МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.865

Л. А. Борисенко

К ТЕОРИИ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ ОСЕВОГО ТИПА

UDC 621.865

L. A. Borisenko

ON THE THEORY OF PLANETARY GEARS WITH INTERMEDIATE ROLLING ELEMENTS OF AXIAL TYPE

Аннотация

Рассматриваются исходные предпосылки и принципы образования планетарных механизмов с промежуточными телами качения осевого типа. Установлены соотношения между планетарной и рядовой передачами. Обоснованы формулы для расчета передаточного отношения. Методом плана скоростей определены зависимости для относительных скоростей контактирующих точек. Приведено доказательство постоянства передаточного отношения для случая использования в качестве рабочих профилей кулачков винтовых линий и синусоидальных кривых.

Ключевые слова:

планетарный механизм, кулачковый механизм, геометрия передачи, передаточное отношение, реверсивная передача, винтовая линия и синусоидальная кривая.

Abstract

The article deals with initial conditions and principles of construction of planetary gears with intermediate rolling elements of axial type. The correlations between planetary and ordinary gears are determined. Formulas for gear ratio calculation are substantiated. Dependencies for relative velocities of contacting points are determined by using the velocity vector diagram. The proofs of gear ratio constancy are given, in case helical lines and sinusoid curves are used as cam flanks.

Key words:

planetary gear, cam mechanism, geometrical pattern of transmission, gear ratio, reversing gear, helical line and sinusoid curve.

В последнее время возрос интерес к одному из видов передаточных планетарных механизмов с промежуточными телами качения – к передачам осевого типа [1, 2]. Передача реализуется в концентрических втулках с рабочими поверхностями в виде пространственных цилиндрических кулачков. Основным ее достоинством являются малые радиальные габариты, которые практически не зависят от передаточного отношения и своей минимизацией превосходят все без исключения известные передачи, а также то, что тела качения выполняют роль радиальных и осевых подшипников, надежность которых в высоконагруженных передачах зачастую определяет долговечность передачи, которая в силу указанных особенностей может быть успешно использована в стесненном пространстве. Еще одна возможная область применения – в высоконагруженных и динамически напряженных тихоходных ступенях планетарных редукторов. Передача может быть реализована в различных вариантах: как планетарный механизм, как дифференциальный механизм, как рядовая передача, как реверсивная передача.

Известным близким аналогом этой передачи можно считать механизм с самопересекающейся винтовой прорезью [3]. Он осуществляет преобразование вращательного движения в реверсивное поступательное или обратно.

Механизм с промежуточными телами качения осевого типа образован из двух простых винтовых механизмов с самопересекающейся винтовой прорезью (прямого и обратного, размещенных концентрически на одной оси и связанных между собой телами качения – обычно шариками, помещенными между двумя винтовыми линиями с постоянными левым и правым углами наклона), причем именно соотношение углов наклона винтовых линий определяет передаточное отношение механизма.

Каждую пару винтовых линий разного наклона можно рассматривать как отдельный кулачок или как зуб. Если зубьев несколько, профиль кулачка можно рассматривать как многопериодную кривую, если зуб один – как однопериодную, а сами звенья – как многопериодные и однопериодные кулачки, указывая тем самым на особое место данного механизма в классе пространственных кулачковых механизмов.

Для выяснения условий взаимодействия кулачков и сепаратора представим развертку на плоскость цилиндрической поверхности, на которой вынуждены находиться шарики, перемещающиеся по своим беговым дорожкам. Для определенности будем считать, что внутренний ведущий кулачок однопериодный, а внешний неподвижный кулачок шестипериодный, что не нарушает общности последующих выводов. Сепаратор является ведомым звеном (рис. 1). Эта схема позволяет рассматривать вместо механизма с вращающимися звеньями кинематически эквивалентный ему механизм с поступательно движущимися кулачками, находящими применение на практике и называемыми в теории кулачковых механизмов горками.

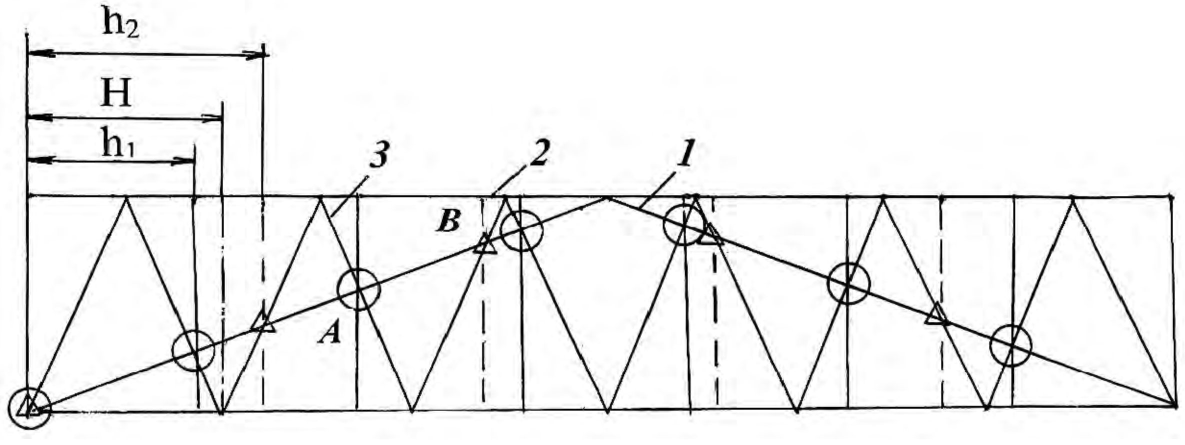

Рис. 1. Взаимодействие зубьев кулачков и сепаратора: 1 – ведущий однопериодный кулачок; 2 – сепаратор; 3 – неподвижный шестипериодный кулачок

На развертке винтовые линии с постоянным углом наклона выглядят как отрезки прямых. Как видно из рисунка, линии, определяющие профиль зуба многопериодного кулачка, пересекаются в двух точках с соответствующими линиями однопериодного кулачка. Точки пересечения линий, определяющих профиль зуба, можно отнести к двум группам по их взаимному расположению. На рис. 1 кружками отмечены точки первой группы, а треугольниками – второй. Точки, отмеченные кружками, расположены на одинаковых расстояниях друг от друга вдоль оси абсцисс, так же как и точки, отмеченные треугольниками, что вытекает из простых геометрических свойств этих линий как проекций равных отрезков. Для двух групп расстояния h_1 и h_2 разные, что и послужило критерием отнесения точек к соответствующей группе. Расстояния h_1 и h_2 находятся в определенном неизменном соотношении с шагом H многопериодного кулачка по очевидному свойству параллельных прямых, пересекаемых другой прямой.

Проведем через точки с кружками вертикальные отрезки, подразумевая под ними прорези сепаратора, и поместим в них шарики. В данном случае таких отрезков будет семь, т. е. на единицу больше, чем число зубьев многопериодного кулачка. В этом заключается фундаментальное свойство передачи, которое определяет принцип преобразования движения: при однопериодном ведущем кулачке число прорезей отличается на единицу от числа периодов многопериодного кулачка. При двухпериодном ведущем кулачке эти числа уже отличаются на два и так далее.

Проанализируем поведение звеньев в движении, перемещая налево ведущий однопериодный кулачок. Рассмотрим вначале левую ветвь однопериодного кулачка. Нетрудно увидеть, что при поступательном перемещении однопериодного кулачка налево точки пересечения, понимаемые уже как шарики, понуждаются существующими связями двигаться вдоль линии зуба неподвижного многопериодного кулачка вверх и налево. При этом шарики заставляют сепаратор перемещаться также налево.

При перемещении правой ветви однопериодного кулачка шарики вынуждены смещаться вниз, заставляя сепаратор двигаться по-прежнему налево. Таким образом, хотя шарики двигаются в разных направлениях, они согласованно перемещают сепаратор налево.

Заметим, что через точки, отмеченные треугольниками, можно провести только пять линий с шагом h_2 (штриховые линии), т. е. уже на единицу меньше, чем число зубьев многопериодного кулачка.

Если рассмотреть движение шариков, помещенных в точки, отмеченные треугольниками, то обнаружится, что при перемещении левой ветви однопериодного ведущего кулачка налево шарики вынуждены двигаться вверх и направо, смещая сепаратор направо. Шарики, находящиеся на правой ветви однопериодного кулачка, при том же направлении движения ведущего кулачка вынуждены двигаться вниз и направо, перемещая сепаратор по-прежнему направо.

Таким образом, в зависимости от выбора точек, в которые помещены шарики, можно получить движение в одну или в другую сторону. Это очень важное свойство механизма, т. к. оно позволяет создать реверсивную передачу простым способом. Для этого следует использовать два поочередно затормаживаемых многопериодных кулачка, взаимодействующих с сепаратором, имеющим два ряда прорезей. В одном ряду число прорезей на единицу больше числа периодов кулачка, во втором – на единицу меньше.

Если произвести геометрические подсчеты, нетрудно обнаружить, что h_1 меньше H на одну седьмую H, а h_2 больше H на одну пятую H. Отсюда следует, что при перемещении ведущего однопериодного кулачка на один период, что соответствует его полному обороту, сепаратор перемещается на один шаг, равный h_1 или h_2.

Если переходить от рассмотренного частного примера к общему случаю, можно считать доказанным, что при однопериодном ведущем кулачке для существования передачи число прорезей сепаратора должно быть на единицу больше или на единицу меньше числа зубьев многопериодного кулачка. Передаточное отношение при этом равно числу прорезей сепаратора и имеет знак «плюс», если число прорезей сепаратора на единицу больше числа периодов кулачка (точки-кружки), и знак «минус», если меньше (точки-треугольники).

На основе аналогичного анализа можно установить, что передаточное отношение передачи с ведущим кулачком с большим числом периодов равно разности или сумме числа периодов ведущего кулачка и числа периодов ведомого кулачка, деленной на число периодов ведущего кулачка.

К тем же выводам можно прийти построением планов скоростей механизма (рис. 2). Обозначим какую-нибудь точку пересечения из первой группы точек буквой А. Рассмотрим скорости точек, совпадающих с точкой А (см. рис. 1), относя их к трем звеньям – однопериодному кулачку 1, сепаратору 2, многопериодному кулачку 3. Для этого снабдим букву А соответствующими индексами 1, 2, 3.

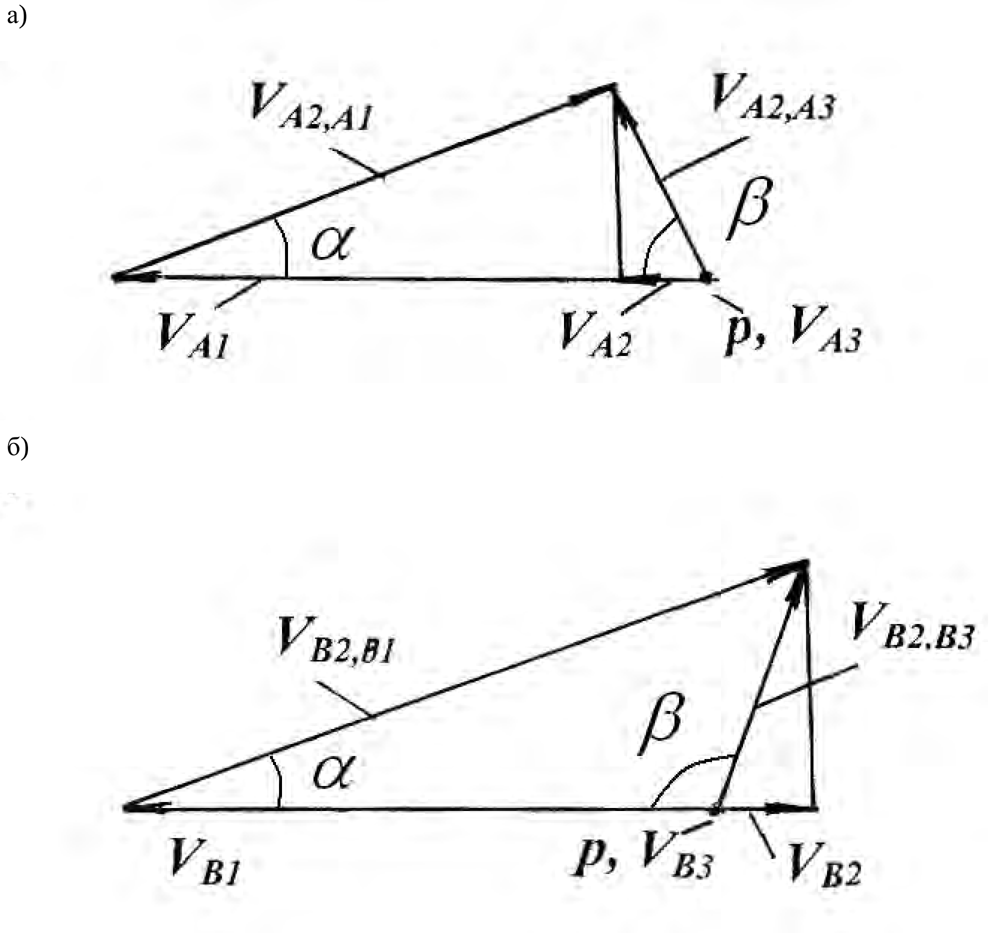

Рис. 2. Планы скоростей механизма с промежуточными телами качения

Предположим, что, как и раньше, однопериодный кулачок движется налево. Из полюса p проведем вектор скорости точки A_1–V_{A1}. Из начала и конца этого вектора проведем линии, параллельные левому профилю зуба кулачка 1 и правому профилю зуба кулачка 3. Точка их пересечения определит векторы $V_{A2,A1}$ и $V_{A2,A3}$. Разложив вектор $V_{A2,A3}$ на направление вдоль прорези и перпендикулярно сепаратору, найдем вектор V_{A2}, определяющий направление движения сепаратора. При числе прорезей сепаратора на единицу большем числа зубьев кулачка сепаратор движется в ту же сторону, что и кулачок 1. Выполнив точное построение в масштабе и измерив векторы, обнаружим, что вектор V_{A1} ровно в 7 раз больше вектора V_{A2}, что также подтверждает ранее сделанный вывод.

Точно таким же способом выполнив построение плана скоростей для точки из другой группы точек пересечения (точки B), придем к выводу, что вектор V_{B2} направлен в сторону, противоположную движению кулачка 1, и ровно в 5 раз меньше вектора V_{B1}, что и требовалось доказать (см. рис. 2, б).

Ссылаясь на рис. 2, можно сделать заключение, что при постоянстве отношения тангенсов углов α и β будет постоянным и отношение V_{A1} и V_{A2}, а также V_{B1} и V_{B2}, что и требовалось доказать. Отсюда следует еще один важный вывод: в качестве профилей кулачков могут использоваться только такие кривые, для которых выполняется указанное условие.

Механизмы с промежуточными телами качения могут быть реализованы как планетарные механизмы и как рядовые. Если, оставаясь в рамках той же схемы, сепаратор сделать неподвижным звеном, а многопериодный кулачок подвижным, получим рядовую передачу. В таком варианте механизм также может быть использован как передаточный.

Из анализа картины взаимодействия звеньев (см. рис. 1) следует, что при неподвижном сепараторе при перемещении ведущего кулачка 1 налево на целый период картина, представленная на рис. 2, повторится, но ведомый кулачок 3 переместится на шаг H. Это перемещение может быть налево или направо в зависимости от того, используется точка A или точка B: если используется точка A, перемещение происходит направо, если точка B – налево. Следовательно, передаточное отношение равно числу зубьев кулачка 3 со знаком «плюс» или «минус»: при применении точек-кружков – знак «минус», точек-треугольников – «плюс».

Использование точек-кружков или точек-треугольников определяется числом прорезей сепаратора. В рядовой передаче, если число прорезей меньше числа зубьев кулачка, передаточное отношение имеет знак «плюс», если больше – «минус». Сопоставив полученные результаты для планетарного и рядового механизмов, обнаружим, что соотношение передаточных отношений для рядовой и планетарной передач вплоть до знаков подчиняется зависимости

$$i_{пл} = 1 - i_{зр} . \qquad (1)$$

Проверим эту формулу на числовом примере, соответствующем рис. 1. Если используется группа точек-кружков, то передаточное отношение зубчатого ряда равно –6. Тогда передаточное отношение планетарного механизма равно +7, т. е. числу прорезей, что совпадает с ранее полученным результатом. Если используется группа точек-треугольников, передаточное отношение зубчатого ряда равно +6. Тогда передаточное отношение планетарного механизма равно –5. Зависимость (1) представляет не что иное, как известную формулу для обычного планетарного зубчатого механизма (формулу Виллиса). Тем самым еще раз подтверждается справедливость отнесения передаточных механизмов с промежуточными телами качения к планетарным.

При применении пересекающихся винтовых линий для профилирования зубьев кулачков при прохождении шарика через точку пересечения возникает удар, причем жесткий, из-за мгновенного изменения направления движения шарика. Для того чтобы этого не происходило, необходимо использовать гладкую переходную кривую.

Благодаря наличию нескольких тел качения, участвующих в передаче движения, при точном изготовлении механизма имеет место большой коэффициент перекрытия. На практике достичь этого трудно, но во всяком случае даже при не очень точном изготовлении передача работоспособна, т. к. некоторое перекрытие всегда имеет место. Не обязательно, чтобы все тела качения одновременно участвовали в работе, а также вся винтовая линия от начала до конца. Это позволяет выполнить вершину кулачка по произвольной гладкой кривой. На этом участке должен быть достаточный зазор между телом качения и беговой дорожкой, чтобы не было замыкания между их поверхностями. В частности, можно просто срезать верхушку внутренней беговой дорожки. Переход тела качения по этому участку происходит за счет свободного переноса его прорезью сепаратора на другую беговую дорожку кулачка. Очевидно, что при использовании винтовых линий с постоянным углом подъема обеспечивается строгое постоянство передаточного отношения.

В известных исследованиях вместо винтовой линии применяется эллиптическая кривая, которая при разворачивании на плоскость превращается в синусоиду. Это послужило основанием назвать такой вариант передачи синусошариковой передачей [4].

Эллипс можно рассматривать как сжатую или растянутую окружность. Если цилиндр разрезать двумя плоскостями, одна из которых расположена перпендикулярно оси цилиндра, а вторая наклонена к ней под углом β, то в сечении образуется эллипс как равномерно растянутая окружность с коэффициентом растяжения к = a / b, где a и b – полуоси эллипса. Далее из геометрических построений нетрудно доказать, что при развертке цилиндра, на котором располагается эллипс, на плоскость образуется синусоидальная кривая с амплитудой, равной a · tgβ, где β – угол между двумя плоскостями.

Считается, что в осевой передаче с синусоидальными профилями зубьев сохраняется строгое постоянство передаточного отношения на протяжении всего периода контакта шариков с кулачками [4]. Это утверждение нуждается в теоретическом обосновании.

Примем во внимание известное положение математики, что производная в каждой точке кривой (не обязательно синусоиды) равна тангенсу угла наклона касательной в этой точке. Можно доказать, что для двух точек на этих синусоидах, имеющих одинаковые ординаты, вне зависимости от значения ординаты отношение тангенсов углов наклона касательных в данных точках представляет постоянную величину, равную отношению периодов этих синусоид.

Рассмотрим две синусоиды одинаковой амплитуды, но с различными периодами:

$$y = A\sin k_1 x; \quad y = A\sin k_2 x.$$

Коэффициенты k_1 и k_2 представляют круговые частоты и связаны с периодами соотношением

$$T = \frac{2\pi}{k}.$$

Выберем две точки с одинаковыми ординатами y_0:

$$y_0 = A\sin k_1 x_1 = A\sin k_2 x_2.$$

Отсюда

$$\sin k_1 x_1 - \sin k_2 x_2 = 0.$$

Согласно известной формуле тригонометрии разность синусов может быть представлена в виде

$$2\sin\frac{k_1x_1 - k_2x_2}{2}\cos\frac{k_1x_1 + k_2x_2}{2} = 0.$$

Приравняв любой из сомножителей к нулю, окончательно получим следующее выражение:

$$k_1x_1 = k_2x_2. \qquad (2)$$

Определим производные в выбранных точках синусоид (тангенсы углов наклона касательных):

$$\mathrm{tg}\alpha = Ak_1\cos k_1x_1;$$

$$\mathrm{tg}\beta = Ak_2\cos k_2x_2.$$

С учетом равенства (2) получим

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\beta} = \frac{Ak_1\cos k_2x_2}{Ak_2\cos k_2x_2} = \frac{k_1}{k_2} = \mathrm{const}.$$

Как было показано выше, постоянство отношений тангенсов углов наклона касательных к профилям кулачков свидетельствует о постоянстве передаточного отношения.

Заметим, что оба кулачка должны быть выполнены либо с использованием винтовых линий постоянного шага, либо с синусоидальными кривыми. Если один из кулачков, например, ведущий, выполнен в форме эллиптической кривой, что означает развертку на цилиндр в виде синусоиды, а второй кулачок с профилем винтовой линии, будет нарушено постоянство передаточного отношения.

Предложенный метод плана скоростей позволяет также сделать обоснованные выводы для определения скоростей тела качения относительно соответствующих профилей кулачков и сепаратора и оценить соотношение скоростей качения и скольжения в кинематических парах. Для осевой передачи этот показатель является одним из основных параметров.

Силовое взаимодействие между телами качения и остальными элементами передачи зависит от выбора геометрических параметров передачи и чисел зубьев кулачков. В то же время оно также определяет КПД передачи. Поэтому представляет интерес выяснение зависимости КПД механизма от передаточного отношения и его оптимизация за счет надлежащего выбора геометрических параметров передачи.

Одно из достоинств передачи состоит в том, что теоретически в передаче усилия участвуют все тела качения. Для доказательства этого утверждения можно проанализировать передачу усилия на примере рядовой передачи. В реальном механизме теоретическая прямая линия, определяющая профиль зуба (см. рис. 1), представлена двумя беговыми дорожками (внутренней и наружной). Выполнив дополнительное построение беговых дорожек, например для точек-кружков, можно убедиться, что при переходе тела качения через вершину ведущего кулачка происходит смена передачи усилия с наружной беговой дорожки на внутреннюю, при этом наблюдается только небольшое изменение направления реакции. Таким образом, кинематическая пара шарик-кулачок не размыкается. Направление движущего усилия на ведомый кулачок сохраняется. Это обеспечивается только при очень точном изготовлении деталей.

Вышеизложенный анализ позволяет глубже понять природу передачи с промежуточными телами качения и может быть распространен и на другие виды механизмов с промежуточными телами качения, например, механизмы радиального типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Становский, В. В.** Передачи со свободными телами качения, обзор патентной литературы / В. В. Становский, Т. А. Ремнева, С. М. Казакявичус // Прогрессивные зубчатые передачи : сб. науч. тр. – Новоуральск : НТИ, 2003. – С. 152.

2. Определение оптимальной геометрии зацепления посредством промежуточных тел качения на основе анализа его пространственной модели / И. С. Сазонов [и др.] // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2012. – № 3. – С. 53–63.

3. **Артоболевский, И. И**. Механизмы в современной технике : справ. пособие в 7 т . Т. 3 : Винтовой механизм с самопересекающейся винтовой прорезью / И. И. Артобольский. – М. : Наука, 1969. – 416 с.

4. **Игнатищев, Р. М.** Синусо-шариковые редукторы / Р. М. Игнатищев. – Минск : Выш. шк., 1983. – 107 с.

Статья сдана в редакцию 30 января 2014 года

Леонид Анатольевич Борисенко, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-295-45-18-48.

Leonid Anatolyevich Borisenko, DSc (Engineering), Prof., Belarusian-Russian University. Phone: +375-295-45-18-48.