
УДК 621.83.06

Е. С. Фитцова

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ СФЕРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

UDC 621.83.06

E. S. Fittsova

A POWER ANALYSIS OF SPHERICAL TRANSMISSIONS WITH INTERMEDIATE ROLLER ELEMENTS

Аннотация

Исследуются редукторные механизмы сферического типа с промежуточными телами качения. Рассмотрены конструкция и модель передачи с постоянным мгновенным передаточным отношением. Приведены уравнения центровых кривых различных типов, расположенных на сферических поверхностях. Исследованы углы подъема центровых кривых кулачковых профилей. Определены силы, действующие на основные элементы передачи.

Ключевые слова:

сферический механизм, редуктор, передача, тело качения, центровая кривая, сила, угол подъема кривой.

Abstract

This article discusses speed reduction mechanisms of spherical type with intermediate rolling elements. The design and model of transmission with a constant instantaneous reduction ratio is given. The equations of centering curves of different types located on a spherical surface are resulted. The slopes of centering curves of cam profiles are investigated. The forces acting on the basic elements of the transmission are calculated.

Key words:

spherical mechanism, speed reducer, transmission, rolling element, centering curve, force, curve slope.

Введение

Сферические механизмы часто используют в качестве шарниров, для передачи вращения под углом, а также при динамически изменяющемся значении угла между осями валов в процессе работы привода. Характерным примером являются шарниры равных угловых скоростей типа Рцеппа [1]. Также актуальна задача повышения нагрузочной способности и надежности передач с пересекающимися осями валов (конических зубчатых передач), т. к. они широко применяются в приводах сельскохозяйственной техники и технологическо-

го оборудования. Для указанных целей перспективными являются механические передачи сферического типа из класса передач с промежуточными телами качения (ППТК). Передачи плоского и цилиндрического типов (с расположением центров масс тел качения на плоскости и цилиндрической поверхности) исследованы достаточно широко [2–4]. Информация о работах по проектированию и расчету сферических передаточных механизмов ограничена. Известны исследования, приведенные в [5], где речь идет о передачах с пересекающимися осями валов. Работа посвя-

щена исследованию точностных свойств сферической передачи с шариковыми промежуточными телами, выбору её рациональных геометрических параметров и элементам технологии нарезания профилей зубьев колес. Телами качения являются шарики, что снижает нагрузочную способность. В [6] исследуется оригинальный роликовый механизм для робототехнических комплексов, однако он кинематический, а не силовой. В работе исследована геометрия, рассмотрена конструкция механизма и не приводится анализ силового взаимодействия его элементов.

Были проведены исследования по сферическим ППТК [7–8], разработаны новые конструктивные схемы механизмов, определены кинематические параметры их основных звеньев. Целью являлось определение степени нагруженности элементов передач, что позволит провести расчеты на прочность и оценить долговечность сферических ППТК.

Конструкция, модель передачи и принцип ее работы

Конструкция сферической передачи показана на рис. 1. Передача состоит из ведущего вала 1, на консоли которого размещена сферическая поверхность с косым пазом (однопериодная замкнутая беговая дорожка), ведомого вала 2, на консоли которого сконструирована промежуточная сферическая обойма (сепаратор) с меридианными пазами, равномерно расположенными относительно оси вращения, наружных кулачков 3, закрепленных в корпусе и образующих неподвижную многопериодную беговую дорожку, и тел качения 4.

При вращении ведущего вала 1 тела качения 4 перемещаются по беговой дорожке консольного внутреннего кулачка и одновременно по беговой дорожке, образованной наружными кулачками 3.

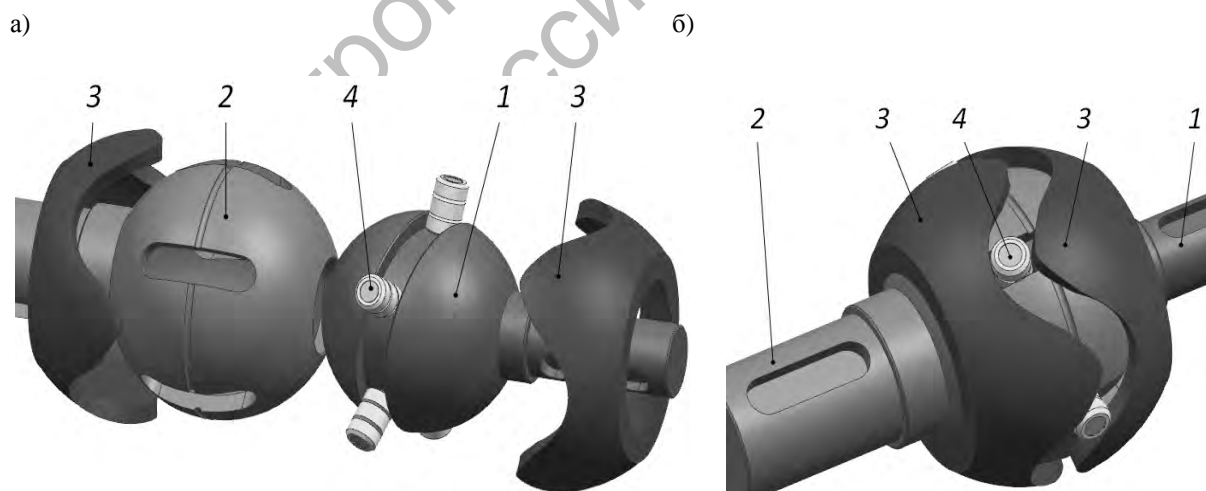


Рис. 1. ППТК сферического типа: а – основные элементы передачи; б – передача в сборе; 1 – ведущий вал с внутренним кулачком; 2 – ведомый вал – сепаратор; 3 – наружные кулачки; 4 – составные тела качения

Результирующим движением является их вращение относительно оси передачи вместе с сепаратором 2 с измененной угловой скоростью. Передаточное отношение i_p данного механизма зависит от соотношения чисел периодов беговых дорожек внутреннего Z_1 и наружного Z_3 кулачков. Для рассматриваемого механизма $i_p = Z_3 / Z_1 + 1 = 4 / 1 + 1 = 5$. Тела качения 4 выполнены в виде роликов, состоящих из трех элементов качения. Это позволяет обеспечить качение без проскальзывания при взаимодействии промежуточных элементов с беговыми дорожками и сепаратором и снизить таким образом потери на трение [9]. Для обеспечения сборки механизма сепаратор 2 должен изготавливаться разборным.

Модель передачи показана на рис. 2. Беговые дорожки представлены в виде кривых, промежуточные тела качения (их центры масс) – в виде точек

пересечения этих кривых. Замкнутые периодические кривые (центровые кривые) 1 и 3 являются центровыми профилями кулачков 1 и 3 соответственно (рис. 1). Точки 4 пересечения кривых 1 и 3 совпадают с центрами масс тел качения. Существуют две группы этих точек: точки пересечения P_1, P_2, \dots, P_n , в которых углы подъема центровых кривых α_1 и α_3 имеют разные знаки, и L_1, L_2, \dots, L_k , в которых знаки этих углов одинаковы. Далее рассматриваем только первую группу точек пересечения, т. е. условия клинового взаимодействия звеньев передачи с точки зрения максимального КПД для нее лучше. Линии 2, равномерно расположенные относительно оси Oz , являются траекториями центров масс тел качения в относительном движении вдоль пазов сепаратора. В рассматриваемой модели не учитываются толщины кулачков и сепаратора и, соответственно, высота роликов.

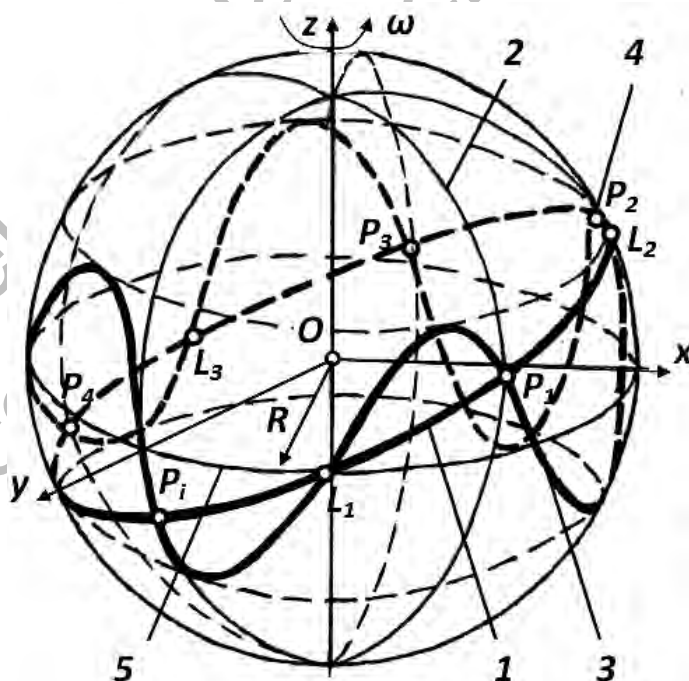


Рис. 2. Модель сферической ППТК: 1 – однопериодная центровая кривая; 2 – траектории движения центров масс тел качения вдоль пазов сепаратора; 3 – многопериодная центровая кривая; 4 – центры масс тел качения; 5 – средняя линия (окружность)

Средняя линия 5 является окружностью радиусом R . Элементы 1, 2 и 3 передачи (см. рис. 1) с соответствующими центровыми кривыми в модели (см. рис. 2) могут вращаться относительно оси Oz со скоростями ω_j ($j = 1 \dots 3$). Тела качения с центрами масс, совпадающими с точками пересечения 4 центровых кривых соответствующей группы, вынуждают ведомый элемент

(1, 2 или 3) перемещаться с измененной скоростью. Угловые расстояния между точками пересечения центровых кривых одной группы (в плоскостях, перпендикулярных оси передачи) постоянны.

В [2] были получены параметрические уравнения сферической синусоиды. Преобразуем данные уравнения для определения координат центров масс тел качения:

$$\begin{cases} x_{sfi}(s) = R \cdot \cos\left(\left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right) \cdot \cos\left(\left(A/R\right) \cdot \sin\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)\right); \\ y_{sfi}(s) = R \cdot \sin\left(\left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right) \cdot \cos\left(\left(A/R\right) \cdot \sin\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)\right); \\ z_{sfi}(s) = R \cdot \sin\left(\left(A/R\right) \cdot \sin\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)\right), \end{cases} \quad (1)$$

где i – номер тела качения, $i = 1 \dots n$; n – количество тел качения, $n = Z_1 + Z_3$; s – дуговая координата, измеряемая вдоль средней окружности ($s = 0 \dots 2 \cdot \pi \cdot R$); R – радиус окружности; Z_j – число периодов j -й центральной кривой, размещенных на средней окружности ($j = 1$ или 3);

A – амплитуда центровых кривых.

По аналогии также рассмотрим уравнения координат центров масс тел качения для передачи, где однопериодная центровая кривая представляет собой окружность:

$$\begin{cases} x_{sfi}(s) = \frac{R \cdot \cos(A/R) \cdot \cos\left(\left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)}{\sqrt{\cos^2(A/R) \cdot \cos^2\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right) + \sin^2\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)}}; \\ y_{sfi}(s) = \frac{R \cdot \cos(A/R) \cdot \sin\left(\left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)}{\sqrt{\cos^2(A/R) \cdot \cos^2\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right) + \sin^2\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)}}; \\ z_{sfi}(s) = \frac{R \cdot \sin(A/R) \cdot \sin\left(Z \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)}{\sqrt{\cos^2(A/R) \cdot \cos^2\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right) + \sin^2\left(Z_3 \cdot \left(s - \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{Z_3} \cdot i\right) / R\right)}}. \end{cases} \quad (2)$$

Передача, координаты центров масс которых описаны системой уравнений (2), отличается повышенной технологичностью изготовления, т. к. беговая дорожка на внутреннем кулачке представляет собой кольцевой паз, в отличие от синусоидального типа центральных кривых (система уравнений (1)), где однопериодная дорожка имеет сложный пространственный характер.

Силовой анализ передачи

Силовой анализ передачи проводится с учетом предположения, что нагрузка равномерно распределяется по всем телам качения, контактирующим с поверхностями пазов сепаратора. Рассмотрим модель передачи, приведенную на рис. 3. Цифровые обозначения кривых соответствуют обозначениям, показанным на рис. 2.

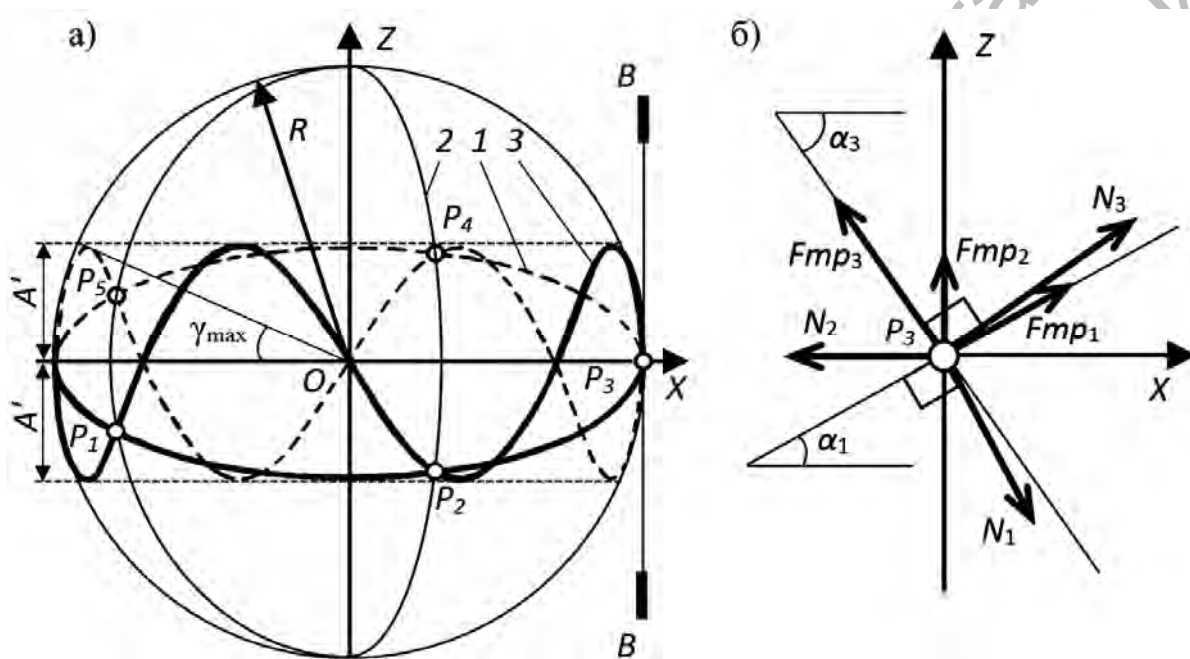


Рис. 3. К силовому анализу сферических ППТК: а – модель передачи (проекция на плоскость xOz); б – проекция системы сил, действующих на тело качения, на плоскость $B-B$; 1 – однопериодная центровая кривая; 2 – траектории центров масс тел качения относительно сепаратора; 3 – многопериодная центровая кривая

На рис. 3 параметр A' – проекция амплитуды центральных кривых на плоскость $B-B$. Сама амплитуда определяется как $A = R \cdot \gamma_{\max}$, где γ_{\max} – максимальное значение угла γ . Угол γ измеряется между отрезком, соединяющим центр системы координат $OXYZ$ с центром масс тела качения, и проекцией этого отрезка на плоскость XOY .

На тело качения действуют реакции со стороны внутреннего кулачка N_1 , сепаратора N_2 и наружного кулачка N_3 , а также силы трения F_{mp1} , F_{mp2} и F_{mp3} соответственно. В свою очередь,

$F_{mpj} = f \cdot N_j$, где f – коэффициент трения. Заданным является значение крутящего момента M_2 на ведомом валу. При этом

$$M_2 = \sum_{i=1}^n N_{2i} \cdot r_{ki}, \quad (3)$$

где N_2 – нормальная реакция в контакте тела качения и сепаратора; r_{ki} – расстояние от центра масс тела качения до оси Oz вращения валов ППТК.

Из геометрических построений (см. рис. 3)

$$r_{ki}(s) = R \cdot \cos(\gamma_i(s)) = R \cdot \sqrt{1 - \frac{(z_{sf i}(s))^2}{R^2}}. \quad (4)$$

При рассмотрении центровых кри-

вых синусоидального типа (описываемых системой уравнений (1)) после подстановки в уравнение (3) значения $z_{sf i}(s)$ из третьего уравнения системы (1) и преобразований получим

$$N_2 = \frac{M_2}{R \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \sqrt{1 - \sin^2\left(\left(\frac{A}{R}\right) \cdot \sin\left(\left(\frac{Z}{R}\right) \cdot (s - 2 \cdot \pi \cdot R \cdot i / n)\right)\right)}}. \quad (5)$$

На рис. 4 показано изменение значения силы N_2 в зависимости от положения центра масс тела качения, перемещающегося по центральной кривой (от дуговой координаты s , измеряемой вдоль средней линии). При этом исследовалась передача с параметрами

$R = 40$ мм, $A = 10$ мм, $Z_3 = 4$ и крутящим моментом на ведомом валу $M_2 = 100$ Н·м. На рис. 4 также приведено значение силы N_2 для передачи цилиндрического типа, определенное по формуле $N_2 = M_2 / (R \cdot n)$.

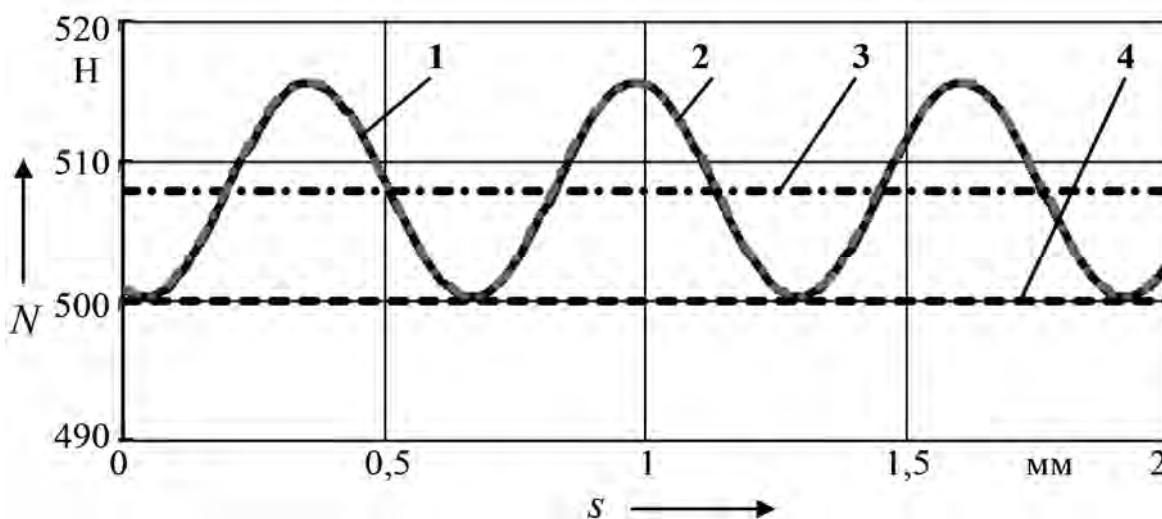


Рис. 4. Значения сил N_2 в сферической передаче: 1 – мгновенные значения для кривых по уравнениям (1); 2 – мгновенные значения для кривых по уравнениям (2); 3 – среднее значение для сферической ППТК; 4 – среднее значение для цилиндрической ППТК

Значение силы N_2 у сферических передач больше. Это связано с уменьшением расстояний от центров масс тел качения до оси Oz при их приближении к полюсам сферы. Для определения среднего значения сил в сферической передаче необходимо найти приведенный радиус R' средней окружности сферической передачи, учитывающий максимальное и минимальное значения r_{ki} :

$$R' = 0,5 \cdot (R + R \cdot \cos(\gamma)).$$

Таким образом, для определения среднего значения силы N_2 в сферической передаче можно использовать выражение $N_2 = K_{Nsf} \cdot M_2 / (R \cdot n)$, где K_{Nsf} – коэффициент, который находят по формуле

$$K_{Nsf} = \left(0,5 \cdot \left(1 + \cos \left(\frac{A}{R} \right) \right) \right)^{-1}. \quad (6)$$

При одинаковых параметрах передачи ($R = 40$ мм, $A = 10$ мм, $Z_1 = 1$, $Z_3 = 4$) реакция N_2 в сферической передаче на 1,6 % выше, чем в цилиндрической. При увеличении значения амплитуды вдвое ($A = 20$ мм) данная реакция у сферической ППТК оказалась больше на 6,12 %.

Для анализа прочности деталей и оценки КПД передач из условия кинестатического равновесия получены выражения для определения средних значений сил, действующих на кулачки со стороны тела качения:

$$N_1 = N_2 \cdot (C_1/C_2 - f) / (C_3 + C_1 \cdot C_4/C_2);$$

$$N_3 = (N_2 - N_1 \cdot C_4) / C_2, \quad (7)$$

где $C_1 \dots C_4$ – коэффициенты:

$$C_1 = \cos(\alpha_{m3}) + f \cdot \sin(\alpha_{m3});$$

$$C_2 = \sin(\alpha_{m3}) - f \cdot \cos(\alpha_{m3});$$

$$C_3 = \cos(\alpha_{m1}) - f \cdot \sin(\alpha_{m1});$$

$$C_4 = \sin(\alpha_{m1}) + f \cdot \cos(\alpha_{m1}), \quad (8)$$

где α_{m1} и α_{m3} – средние значения углов подъема центровых кривых внутреннего и наружного кулачков соответственно ($\alpha_{mj} = \arctg(2Z_j \cdot A / (\pi \cdot R))$).

В выражениях (1) и (2) присутствуют углы подъема. В [2] были получены выражения для их определения для центровых кривых кулачков ППТК цилиндрического типа.

В общем случае угол подъема кривой, описываемой функциями $x(s)$, $y(s)$, $z(s)$, измеряется как угол между касательной к данной кривой в некоторой ее точке и касательной в горизонтальной плоскости к соответствующей поверхности в рассматриваемой точке. Для измерения данного угла используем формулу

$$\alpha = \arccos(\vec{a} \cdot \vec{\tau} / (|\vec{a}| \cdot |\vec{\tau}|)), \quad (9)$$

где \vec{a} – вектор касательной к пространственной кривой (см. рис. 3); $\vec{\tau}$ – вектор касательной к несущей поверхности в горизонтальной плоскости (к средней окружности).

Анализ углов подъема производился средствами компьютерного моделирования для передачи с параметрами $R = 40$ мм, $A = 10$ мм, $Z_3 = 4$. Результаты подтвердили совпадение графиков изменения углов подъема для сферических кривых и для их разверток на плоскость. С помощью программы Mathcad был определен характер изменения углов подъема для двух типов центровых кривых (рис. 5), описываемых системами параметрических уравнений (1) и (2).

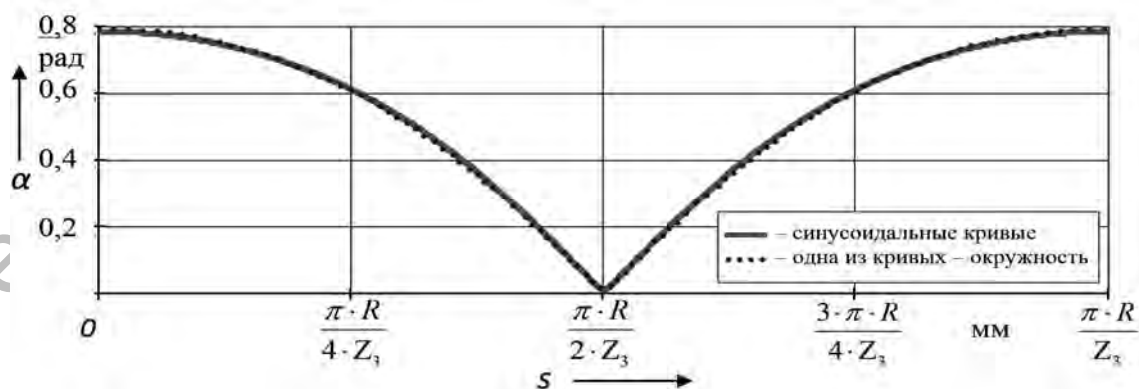


Рис. 5. Зависимость углов подъема в точках центровых кривых от дуговой координаты: 1 – для синусоидальных кривых; 2 – для кривых, одна из которых является окружностью

Совпадение кривых (см. рис. 5) свидетельствует о том, что для определения средних значений углов подъема центровых кривых сферических передач можно использовать известные формулы для передач цилиндрического типа и для разверток центровых кривых на плоскость.

Выводы

Разработана конструктивная схема сферической передачи с промежуточными телами качения. В сравнении с известной передачей [10] механизм отличается использованием принципа геометрического (а не силового) замыкания высших пар, а также применением в качестве тел качения составных роликов. Проведен силовой анализ передачи, на основе которого установлено, что средние значения сил, дейст-

вующих на основные элементы сферических передач с промежуточными телами качения, на 1,5...6,5 % выше, чем в ППТК цилиндрического типа. Выявлено, что законы изменения углов подъема центровых кривых для ППТК различных типов одинаковы. При вычислении сил, действующих на основные звенья сферического механизма, можно использовать выражения, полученные для ППТК цилиндрического типа, с учетом коэффициента K_{Nsf} .

Работа выполнена в рамках темы аспирантского гранта «Теоретическое и экспериментальное обоснование параметров механизма с изменяющимся углом осей валов на основе сферической передачи с промежуточными телами качения» (гос. рег. № 20141077 от 30.05.2014 г.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кравченко, В. И.** Карданные передачи: конструкции, материалы, применение / В. И. Кравченко, Г. А. Костюкович, В. А. Струк ; под общ. ред. В. А. Струка. – Минск : Тэхналогія, 2006. – 409 с. : ил.
2. **Игнатищев, Р. М.** Синусошариковые редукторы : монография / Р. М. Игнатищев. – Минск : Выш. шк., 1983. – 107 с. : ил.
3. **Пашкевич, М. Ф.** Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М. Ф. Пашкевич, В. В. Геращенко. – Минск : БелНИИТИ, 1992. – 248 с.
4. **Лустенков, М. Е.** Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизации потерь мощности : монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с. : ил.
5. **Горбенко, М. В.** Исследование влияния погрешностей на кинематику и динамику сферической передачи с шариковыми промежуточными телами и выбор рациональных параметров : автореф. дис. ... канд. техн. наук / М. В. Горбатенко. – Томск : 2000. – 23 с.
6. **Bai1, S.** The design of spherical multilobe-cam mechanisms / S. Bai1, J. Angeles // J. Mechanical Engineering Science. – 2009. – Vol. 223, part C. – S. 473–482.
7. **Лустенков, М. Е.** Механизм с изменяющимся углом между осями валов / М. Е. Лустенков, Е. С. Фитцова // Вестн. Брян. гос. техн. ун-та. – 2014. – № 1 (41). – С. 46–50.
8. Методология расчета и проектирования передач с составными промежуточными телами качения / И. С. Сазонов [и др.] // Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2012. – № 2. – С. 60–70.
9. **Лустенков, М. Е.** Определение КПД передач с составными промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков // Изв. вузов. Машиностроение. – 2014. – № 6. – С. 13–19.
10. **Лустенков, М. Е.** Планетарные шариковые передачи: особенности прочностных расчетов / М. Е. Лустенков // Вестн. машиностроения. – 2010. – № 9. – С. 13–17.

Статья сдана в редакцию 2 сентября 2014 года

Екатерина Сергеевна Фитцова, аспирант, Белорусско-Российский университет. Тел.:+375-222-25-10-91.

Ekaterina Sergeevna Fittsova, PhD student, Belarusian-Russian University. Phone: +375-222-25-10-91.