
УДК 629.114.2:517.958

И. С. Сазонов, Ки-Йонг Чой, В. А. Ким, П. А. Амельченко, А. Г. Стасилевич

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ РАЗГОНА КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

UDC 629.114.2:517.958

I. S. Sazonov, Ki-Young Choi, V. A. Kim, P. A. Amelchenko, A. G. Stasilevich

MATHEMATICAL MODELS OF DYNAMICS OF WHEELED TRACTOR ACCELERATION

Аннотация

Изложены методы составления математических моделей динамики разгона колесного трактора 4×2 и 4×4 с крюковой нагрузкой, основанные на регуляторных характеристиках двигателя, массо-геометрических параметрах, упругодиссипативных характеристиках шин и подвесок проектируемых колесных тракторов. Методы необходимы для определения масс колесных тракторов и передаточных отношений трансмиссии, выбора характеристик двигателя, обеспечивающих требуемую динамику разгона и топливную экономичность двигателя на стадии проектирования колесного трактора соответствующего класса. При разработке математических моделей использованы методы аналитической механики, позволяющие решение прямых и обратных задач динамики – определение кинематических параметров и сил в контакте колес колесного трактора с опорной поверхностью с различными значениями их коэффициентов сцепления.

Ключевые слова:

математическая модель, крюковая нагрузка, регуляторная характеристика, передаточное отношение, задачи динамики, кинематические параметры, расчетная модель, упругодиссипативные характеристики.

Abstract

The paper deals with the methods for making mathematical models of the dynamics of acceleration of 4×2 and 4×4 wheeled tractors with a hook load, which are based on using regulatory characteristics of the engine, mass and geometry parameters, elastic-dissipative characteristics of tires and suspensions of the deigned wheeled tractors. These methods are needed to determine weights of wheeled tractors, gear ratios of their transmission, and to select engine characteristics providing the required dynamics of acceleration and fuel efficiency at the design stage of a wheeled tractor of the corresponding class. While developing the mathematical models, methods of analytical mechanics have been used which solve direct and inverse problems of dynamics, namely determine kinematic parameters and forces in the area of contact between tractor wheels and the bearing surface with different values of their friction coefficients.

Key words:

mathematical model, hook load, regulatory characteristics, gear ratio, dynamics problems, kinematic parameters, design model, elastic-dissipative characteristics.

Для исследования тяговой динамики колесного трактора необходима разработка математической модели его движения. При исследовании динамики движения трактора особое внимание обращается на режим разгона трактора.

Характеристика этого режима во многом зависит от регуляторной характеристики двигателя.

С известными допущениями рассмотрим расчетную модель трактора, представленную на рис. 1.

Математическая модель движения трактора описывается шестью обобщенными координатами: X_c – координата поступательного перемещения корпуса трактора; Z_c – координата вертикального перемещения корпуса трактора; φ – координата углового перемещения корпуса трактора относительно центра его масс (галопирование); $\varphi_{пк}$ – координата вращательного движения переднего колеса трактора относительно его геометрического центра; $\varphi_{зк}$ – координата вращательного движения заднего колеса трактора относительно его геометрического центра; $Z_{пм}$ – координата вертикального перемещения центра масс переднего моста трактора.

Массы трактора связаны между собой упругодиссипативными связями, имеют следующие характеристики: $\alpha_{п}$ – приведенный коэффициент вязкого сопротивления передних амортизаторов подвески переднего моста трактора; $c_{п}$ – приведенный коэффициент жесткости упругих элементов подвески переднего моста трактора; $\alpha_{ш1}$ – приведенный коэффициент вязкого сопротивления передних шин трактора; $\alpha_{ш2}$ – приведенный коэффициент вязкого сопротивления задних шин трактора; $c_{ш1}$ – приведенный коэффициент жесткости передних шин трактора; $c_{ш2}$ – приведенный коэффициент жесткости задних шин трактора.

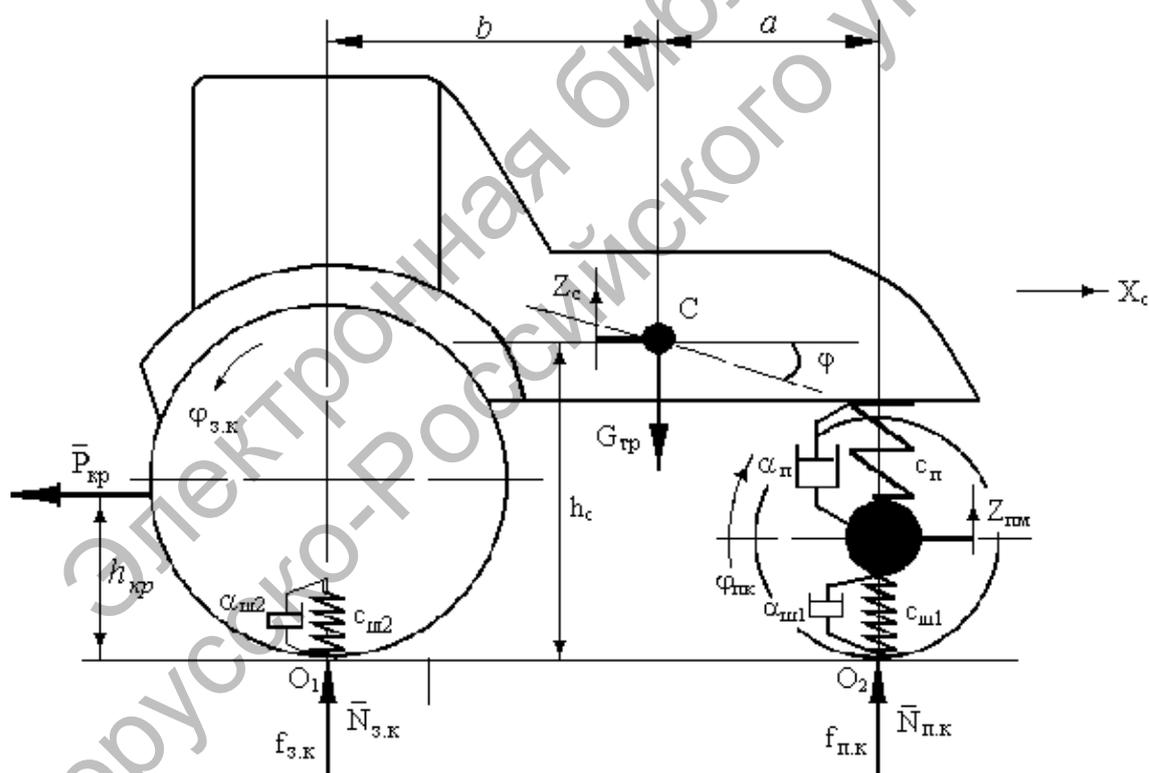


Рис. 1. Расчетная схема трактора

Как известно, любая колесная машина относится к классу неголономных механических систем с наложенными на них кинематическими связями [1–6].

Методы составления уравнений кинематических связей качения колеса зависят от постановки задач исследований. Так, например, если решается обратная

задача динамики, то использование уравнений неголономных связей является вынужденной необходимостью. Подобного рода исследования в настоящее время имеют большую перспективу [1], и связано это с созданием систем автоматического управления режимами движения колесных машин.

На самом деле наиболее адекватная идентификация динамического состояния колесной машины возможна только на основе силовой идентификации.

Для составления дифференциальных уравнений воспользуемся уравнением Лагранжа 1-го рода с неопределенными множителями [1–4], позволяющим исключить реакции связей между элементами машины:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} + \lambda_i \frac{\partial f_j}{\partial \dot{q}_i} + Q_{q_i}, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; Φ – диссипативная энергия системы; q_i – обобщенные координаты масс системы; \dot{q}_i – обобщенные скорости масс системы; f_j – уравнение кинематических связей колес с опорной поверхностью; λ_i – неопределенные множители Лагранжа; Q_{q_i} – обобщенные силы.

Уравнения интегрируемых кинематических связей качения колеса для рассматриваемой модели можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_c - \dot{\phi}_{зк} = 0; \\ \dot{x}_c - \dot{\phi}_{пк} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Для получения динамических уравнений движения колесной машины для принятой расчетной схемы (см. рис. 1) воспользуемся уравнением Лагранжа 1-го рода.

Определим компоненты уравнения Лагранжа 2-го рода.

Кинетическая энергия системы

$$T_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} M_{тр} \cdot \dot{x}_c^2 + J_c \cdot \dot{\phi}^2 + \\ + M_{тр} \cdot \dot{z}_c^2 + M_{бм} \cdot \dot{z}_{бм}^2 + \\ + J_{бм} \cdot \dot{\phi}_{бм}^2 + J_{пк} \cdot \dot{\phi}_{пк}^2 + \\ + J_{зк} \cdot \dot{\phi}_{зк}^2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где \dot{x}_c – скорость поступательного перемещения корпуса трактора; $\dot{\phi}$ – угол поворота корпуса трактора (галопирование); $\dot{\phi}_{бм}$ – угол поворота балки переднего моста трактора; \dot{z}_c – скорость вертикального перемещения центра масс корпуса трактора; $\dot{z}_{бм}$ – вертикальная скорость балки моста; $M_{бм}$ – масса балки переднего моста трактора; J_c – момент инерции корпуса трактора относительно оси, проходящей через его центр масс; $J_{бм}$ – момент инерции балки переднего моста трактора относительно оси, проходящей через его центр масс; $J_{пк}$ – приведенный момент инерции передних колес трактора относительно оси, проходящей через центр масс; $J_{зк}$ – приведенный момент инерции задних колес трактора относительно оси, проходящей через центр масс.

Потенциальная энергия системы при использовании упругого элемента, установленного на оси шарнира балансирующей балки переднего моста трактора, определяется как

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} c_{шпк} (f_{пк} - Z_{бп})^2 + \\ + c_{п} (Z_{б.л} + a \cdot \phi - Z_c)^2 + \\ + c_{шзк} (f_{зк} - b \cdot \phi - Z_c)^2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $c_{шпк}$ – приведенная жесткость шин передних колес трактора; $c_{шзк}$ – приведенная жесткость шин задних колес трактора; $c_{п}$ – приведенная жесткость передней подвески трактора; $Z_{бп}$ – ко-

ордината перемещения центра масс балки переднего моста.

Для пространственной модели потенциальная энергия системы при наличии подвески на каждом управляемом колесе с шарнирной балансирной балкой переднего моста трактора рассчитывается следующим образом:

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} \left[c_{\text{шпкп}} \left(f_{\text{шпкп}} - Z_{\text{б.л}} - \right)^2 + \right. \\
 \left. + c_{\text{шпкл}} \left(f_{\text{шпкл}} - Z_c + \right)^2 + \right. \\
 \left. + c_{\text{шзк}} \left(f_{\text{зк}} - b \cdot \varphi - Z_c \right)^2 \right], \quad (5)$$

где $c_{\text{шпкп}}$ – коэффициент жесткости передней подвески левого управляемого колеса трактора; $c_{\text{шпкл}}$ – коэффициент жесткости передней подвески правого управляемого колеса трактора; $f_{\text{шпкл}}$ – случайное возмущение на левое управляемое колесо трактора; $f_{\text{шпкп}}$ – случайное возмущение на правое управляемое колесо трактора.

Диссипативная функция колебательной системы с совмещенной подвеской балки моста трактора

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} \left[\alpha_{\text{шпк}} (\dot{f}_{\text{шпк}} - \dot{Z}_{\text{б.п}}) + \right. \\
 \left. + \alpha_{\text{п}} \cdot (\dot{Z}_{\text{бл}} + a \cdot \dot{\varphi}) + \right. \\
 \left. + \alpha_{\text{шзк}} (\dot{f}_{\text{зк}} - b \cdot \dot{\varphi} - \dot{Z}_c)^2 \right], \quad (6)$$

где $\alpha_{\text{шпк}}$ – приведенный коэффициент вязкого сопротивления передних шин трактора; $\alpha_{\text{шзк}}$ – приведенный коэффициент вязкого сопротивления задних шин трактора; $\alpha_{\text{п}}$ – коэффициент вязкого сопротивления приведенной подвески трактора; $\dot{f}_{\text{шпк}}$ – скорость случайного возмущения на передние колеса трактора; $\dot{f}_{\text{зк}}$ – скорость случайного возмущения на задние колеса трактора.

Диссипативная функция с подвесками управляемых колес определяется как

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} \left[\alpha_{\text{шпк}} (\dot{f}_{\text{шпк}} - \dot{Z}_c - \right. \\
 \left. - 1 \cdot \alpha_{\text{б.м}} + a \cdot \dot{\varphi})^2 + \right. \\
 \left. + \alpha_{\text{шпкп}} (\dot{f}_{\text{шпкп}} - \dot{Z}_c + \right. \\
 \left. + 1 \cdot \dot{\varphi}_{\text{бм}} + a \cdot \dot{\varphi})^2 + \right. \\
 \left. + \alpha_{\text{шзк}} (\dot{f}_{\text{зк}} - b \cdot \dot{\varphi} - \dot{Z}_c)^2 \right]. \quad (7)$$

Далее при исследовании динамики и устойчивости движения трактора особое внимание будет уделено вертикальным реакциям опорной поверхности на колеса.

Статические реакции опорной поверхности на колеса трактора определяются из условий:

$$\sum M_{o1} = 0; \quad \sum M_{o2} = 0; \quad (8)$$

$$N_1 = \frac{M_{\text{тр}} \cdot b \cdot g}{a + b}; \quad N_2 = \frac{M_{\text{тр}} \cdot a \cdot g}{a + b}. \quad (9)$$

В реальных условиях движения трактора, в транспортном или тяговом режимах движения, со стороны опорной поверхности на колеса трактора воздействуют дорожные неровности, которые могут оказывать существенное влияние на нормальные реакции N_1 и N_2 .

С учетом дорожных возмущений вертикальные реакции

$$\left\{ \begin{aligned} N_1 &= \frac{M_{\text{тр}} \cdot b \cdot g}{a + b} - \frac{P_{\text{кр}} \cdot h_{\text{кр}}}{a + b} + \\ &+ c_{\text{шп}} \cdot (f_{\text{п}} - z_{\text{п}}); \\ N_2 &= \frac{M_{\text{тр}} \cdot a \cdot g}{a + b} + \frac{P_{\text{кр}} \cdot h_{\text{кр}}}{a + b} + \\ &+ c_{\text{шз}} \cdot (f_{\text{з}} - b \cdot \varphi - z_{\text{з}}), \end{aligned} \right. \quad (10)$$

где $f_{\text{п}}$, $f_{\text{з}}$ – случайные возмущения на колеса передней и задней осей трактора.

Предельно возможные значения касательных сил в контакте колес с опорной поверхностью по условиям их сцепления

$$\begin{cases} P_{к1} = N_1 \cdot \varphi_{цц1}; \\ P_{к2} = N_2 \cdot \varphi_{цц2}. \end{cases} \quad (11)$$

Данные предельные значения касательных сил $P_{к1}$ и $P_{к2}$ на ведущих колесах справедливы при отсутствии блокировки симметричных дифференциалов переднего и заднего мостов.

Соответствующие предельные моменты, которые можно приложить к ведущим колесам, определяются из условия их сцепления с опорной поверхностью:

$$\begin{cases} M_{к1} = N_1 \cdot \varphi_{цц1} \cdot r_{д1}; \\ M_{к2} = N_2 \cdot \varphi_{цц2} \cdot r_{д2}. \end{cases} \quad (12)$$

Условия максимального использования момента двигателя по сцеплению колес с опорной поверхностью, передаваемого двигателем к ведущим колесам, запишутся в виде

$$\begin{cases} M_{д} \cdot i_{тр1} = M_{к1}; \\ M_{д} \cdot i_{тр2} = M_{к2}, \end{cases} \quad (13)$$

где $M_{д}$ – момент, развиваемый двигателем; $i_{тр1}$, $i_{тр2}$ – передаточные числа трансмиссии.

В момент трогания трактора частота вращения двигателя рассчитывается по формуле

$$\omega_{xx} = \frac{\omega_n \cdot (2 + \delta_p)}{\delta_p}, \quad (14)$$

где δ_p – степень неравномерности регулятора, $\delta_p = 0,08 \dots 0,06$; ω_n – номинальная частота вращения двигателя.

Так, например, при $\omega_n = 178 \text{ с}^{-1}$ и $\delta_p = 0,07$ частота вращения холостого хода

$$\omega_{xx} = \frac{178 \cdot (2 + 0,07)}{0,07} = 229,62 \text{ с}^{-1}.$$

Следовательно, разность угловых скоростей

$$\omega_{xx} - \omega_n = 229,62 - 178 = 51,62 \text{ с}^{-1}.$$

Тогда скорость нарастания момента

$$\text{tg}\alpha = \frac{M_n}{\omega_{xx} - \omega_n} = \frac{0,848}{51,62} = 0,01643,$$

где M_n – номинальный момент двигателя.

Закономерность изменения скорости нарастания момента двигателя в большей степени зависит от холостых оборотов и оказывает значительное влияние на динамику разгона трактора.

При теоретических исследованиях величина момента двигателя в момент движения трактора определяется по формуле

$$M_{д} = (\omega_{xx} - \omega) \cdot \text{tg}\alpha, \quad (15)$$

где $\text{tg}\alpha$ – скорость нарастания крутящего момента двигателя; ω – текущее значение угловой скорости вращения двигателя.

Обобщенная сила по координате поступательного перемещения

$$Q_{qi} = P_k - P_f = \frac{(\omega_{xx} - \omega) \cdot i_{трв} \cdot \text{tg}\alpha}{r_{дз}} - M_{тр} \cdot f, \quad (16)$$

где P_f – сила сопротивления качению колес трактора; P_k – касательная сила тяги на ведущих колесах трактора; f – коэффициент сопротивления качению; $i_{трв}$ – передаточное отношение от двигателя к ведущим колесам; $r_{дз}$ – динамический радиус качения ведущих колес.

Для трактора значения f приведены в табл. 1.

Табл. 1. Коэффициент сопротивления качению f для колесных тракторов на пневматических шинах с одной ведущей осью

| Характер поверхности | Значение коэффициента f |
|--|---------------------------|
| Цементобетонное покрытие: в отличном состоянии | 0,14...0,018 |
| в удовлетворительном состоянии | 0,018...0,022 |
| Ровное щебенчатое или гравийное покрытие: обработанное органическими вяжущими материалами | 0,02...0,025 |
| необработанное, с небольшими выбоинами | 0,03...0,04 |
| Булыжное покрытие | 0,035...0,045 |
| Грунтовая дорога: в удовлетворительном состоянии | 0,03...0,05 |
| неровная и грязная | 0,05...0,1 |
| Укатанная снежная дорога | 0,03...0,20 |
| Сухой плотный грунт, залежь, плотная почва | 0,03...0,06 |
| Стерня нормальной влажности, поле из-под кукурузы или подсолнечника, слежавшаяся пашня | 0,10...0,15 |
| Поле, подготовленное под посев, свежевспаханное или свежееубранное из-под картофеля | 0,16...0,2 |
| Влажный луг | 0,08...0,1 |
| Песок: влажный | 0,08...0,1 |
| сухой | 0,15...0,3 |

Касательная сила тяги P_k не должна превышать силу тяги по сцеплению $P_{\phi_{сц}}$, которая для трактора с одним ведущим мостом рассчитывается следующим образом:

$$P_{\phi_{сц}} = N_z \cdot \phi_{сц},$$

где $\phi_{сц}$ – коэффициент сцепления, зависящий от характеристик опорной поверхности.

При работе трактора на мягких грунтах коэффициент сопротивления качению для трактора с четырьмя ведущими колесами на 10...15 % меньше, чем для трактора с одной ведущей осью.

Из (2)...(7) с учетом кинематических связей

$$\dot{x}_c = \dot{\phi}_3 \cdot r_{дз}; \quad \dot{\phi}_п = \frac{\dot{\phi}_3 \cdot r_{дз}}{r_{дп}}. \quad (17)$$

Учитывая (17), определим компоненты уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_3} \right) = \ddot{\phi}_3 \left(M_{тр} \cdot r_{дз}^2 + \frac{r_{дз}^2}{r_{дп}^2} + J_{зк} \right). \quad (18)$$

Тогда дифференциальное уравнение вращения ведущего колеса можно представить в виде

$$\ddot{\phi}_3 = \frac{M_n \cdot (\omega_{xx} - \omega) \cdot i_{тр}}{J_{зк}} - \left(M_{тр} \cdot a \cdot g + P_{кр} \cdot h_{кр} \right) \times \frac{1}{(a + b) \cdot J_{зк}} \cdot r_{дз} \cdot \phi_{сц2}. \quad (19)$$

Трогание колесного трактора начинается с момента, когда выполняется следующее условие:

$$\frac{M_n}{\Delta\omega} \cdot (\omega_{xx} - \omega) \cdot i_{тр} = \left(M_{тр} \cdot a \cdot g + P_{кр} \cdot h_{кр} \right) \times \frac{1}{a+b} \cdot r_{дз} \cdot \varphi_{сц2}. \quad (20)$$

Переходный процесс завершается при условии, что

$$\frac{M_n}{\Delta\omega} \cdot (\omega_{xx} - \omega) \cdot i_{тр} = M_n. \quad (21)$$

При выполнении условия (21) дальнейшие расчеты проводятся до достижения двигателем трактора максимального момента M_{max} .

$$\frac{M_n}{\Delta\omega} \cdot (\omega_{xx} - \omega) \cdot i_{тр} = M_{max}. \quad (22)$$

При выполнении условия (22) этап переходного процесса завершается. Дальнейший процесс разгона требует переключения коробки передач на высшую ступень, и процесс последующего моделирования начинается заново с новой характеристикой изменения момента двигателя (метод припасовывания).

Момент двигателя на новой передаче рассчитывается по формуле

$$M_{дi} = \frac{M_n}{\Delta\omega} \cdot (\omega_{xx} - \omega) \cdot i_{тp_i}. \quad (23)$$

На данном этапе моделирования текущая частота вращения коленчатого вала двигателя изменяется в пределах от ω_{xx} до значения номинальной частоты вращения коленчатого вала ω_n .

Для нахождения угловой скорости вращения ведущего колеса при разгоне проинтегрируем дифференциальное уравнение вращения колеса (19) по времени:

$$\dot{\varphi}_3 = \left[\begin{array}{l} \frac{M_n}{2 \cdot \Delta\omega} \cdot (\omega_{xx} - \omega) \cdot i_{тр} - \\ - (M_{тр} \cdot a \cdot g + P_{кр} \cdot h_{кр}) \times \\ \times \frac{1}{a+b} \cdot r_{дз} \cdot \varphi_{сц2} - P_f \cdot r_{дз} \end{array} \right] \cdot \frac{1}{J_{зк}} \cdot t. \quad (24)$$

Угловая скорость вращения колеса сама по себе не определяет динамику разгона колесного трактора с крюковой нагрузкой, т. к. может присутствовать полное его буксование и скорость поступательного движения остова машины равна нулю.

Условие чистого качения колеса (качение без скольжения) можно записать в следующем виде:

$$\dot{\varphi}_3 \cdot r_{дз} = \dot{x}_c. \quad (25)$$

Идеальное условие разгона корпуса трактора можно определить, решив дифференциальное уравнение поступательного движения, которое можно записать в следующем виде:

$$\ddot{x}_c = \left\{ \left[\begin{array}{l} [(M_{тр} \cdot a \cdot g + P_{кр} \cdot h_{кр}) \times \\ \times \frac{1}{a+b} + c_{шз} \times \\ \times (f_3 - b \cdot \varphi - z_c)] \times \\ \times \varphi_{сц2} - P_f \end{array} \right] \right\} \cdot \frac{1}{M_{тр}}. \quad (26)$$

Интегрируя уравнение (26) по времени, получим

$$\ddot{x}_c = \left\{ \left[\begin{array}{l} [(M_{тр} \cdot a \cdot g + P_{кр} \cdot h_{кр}) \times \\ \times \frac{1}{a+b} + c_{шз} \times \\ \times (f_3 - b \cdot \varphi - z_c)] \cdot \varphi_{сц2} - P_f \end{array} \right] \right\} \times \frac{1}{M_{тр}} \cdot t + C, \quad (27)$$

где C – постоянная интегрирования.

Разность скоростей, полученных по формулам (27) и (24), соответствует буксованию ведущих колес трактора.

Разность скоростей можно записать как

$$\begin{aligned} \Delta V = & \left\{ \left[\left(M_{\text{тр}} \cdot a \cdot g + P_{\text{кр}} \cdot h_{\text{кр}} \right) \times \right. \right. \\ & \times \frac{1}{a + b} + c_{\text{шз}} \cdot (f_3 - b \cdot \varphi - z_c) \left. \right] \times \\ & \times \left. \left. \left. \varphi_{\text{сц}2} - P_f \right\} \cdot \frac{1}{M_{\text{тр}}} \cdot t - \right. \\ & - \left[\frac{M_{\text{н}}}{2 \cdot \Delta \omega} \cdot (\omega_{\text{хх}} - \omega) \cdot i_{\text{тр}} - \right. \\ & \left. \left. - \left(M_{\text{тр}} \cdot a \cdot g + P_{\text{кр}} \cdot h_{\text{кр}} \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \frac{1}{a + b} \cdot r_{\text{дз}} \cdot \varphi_{\text{сц}2} - P_f \cdot r_{\text{дз}} \right] \times \\ & \times \frac{1}{J_{\text{зк}}} \cdot t \cdot r_{\text{дз}} . \end{aligned} \quad (28)$$

Мощность, затраченная на потерю скорости от буксования ведущих колес трактора,

$$N_f = \frac{\Delta V \cdot M_{\text{зк}}}{r_{\text{дз}}}, \quad (29)$$

где $M_{\text{зк}}$ – момент на ведущих колесах колесного трактора.

Общее уравнение баланса мощности можно представить в виде

$$N_{\text{зк}} = N_f + N_p + N_{\text{кр}} + N_{\delta}, \quad (30)$$

где $N_{\text{зк}}$ – мощность, подведенная от двигателя к ведущим колесам; N_p – мощность, необходимая для придания заданной скорости движения в процессе интервала времени разгона.

Компоненты уравнения баланса мощности:

$$\begin{aligned} N_{\text{зк}} &= \frac{M_{\text{н}}}{\Delta \omega} \cdot (\omega_{\text{хх}} - \omega) \cdot i_{\text{тр}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{зк}}; \\ N_f &= M_{\text{тр}} \cdot f \cdot g \cdot \dot{x}; \quad N_p = M_{\text{тр}} \cdot \ddot{x} \cdot \dot{x}; \end{aligned}$$

$$N_{\delta} = \frac{\Delta V \cdot M_{\text{зк}}}{r_{\text{дз}}}; \quad N_{\text{кр}} = P_{\text{нкр}} \cdot \dot{x}. \quad (31)$$

Разделим члены уравнения (30) на $N_{\text{зк}}$, получим

$$\eta_{\text{кр}} = 1 - \eta_f - \eta_{\delta} - \eta_p, \quad (32)$$

где $\eta_{\text{кр}}$ – крьюковой КПД; η_f – коэффициент, характеризующий потерю энергии от сопротивления движению; η_{δ} – коэффициент, характеризующий потерю энергии от буксования ведущих колес.

Уравнения КПД с учетом уравнений (31) и (32) для трактора с ведущими задними колесами можно представить в виде

$$\begin{cases} \eta_f = \frac{M_{\text{тр}} \cdot f \cdot g \cdot \dot{x} \cdot \Delta \omega}{M_{\text{н}} \cdot (\omega_{\text{хх}} - \omega) \cdot i_{\text{тр}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{зк}}}; \\ \eta_{\delta} = \frac{\Delta V \cdot M_{\text{зк}} \cdot \Delta \omega}{r_{\text{дз}} \cdot M_{\text{н}} \cdot (\omega_{\text{хх}} - \omega) \cdot i_{\text{тр}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{зк}}}; \\ \eta_p = \frac{M_{\text{тр}} \cdot \ddot{x} \cdot \dot{x} \cdot \Delta \omega}{M_{\text{н}} \cdot (\omega_{\text{хх}} - \omega) \cdot i_{\text{тр}} \cdot \dot{\varphi}_{\text{зк}}}. \end{cases} \quad (33)$$

По предлагаемой методике можно также определить коэффициент использования сцепления.

В процессе моделирования в каждый момент времени находят коэффициент сцепления с целью возможности максимальной его реализации по формуле

$$\varphi_{\text{сц}} \leq \frac{J_{\text{зк}} \cdot \ddot{\varphi}_{\text{з}}}{N_2 \cdot r_{\text{дз}}}. \quad (34)$$

Полученные результаты являются некоторым уточнением известных методов исследования динамики разгона колесного трактора с задними ведущими колесами при наличии крьюковой нагрузки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лурье, А. И.** Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М. : Физматгиз, 1961. – 824 с.
2. Динамика колесных машин: монография / И. С. Сазонов [и др.] ; под общ. ред. И. С. Сазонова. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2006. – 462 с.
3. **Гоздек, В. С.** Об уравнениях качения упругой шины / В. С. Гоздек // Ученые записки ЦАГИ. – 1970. – Т. 1, № 4. – С. 84–91.
4. **Неймарк, Ю. Н.** Динамика неголономных систем / Ю. Н. Неймарк, Н. А. Фуфаев. – М. : Наука, 1967. – 520 с.
5. **Гуськов, В. В.** Тракторы. Ч. 2 : Теория / В. В. Гуськов. – Минск : Выш. шк., 1977. – 384 с.
6. Работа автомобильной шины / В. И. Кнороз [и др.] ; под общ. ред. В.И. Кнороза. – М. : Транспорт, 1976. – 240 с.

Статья сдана в редакцию 9 сентября 2014 года

Игорь Сергеевич Сазонов, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-0222-26-61-00

Ки-Йонг Чой, начальник отдела, Могилевский филиал физико-технического института НАН Беларуси.

Валерий Андреевич Ким, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-0222-26-33-71

Петр Адамович Амельченко, д-р техн. наук, проф., Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси. Тел.: 8-017-284-15-62.

Андрей Григорьевич Стасилевич, генеральный конструктор, РУП МТЗ. Тел.: 8-017-284-15-62.

Igor Sergeyevich Sazonov, DSc (Engineering), Prof., Belarusian-Russian University. Phone: 8-0222-26-61-00.

Ki-Young Choi, Head of the Department, Mogilev branch of the Institute of Physics and Technology of the NAN of Belarus.

Valery Andreyevich Kim, DSc (Engineering), Prof., Belarusian-Russian University. Phone: 8-0222-26-33-71.

Petr Adamovich Amelchenko, DSc (Engineering), Prof., Joint Institute of Mechanical Engineering of the NAN of Belarus. Phone: 8-017-284-15-62.

Andrey Grigoryevich Stasilevich, General Designer, RUP MTZ. Phone: 8-017-284-15-62.