко выполняется, если точка A располагается вблизи центра пластины, то разбиение поверхности пьезопластины будем проводить таким образом, чтобы центры элементарных площадок отстояли друг от друга примерно на расстоянии 0,01 $\lambda$ .

Для упрощения проводимых вычислений преобразуем выражение (5) с целью разделения временных и пространственных координат.

$$F(X,Y,z) = \sum_{1}^{N} \frac{P_0 z}{R^2} \Delta S \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}R\right) = P_0 \Delta S \sum_{1}^{N} \frac{z}{R^2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}R\right) =$$

$$= P_0 \Delta S \sum_{1}^{N} \frac{z}{R^2} \left(\cos \omega t \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda}R + \sin \omega t \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda}R\right) =$$

$$= P_0 \Delta S \sum_{1}^{N} \frac{z}{R^2} \cos \omega t \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda}R + P_0 \Delta S \sum_{1}^{N} \frac{z}{R^2} \sin \omega t \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda}R =$$

$$= P_0 \Delta S \cos \omega t \sum_{1}^{N} \frac{z}{R^2} \cos \frac{2\pi}{\lambda}R + P_0 \Delta S \sin \omega t \sum_{1}^{N} \frac{z}{R^2} \sin \frac{2\pi}{\lambda}R =$$
(6)

Введем следующие обозначения:

$$C = P_0 \Delta S \sum_{0}^{N} \frac{z}{R^2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} R;$$
$$D = P_0 \Delta S \sum_{0}^{N} \frac{z}{R^2} \sin \frac{2\pi}{\lambda} R.$$
(7)

Тогда выражение (6) можно переписать следующим образом:

$$F(X,Y,z) = C\cos\omega t + D\sin\omega t =$$

$$= C\left(\cos\omega t + \frac{D}{C}\sin\omega t\right).$$
(8)

Обозначим  $\frac{D}{C} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ . Тогда

Тогда выражение (6) можно пере-  
ать следующим образом:  
$$F(X,Y,z) = C\left(\cos \omega t + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \sin \omega t\right) = \frac{C}{\cos \alpha} (\cos \omega t \cos \alpha + \sin \omega t \sin \alpha) =$$
$$= \frac{C}{\cos \alpha} \cos (\omega t + \alpha) = C \sqrt{1 + tg^2 \alpha} \cos (\omega t + \alpha) = C \sqrt{1 + \frac{D^2}{C^2}} \cos (\omega t + \alpha) =$$
$$= \sqrt{C^2 + D^2} \cos (\omega t + \alpha).$$
(9)

Из выражения (9) видно, что сила давления в точке А изменяется по гармоническому закону с частотой акустической волны, генерируемой пьезопластиной. Если силу давления разделить на площадь элементарной площадки  $\Delta S$ ,

амплитуда давления, создаваемого то пьезопластиной в точке А, в предположении того, что  $P_0 = 1$ , будет определяться следующим выражением:

$$P(X,Y,z) = \sqrt{\left(\sum_{0}^{N} \frac{z}{R^2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} R\right)^2 + \left(\sum_{0}^{N} \frac{z}{R^2} \sin \frac{2\pi}{\lambda} R\right)^2}.$$
 (10)

Выражение (10) позволяет определить амплитуду давления акустической волны, генерируемой пьезопластиной в любой точке пространства.

Расчеты акустического поля проводились для трех нагруженных на воду пьезопластин размерами 10×10, 10×5 и 10×1 мм соответственно для частоты возбуждения 2,5 МГц.

На рис. 2...4 приведены распределения давления акустической волны Р на акустической оси *г*. прямоугольных пьезопластин различных размеров.

Из приведенных рисунков видно, что для всех размеров пьезопластин можно выделить ближнюю и дальнюю зоны, где соответственно наблюдаются и отсутствуют осцилляции амплитуды давления акустических волн. Для пьезопластины размерами 10×10 мм последний максимум (наибольший) наблюдается на расстоянии 55 мм от пьезопластины, а для пьезопластин размерами 5×10 и 1×10 мм – на расстоянии 42 мм от излучающей плоскости. Отличительной особенностью давления акустической волны в последних максимумах для прямоугольных пластин является то, что их величина не является самой большой. Так, для пьезопластины размерами 5×10 мм максимальное значение давления на акустической оси наблюдается на расстоянии 14 мм, а для пьезопластины размерами 1×10 мм – 0,8 мм. Характерно то, что для пьезопластины размерами 1×10 мм давление вдоль аку-

стической оси в средней и дальней зонах изменяется слабо.

В ближней зоне на расстояниях от пьезопластины, сравнимых с ее размерами, наблюдается сложная картина акустического поля, с большим значением максимумов и минимумов, что видно из рис. 5, на котором приведено распределение давления P акустической волны в двух ортогональных осевых плоскостях на расстоянии 5 мм от пластины размерами 5×10 мм.



Рис. 2. Распределение амплитуды акустического давления вдоль оси пьезопластины размерами 10×10 мм



Рис. 3. Распределение амплитуды акустического давления вдоль оси пьезопластины размерами 5×10 мм



Рис. 4. Распределение амплитуды акустического давления вдоль оси пьезопластины размерами  $1{\times}10~{\rm Mm}$ 



Рис. 5. Распределение давления акустической волны в осевой плоскости пьезопластины, перпендикулярной малой (а) и большой (б) сторонам пластины

Из рис. 5 видно, что давление акустической волны в плоскости, перпендикулярной меньшей стороне пьезопластины, имеет семь максимумов, крайние из которых, расположенные вблизи края пьезопластины, имеют наибольшее значение по сравнению с другими. В плоскости же, перпендикулярной большей стороне пьезопластины, акустическое поле имеет только два максимума с провалом в центре пластины. Такая неоднородная картина акустического поля наблюдается в ближней зоне и обусловлена тем, что разность расстояний от элементарных излучателей на пьезопластине сравнима с длиной волны, что приводит к сложной интерференционной картине. Характерной особенно-

стью акустического поля в ближней зоне является то, что в пределах площади пьезопластины давление ни в одной точке не спадает до нуля.

Более однородный характер имеет акустическое поле в области последнего максимума, который наблюдается на расстоянии 42 мм от пьезопластины, что видно из рис. 6, на котором приведено распределение давления акустической волны P (в относительных единицах) для двух ортогональных осевых плоскостей на расстоянии 42 мм от пластины.

На рис. 6 сплошными линиями показано рассчитанное распределение давления акустических волн, а штриховыми линиями приведено распределение поля, описываемое аналитической зависимостью sin X/X [2], где  $X = ak \sin \theta$ . Здесь a половина стороны пьезопластины; k – волновое число в материале среды, в которой распространяется акустическая волна;  $\theta$  – угол между акустической осью и направлением на точку, в которой рассматривается акустическое поле.

Из приведенных графиков видно, что в области центрального максимума, расположенного на акустической оси пьезопластины, рассчитанная зависимость почти совпадает с аналитической зависимостью даже в области последнего максимума акустического поля для ортогональных плоскостей. Различие же заключается в том, что давление акустических волн, описываемое аналитической зависимостью, в некоторых точках пространства спадает до нуля. Это различие наблюдается тем меньше, чем дальше удаление от пьезопластины. Это видно из рис. 7, на котором сплошными линиями показано рассчитанное расдавления акустических пределение волн, а штриховыми линиями – распределение поля, описываемое аналитической зависимостью sinX/X в дальней зоне на расстоянии 100 мм от пьезопластины размерами 5×10 мм.



Рис. 6. Распределение давления акустической волны в осевой плоскости пьезопластины, перпендикулярной малой (а) и большой (б) сторонам пластины в области последнего максимума на расстоянии 42 мм от пластины

Общие особенности акустического поля излучения квадратной пьезопластины размерами 10×10 мм прослеживаются на рис. 8, где приведено трехмерное распределение давления акустических волн P (в относительных единицах) на различных расстояниях от пьезопластины. Расстояния вдоль осей x и у приведены в миллиметрах.



Рис. 7. Распределение давления акустической волны в осевой плоскости пьезопластины, перпендикулярной малой (а) и большой (б) сторонам пластины в дальней зоне на расстоянии 100 мм от пластины



Рис. 8. Акустическое поле квадратной пьезопластины на разных расстояниях

На рис. 8, а приведено распределение амплитуды давления акустических волн в плоскости, отстоящей от пьезопластины на расстоянии 5 мм. Видно, что в ближней зоне, как и для прямоугольной пьезопластины, наблюдается неоднородная структура акустического поля с максимальным значением давления акустических волн над краями пластины.

На рис. 8, б приведен вид акустического поля на расстоянии 24 мм, где наблюдается последний самый глубокий минимум в осевом распределении давления (см. рис. 2). Из этого рисунка видно, что наиболее интенсивные максимумы акустического поля наблюдаются вокруг акустической оси пьезопластины, а давление акустических волн над краями пластинки становится меньше.

Характер увеличения интенсивности акустических волн на оси пьезопластины прослеживается при дальнейшем увеличении расстояния от нее, как это видно из рис. 8, в, на котором приведен вид акустического поля на расстоянии 55 мм (в области наиболее интенсивно-

го максимума). Кроме того, наибольшее давление (см. рис. 8, в) наблюдается на акустической оси пьезопластины, которое спадает по краям. Но это спадание происходит не монотонно, а с наблюдением дополнительных максимумов, которые становятся все меньше при удалении от оси пластинки. Такой же характер акустического поля отмечается и в дальней зоне, как это видно из рис. 8, г, на котором приведена картина акустического поля на расстоянии 100 мм от пьезопластины. Помимо этого, в области центрального максимума (см. рис. 8, г) концентрируется основная энергия, излучаемая пьезопластиной. Эта концентрация усиливается по мере удаления от пьезопластины, а сам максимум испытывает монотонное угловое уширение.

Таким образом, проведенные расчеты показали, что структура акустического поля излучения прямоугольных пьезопластин представляет собой сложную пространственную картину, которая имеет различный характер в ближней и дальней зонах пьезопреобразователей на основе таких пластин.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гурвич, А. К. Справочные диаграммы направленности искателей ультразвуковых дефектоскопов / А. К. Гурвич, Л. И. Кузьмина. – Киев : Техніка, 1980. – 101 с.

2. Ермолов, И. Н. Неразрушающий контроль : в 5 кн. Кн. 2 : Акустические методы контроля / И. Н. Ермолов, Н. П. Алешин, А. И. Потапов ; под ред. В. В. Сухорукова. – М. : Высш. шк., 1991. – 283 с.

3. Никифоров, Л. А. Излучение акустических волн : учеб. пособие / Л. А. Никифоров. – СПб. : ГЭТУ, 1993. – 79 с.

4. Ультразвуковые пьезопреобразователи для неразрушающего контроля / Под ред. И. Н. Ермолова. – М. : Машиностроение, 1986. – 280 с.

Статья сдана в редакцию 7 апреля 2014 года

Василий Иванович Борисов, д-р физ.-мат. наук, проф., Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-299-73-56-21.

Сергей Сергеевич Сергеев, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.

Александр Сергеевич Никитин, студент, Белорусско-Российский университет.

**Vasily Ivanovich Borisov,** DSc (Physics and Mathematics), Prof., Belarusian-Russian University. Phone: +375-299-73-56-21.

Sergey Sergeyevich Sergeev, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University. Aleksandr Sergeyevich Nikitin, student, Belarusian-Russian University.