

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

УДК 624.012:624.046

А. Н. Бамбура, Е. В. Дорогова

ОБЩИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО-НАПРЯЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ ПО ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

UDC 624.012:624.046

A. N. Bambura, E. V. Dorogova

GENERAL METHOD OF EVALUATING STRESS-STRAIN STATE AND BEARING CAPACITY OF PRE-STRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH CIRCULAR SECTION BY USING THE DEFORMATION MODEL

Аннотация

Изложены основные предпосылки и допущения деформационной модели железобетона, на базе которых предложен инженерный метод расчета напряженно-деформированного состояния и несущей способности элементов круглого сечения. Приведены результаты оценки точности и надежности разработанного расчетного аппарата для оценки напряженно-деформированного состояния и несущей способности обычных и предварительно-напряженных железобетонных элементов круглого и кольцевого сечений при произвольном армировании.

Ключевые слова:

несущая способность, напряженно-деформированное состояние, круглое и кольцевое сечения, уравнения равновесия, погрешность решения.

Abstract

The basic premises and assumptions for the deformation model of reinforced concrete are stated in the paper. The engineering method for computing stress-strain state and bearing capacity of elements with round section is proposed on the basis of these premises and assumptions. The paper presents the results of the assessment of accuracy and reliability of the developed computational tools for evaluating stress-strain state and bearing capacity of typical and prestressed reinforced concrete elements of annular and circular sections with random reinforcement.

Key words:

bearing capacity, stress-strain state, annular and circular section, equilibrium equations, solution error.

В ГП НИИСК за последние 30 лет выполнен широкий комплекс экспериментально-теоретических исследований, которые послужили основой прикладной деформационной теории железобетона [1–3]. В рамках этой теории

разработаны расчетные зависимости и алгоритм оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) железобетонных элементов прямоугольного, таврового, двутаврового и круглого сечений на базе реальных диаграмм

деформирования бетона и арматуры (вышесказанное отображено в новых национальных нормативных документах Украины: ДБН В.6.2-98:2009 и ДСТУ БВ.2.6-156:2010 [4, 5]).

В последние годы в ГП НИИСК, согласно Постановлению Кабинета Министров Украины от 23 мая 2011 г. № 547 «Про утверждение Порядка применения строительных норм, разработанных на основе национальных технологических традиций, и строительных норм, гармонизированных с нормативными документами Европейского Союза» и распоряжению Кабинета Министров Украины от 10 июля 2010 г. № 1436 «Об утверждении Концепции реализации государственной политики по нормативному обеспечению строительства в Украине на период до 2015 г.», разработан ДСТУ-НБ EN 1992-1-1:2010. Данный нормативный документ фактически является переводом с английского языка на украинский Еврокода-2 (EN 1992-1-1:2004). В прошлом году разработано Национальное приложение к указанному ДСТУ, которое вступит в силу с 01.07.14 г. Таким образом, будет открыта возможность проектирования железобетонных конструкций по Европейским нормативным документам. В то же время в Еврокоде-2 и, соответственно, в ДСТУ-НБ EN 1992-1-1:2010 не приведены рекуррентные зависимости для расчета железобетонных конструкций различных сечений, в том числе круглых.

Целью работы является разработка расчетных зависимостей и алгоритма по определению напряженно-деформированного состояния и несущей способности внецентренно сжатых и изгибаемых железобетонных элементов круглого сечения на основе предпосылок деформационной модели железобетона [2] и зависимости (3.14) Еврокода-2.

Расчетный аппарат по определению напряженно-деформированного состояния и несущей способности предварительно напряженных железобетон-

ных элементов круглого сечения разработан на основе следующих гипотез и допущений деформационной модели железобетона:

- за расчетное принимается усредненное сечение, которое отвечает средним деформациям бетона и арматуры по длине блока между трещинами (если такие есть);

- для расчетного сечения считается справедливой гипотеза плоских сечений;

- деформации обычной или пророст деформаций в предварительно-напряженной арматуре одинаковые с окружающим бетоном как при растяжении, так и при сжатии;

- связь между напряжениями и деформациями сжатого бетона принимается в виде диаграмм, приведенных на рис. 1;

- работа растянутого бетона не учитывается;

- связь между напряжениями и деформациями арматуры принимается в виде диаграмм, приведенных на рис. 2 и 3. При этом:

- а) для обоих видов (обычной и предварительно-напряженной) арматуры при $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{ud}$ напряжения $\sigma_s = 0$;

- б) при определении напряжений в предварительно-напряженной арматуре учитываются начальные деформации этой арматуры ε_{s0} .

За критерий исчерпания несущей способности расчетного сечения принимается:

- достижение фибровыми деформациями сжатого бетона предельных значений ε_{cul} (см. рис. 1) или обрыв всех растянутых стержней арматуры (достижение предельных значений деформаций растяжения арматуры ε_{ud});

- исчерпание несущей способности расчетного сечения в результате потери устойчивости деформирования, потеря равновесия между внутренними и внешними усилиями (достижение максимума на диаграмме «момент – кривизна (прогиб)» или «сжимающая сила – деформации»).

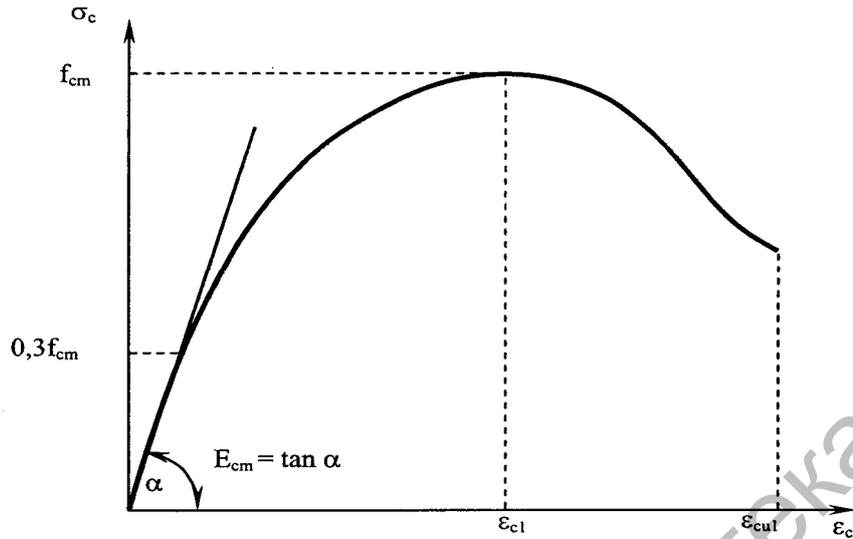


Рис. 1. Диаграмма «напряжение – деформации» сжатого бетона

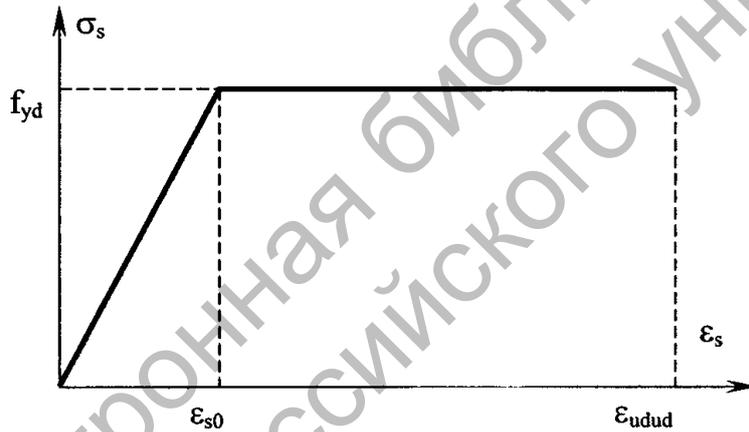


Рис. 2. Диаграмма состояния арматуры, имеющей физическую площадку текучести

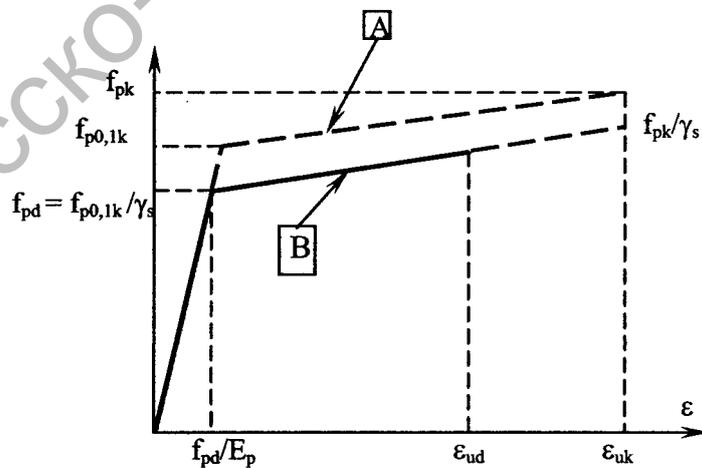


Рис. 3. Диаграмма состояния высокопрочной арматуры: А – идеализированной; В – расчетной

При этом принято следующее правило знаков: для сжатого бетона и арматуры знак положительный, при растяжении – отрицательный.

В рамках статьи приведен расчетный аппарат, основанный на полной диаграмме деформирования бетона (см. рис. 1), которая описывается уравнением

$$\sigma_c = f_c \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}, \quad (1)$$

где $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$; ε_{c1} – деформации при максимальных напряжениях (согласно [6, табл. 3.1]); $k = 1,05E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}$ (f_{cm} –

согласно [6, табл. 3.1]).

Предлагается инженерная методика оценки напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов круглого сечения, в которой используется численное интегрирование системы уравнений равновесия. При этом возможна реализация двух форм равновесия (рис. 4).

Разобьем сжатую зону железобетонного элемента круглого сечения на m слоев (см. рис. 4), перпендикулярных оси действия момента.

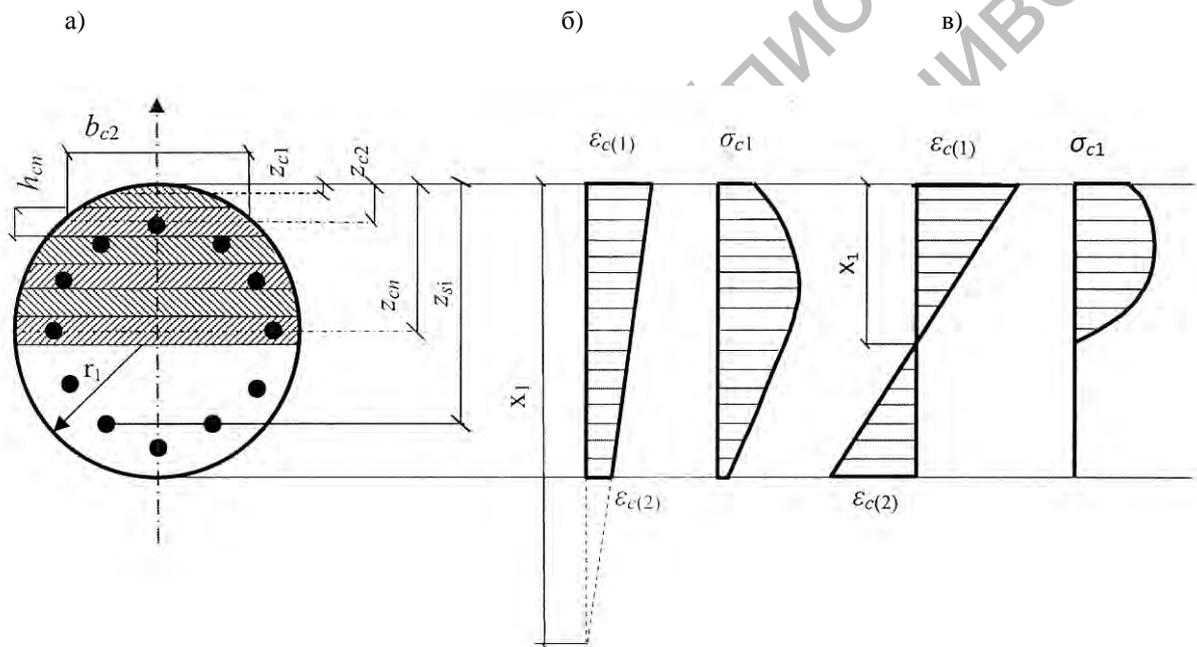


Рис. 4. К определению напряженно-деформированного состояния расчетного сечения: а – поперечное сечение элемента; б – НДС при первой форме равновесия (все сечение сжато); в – НДС для второй формы равновесия (часть сечения сжата)

Для сечения с диаметром r_1 при второй форме равновесия (см. рис. 4, в) и высоте сжатой зоны x_1 расстояние от наиболее сжатой точки сечения до середины произвольного слоя z_{cn} определяется по следующей зависимости:

$$z_{cn} = x_1((n - 1) + 0,5)/m, \quad (2)$$

где m – количество слоев разбивки; n – порядковый номер рассматриваемого слоя.

мого слоя.

Высота слоя разделения

$$h_{cn} = \frac{x_1}{m}. \quad (3)$$

Ширина любого слоя разделения в пределах сечения (при $0 < z_{cn} \leq 2r_1$)

$$b_{cn} = 2\sqrt{2r_1 \cdot z_{cn} - z_{cn}^2}. \quad (4)$$

Таким образом, площадь каждого слоя может быть определена по зависимости

$$A_{cn} = \frac{2x_1}{m} \sqrt{2r_1 \cdot z_{cn} - z_{cn}^2}. \quad (5)$$

Напряжения в арматуре, диаграмма деформирования которой представлена на рис. 2, в зависимости от достигнутых деформаций ε_s можно найти по следующим формулам:

– при $0 \leq \varepsilon_s < \varepsilon_{s0}$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s; \quad (6)$$

– при $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}$

$$\sigma_s = f_{yd}. \quad (7)$$

При использовании для армирования железобетонных конструкций высокопрочной арматуры без предварительного натяжения, диаграмма деформирования которой представлена на рис. 3, в зависимости от достигнутых деформаций ε_s напряжения определяются по формулам:

– при $0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{s0} = f_{yd} / E_e$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_y; \quad (8)$$

– при $\varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}$

$$\sigma_s = f_{yd} + \left(\frac{f_{yk}}{\gamma_s} - f_{yd} \right) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s0}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{s0}}. \quad (9)$$

Напряжения в предварительно-напряженной арматуре, диаграмма деформирования которой представлена на рис. 3, в зависимости от достигнутых деформаций ε_s ($\varepsilon_s = \varepsilon_{s0} + \Delta\varepsilon_s$) можно найти по следующим формулам:

– при $0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{p0} = f_{pd} / E_p$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_p; \quad (10)$$

– при $\varepsilon_{p0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}$

$$\sigma_s = f_{pd} + \left(\frac{f_{pk}}{\gamma_s} - f_{pd} \right) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{p0}}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{p0}}, \quad (11)$$

где ε_{s0} – деформации от предварительного натяжения арматуры; $\Delta\varepsilon_s$ – приращение деформаций, вызванное прило-

жением нагрузки к конструкции.

При этом предполагается, что при создании предварительного напряжения в арматуре деформации не будут превышать ε_{p0} .

Согласно гипотезе плоских сечений деформации произвольного стержня или слоя армирования будут равны

$$\varepsilon_{si} = \varkappa (x_1 - z_{si}),$$

где \varkappa – кривизна в сечении; x_1 – высота сжатой зоны; z_{si} – расстояние от наиболее сжатой грани сечения до рассматриваемого стержня или слоя армирования.

Используя гипотезу плоских сечений и зависимость (1), нетрудно определить напряжение в середине каждого слоя:

$$\sigma_{cn} = f_e \frac{k\eta_{cn} - \eta_{cn}^2}{1 + (k-2)\eta_{cn}}, \quad (12)$$

где $\eta_{cn} = \frac{\varepsilon_{cn}}{\varepsilon_{c1}}$; ε_{cn} – деформации сере-

дины слоя бетона, $\varepsilon_{c1} = \varkappa (x_1 - z_{cn})$.

Учитывая сказанное, уравнения для второй формы равновесия (см. рис. 4), без учета работы бетона на растяжение, принимают вид:

$$\sum_{n=1}^m \frac{2\sigma_{cn} x_1}{m} \sqrt{2r_1 z_{cn} - z_{cn}^2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} - N = 0; \quad (13)$$

$$\sum_{n=1}^m \frac{2\sigma_{cn} x_1 (x_1 - z_{cn})}{m} \sqrt{2r_1 z_{cn} - z_{cn}^2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} (x_1 - z_{si}) - M = 0. \quad (14)$$

Поскольку при первой форме равновесия все сечение является сжатым, то на m слоев разделяется все сечение. В результате величины z_{cn} и h_{cn} будут определяться по следующим зависимостям:

$$h_{cn} = \frac{2r_1}{m}; \quad z_{cn} = \frac{2r_1[(n-1)+0,5]}{m}. \quad (15)$$

С использованием зависимостей (12) и (15) уравнения для первой формы равновесия, без учета работы бетона на растяжение, принимают вид:

$$\sum_{n=1}^m \frac{4\sigma_{cn}x_1}{m} \sqrt{2r_1z_{cn} - z_{cn}^2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si}A_{si} = N; \quad (16)$$

$$\sum_{n=1}^m \frac{4r_1\sigma_{cn}(x_1 - z_{cn})}{m} \sqrt{2r_1z_{cn} - z_{cn}^2} + \sum_{i=1}^n \sigma_{si}A_{si}(x_1 - z_{si}) - M = 0. \quad (17)$$

При изгибе $N = 0$, а при внецентренном сжатии $M = N(x_1 - r_1 + e)$, где r_1 – радиус круга; e – эксцентриситет приложения внешней силы относительно центра тяжести сечения.

Решение полученных систем нелинейных уравнений, согласно деформационной методике, находится подбором по параметрам деформированного состояния: $\varepsilon_{c(1)}$ и \varkappa (или $\varepsilon_{c(2)}$). После этого нетрудно найти деформации на любом расстоянии x от нейтральной оси, а значит, с помощью гипотезы плоских сечений найти напряжения в бетоне и арматуре. Таким образом, решение систем уравнений (13)...(14) и (16)...(17) позволяет выполнить оценку напряженно-деформированного состояния сечения при любой нагрузке.

Приведенные системы нелинейных уравнений для первой и второй форм равновесия и методика расчета дают возможность не только выполнить оценку напряженно-деформированного состояния изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных обычных и предварительно-напряженных элементов круглого сечения, но и, используя критерии исчерпания несущей способности, определить их несущую способность.

Аналогично выполняется оценка

напряженно-деформированного состояния изгибаемых и внецентренно сжатых, обычных и предварительно-напряженных железобетонных элементов кольцевого сечения.

Оценку точности (достоверности) разработанного аппарата для расчета по первой группе предельных состояний железобетонных элементов круглого и кольцевого сечений [3, 9–11] произведем на основе сопоставления несущей способности опытных образцов с элементами, подсчитанными по формулам расчетного аппарата с дальнейшим анализом полученных данных методом математической статистики. Как правило, такое сопоставление выполняется для каждого опытного образца отдельно, а о достоверности методики расчета судят по величинам статистического среднего \bar{X} , среднеквадратического отклонения σ , коэффициенту вариации C_v . Для указанного сопоставления были применены результаты экспериментальных исследований, в которых имеются все необходимые для этого данные.

Учитывая сказанное, для оценки точности расчетного аппарата использованы экспериментальные данные, полученные при участии автора публикации, данные заводских испытаний, проведенных в ЭКБ НИИСК, и данные [7, 8]. В отобранных для сопоставления экспериментальных образцах при испытании варьировались в достаточно широком диапазоне следующие факторы:

- прочность бетона от 14,4 до 80,4 МПа;
- прочность арматуры и прокатных труб с прочностью металла от 240...290 МПа до высокопрочной проволоки $B_p - 1400$ МПа;
- изгиб и внецентренное сжатие при эксцентриситете приложения нагрузки от центрального сжатия до двух внешних радиусов;
- форма сечения – круг и кольцо с разной относительной толщиной стенки;

– технология изготовления образцов – вибрирование, центрифугирование и натяжение арматуры на свежеуложенный бетон;

– армирование без предварительного и с предварительным напряжением, смешанное армирование и труботетон;

– процент армирования от 1,5 до 17,5 %.

Таким образом, можно утверждать, что для анализа принята достаточно представительная выборка. Всего было рассмотрено 34 элемента.

Известно, что, с точки зрения статистики, такое количество вполне достаточно для того, чтобы сделать обос-

нованные выводы, поскольку при выборке случайных величин, превышающей 30 элементов, значения параметров нормального распределения случайной величины будут приближаться к значениям параметров генеральной выборки. Результаты статистической обработки величины отношения $\frac{N(M)_{cal(1)}}{N(M)_{ex}}$ приве-

дены в табл. 1. Как видно из таблицы, среднее значение указанного отношения близко к 1, а коэффициент вариации составляет 11,9 %.

Табл. 1. Результаты статистического анализа

Показатель	$\frac{N(M)_{cal(1)}}{N(M)_{ex}}$	$\frac{N(M)_{cal(2)}}{N(M)_{ex}}$
Среднеарифметическое значение отношений	1,009	0,66
Среднеквадратическое отклонение	0,119	0,0652
Коэффициент вариации, %	11,9	9,9

Примечание – $N(M)_{ex}$ – опытная несущая способность испытанных образцов при внецентренном сжатии или изгибе; $N(M)_{cal(1)}$ – расчетная несущая способность испытанных образцов при среднеопытных значениях характеристик материалов; $N(M)_{cal(2)}$ – расчетная несущая способность испытанных образцов при расчетных значениях характеристик материалов

Анализ данных, приведенных в табл. 1, показывает, что расчетный аппарат достаточно хорошо отражает процесс, который моделируется. Так, математическое среднее отношение составляет 1,01 при коэффициенте вариации

всего 11,9 %. Кроме того, расчетный аппарат обеспечивает и достаточно высокую точность определения несущей способности – вероятность ошибки, которая превышает 15 %, составляет всего около 20 % случаев (табл. 2).

Табл. 2. Обеспеченность точности расчетного аппарата

Показатель	Обеспеченность точности при величине погрешности			
	± 5	± 10	± 15	± 20
Погрешность, %	33	60	79,0	91,0
Точность, %	33	60	79,0	91,0

Оценку надежности разработанной методики расчета выполняем на основе

статистической обработки отношения подсчитанной несущей способности

элементов к соответствующим экспериментальным данным $\frac{N(M)_{cal(2)}}{N(M)_{ex}}$. При этом достаточным считается, если подсчитанная таким образом несущая способность будет отличаться в меньшую сторону от экспериментальной на 3σ .

Результаты статистической обработки величины отношения $\frac{N(M)_{cal(2)}}{N(M)_{ex}}$ приведены в табл. 1, из которой видно, что среднее значение указанного отношения составляет 0,66, а коэффициент вариации – 9,9 %.

При этом надежность определяем на основании количества стандартов между средними значениями отношений $\frac{N(M)_{cal(1)}}{N(M)_{ex}}$ и $\frac{N(M)_{cal(2)}}{N(M)_{ex}}$. Используя данные табл. 1, имеем

$$n_s = \frac{1,01 - 0,66}{0,099} = 3,53.$$

Соответственно, надежность расчетного аппарата составляет около 0,99979, что превышает необходимую величину 0,99865.

Таким образом, можно сделать вывод, что разработанный расчетный аппарат по оценке несущей способности железобетонных элементов кругового и кольцевого сечений достаточно хорошо отражает моделируемый процесс и обеспечивает необходимую надежность таких конструкций.

Сопоставление результатов определения несущей способности железобетонных элементов круглого сечения по «точной» и по «упрощенной» методикам (см. уравнения (13) и (14), (16) и (17)) показало, что максимальная погрешность в расчетах, если разделение сжатой зоны принять $m = 40$ слоев, не превышает 1 %, что, с точки зрения практики, вполне удовлетворительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методические рекомендации по уточненному расчету железобетонных элементов с учетом полной диаграммы сжатия бетона / А. Бамбура [и др.]. – Киев : НИИСК, 1987. – 25 с.
2. **Бамбура, А.** К построению деформационной теории железобетона стержневых систем на экспериментальной основе / А. Бамбура, А. Гурковский // Строительные конструкции : межведомств. науч.-техн. сб. – Киев : НИИСК, 2003. – № 59. – С. 121–130.
3. Деформационная модель и алгоритм определения напряженно-деформированного состояния расчетного сечения железобетонных элементов / А. Бамбура [и др.] // Строительство, материаловедение, машиностроение : сб. науч. тр. – Днепропетровск : ПГАСА, 2009. – Вып. 50. – С. 19–25.
4. **ДБН В.6.2 -98 : 2009.** Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. – Киев, 2009.
5. **ДСТУ Б В.2.6 -156 : 2010.** Бетонные и железобетонные конструкции из тяжелого бетона. Правила проектирования. – Киев, 2010.
6. **ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010.** – Киев, 2010.
7. **Чеканович, М. Г.** Несущая способность железобетонных элементов, обжатых путем натяжения арматуры на свежеуложенную смесь : автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Киев, 1993. – 18 с.
8. **Ефименко, В. И.** Несущие конструкции из стальных труб, заполненных центрифугированным бетоном : дис. ... д-ра техн. наук / В. И. Ефименко. – Кривой Рог, 2006. – 171 с.
9. **Дорогова, Е. В.** Оценка несущей способности предварительно-напряженных железобетонных элементов круглого сечения по деформационной модели / Е. В. Дорогова // Строительные конструкции : межведомств. науч.-техн. сб. – Киев : ГП НИИСК, 2010. – Вып. 73. – С. 774–780.
10. **Бамбура, А. Н.** Несущая способность железобетонных элементов кольцевого сечения по деформационной модели / А. Н. Бамбура, Е. В. Дорогова // Строительные конструкции : межведомств. науч.-техн. сб. – Киев : ГП НИИСК, 2011. – Вып. 74. – С. 180–188.

11. **Бамбура, А. Н.** Несущая способность железобетонных элементов кольцевого сечения по упругим диаграммам деформации бетона и арматуры / А. Н. Бамбура, Е. В. Дорогова // Строительные конструкции : межведомств. науч.-техн. сб. – Киев : ГП НИИСК, 2012. – Вып. 76. – С. 382–391.

Статья сдана в редакцию 24 июня 2014 года

Андрей Николаевич Бамбура, д-р техн. наук, заведующий отделом, Государственный научно-исследовательский институт строительных конструкций. E-mail: abambura@gmail.com.

Елена Викторовна Дорогова, научный сотрудник, Государственный научно-исследовательский институт строительных конструкций. E-mail: dorogova@ukr.net.

Andrei Nikolayevich Bambura, DSc (Engineering), Department Head, State Research Institute of Steel Structures. E-mail: abambura@gmail.com.

Elena Viktorovna Dorogova, research fellow, State Research Institute of Steel Structures. E-mail: dorogova@ukr.net.