

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Металлорежущие станки и инструменты»

ТЕОРИЯ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов специальности 1-36 01 03 «Технологическое
оборудование машиностроительного производства»
дневной и заочной форм обучения*



Могилев 2022

УДК 531.8
ББК 22.21
Т33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Металлорежущие станки и инструменты»
«22» марта 2022 г., протокол № 10

Составитель канд. техн. наук, доц. С. Н. Хатетовский

Рецензент канд. техн. наук, доц. Е. В. Ильюшина

Методические рекомендации к практическим занятиям предназначены для студентов специальности 1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства» дневной и заочной форм обучения.

Учебно-методическое издание

ТЕОРИЯ РЕЖУЩИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Ответственный за выпуск С. Н. Хатетовский

Корректор И. В. Голубцова

Компьютерная верстка М. М. Дударева

Подписано в печать 24.05.2022. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,40. Уч.-изд. л. 1,54 . Тираж 38 экз. Заказ № 466.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий

№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2022

Содержание

1 Основные сведения о курсе «Теория режущих инструментов»	4
2 Векторы и действия над ними	4
3 Кривизна кривой	5
4 Кривизна поверхности	6
5 Матрицы и преобразования координат.....	8
6 Аналитический способ определения огибающей семейства плоских кривых.....	10
7 Эвольвента. Винтовая кривая. Архимедова спираль	12
8 Формообразование эвольвентного профиля рейкой	15
9 Формообразование эвольвентного профиля долбяком	19
Список литературы	23

1 Основные сведения о курсе «Теория режущих инструментов»

В курсе «Теория режущих инструментов» студенты изучают основы проектирования специального режущего инструмента. Курс условно можно разделить на две части. Первая часть посвящена теоретическим вопросам и включает лекции, практические занятия и лабораторные работы, а вторая – это закрепление на практике полученных знаний путем выполнения курсового проекта. В методических рекомендациях приведены задачи, которые студенты должны решить на практических занятиях. При подготовке следует использовать [1–3].

На практических занятиях необходимые расчеты выполняются в электронных таблицах или математических программных пакетах, поэтому студенты должны знать особенности интерфейса используемых программ и владеть навыками вычислений при помощи данных программ.

2 Векторы и действия над ними

В теории режущих инструментов широко используется понятие вектора. На основе данного понятия выводятся уравнения кривых и поверхностей, определяются кинематические углы режущей части инструментов и т. д.

Пусть векторы заданы в декартовой системе координат:

$$\vec{a} = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + z_1 \cdot \vec{k}; \quad (1)$$

$$\vec{b} = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} + z_2 \cdot \vec{k}. \quad (2)$$

Скалярное произведение

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha, \quad (3)$$

где α – угол между векторами.

Векторное произведение

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (y_1 \cdot z_2 - z_1 \cdot y_2) \cdot \vec{i} + (z_1 \cdot x_2 - x_1 \cdot z_2) \cdot \vec{j} + (x_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot x_2) \cdot \vec{k}. \quad (4)$$

Задача. В соответствии с данными таблицы 1 определить скалярное и векторное произведения двух векторов и угол между ними; для каждого из двух векторов найти модуль, углы между вектором и осями координат.

Таблица 1

x_1	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2
-0,5	-8,6	6,4	-3,9	0,1	5,2
-1,1	-8,7	0	1,3	1,5	5,1
-0,2	7,1	4,5	-7,6	7	3,4
5,7	-8,5	6,4	2,5	6,9	-8,2
4,6	0,3	1,9	4,4	-3,5	1,4
-1	-4,3	3,6	7,8	7,7	-8,3
6,3	-3,7	5,6	-1,2	2,8	3,3
-2,3	-1,7	-0,4	8,4	6,1	2

Контрольные вопросы

- 1 Понятие вектора.
- 2 Формула для определения скалярного произведения векторов.
- 3 Формула для определения векторного произведения.

3 Кривизна кривой

Условие соприкосновения исходной инструментальной поверхности с поверхностью детали без внедрения определяется на основе таких понятий, как кривизна кривой и кривизна поверхности.

Пусть в плоскости xOy параметрически (при помощи параметра t) задана плоская регулярная кривая

$$\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j}, \quad (5)$$

тогда кривизна этой кривой может быть найдена по формуле

$$\kappa = \frac{|\ddot{x} \cdot \dot{y} - \dot{y} \cdot \ddot{x}|}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}. \quad (6)$$

Задача. В соответствии с данными таблицы 2 найти кривизну плоской кривой, построить кривую. Константы в уравнениях принять самостоятельно.

Таблица 2

$x(t)$	$y(t)$	Примечание
1	2	3
$x = \frac{3a \cdot t}{1 + t^3}$	$y = \frac{3a \cdot t^2}{1 + t^3}$	Декартов лист: $a > 0$; $-\infty < t < -1$; $-1 < t < +\infty$

Окончание таблицы 2

1	2	3
$x = \frac{a \cdot t^2}{1+t^2}$	$y = \frac{a \cdot t^3}{1+t^2}$	Циссоида: $a > 0;$ $-\infty < t < +\infty$
$x = \frac{a(t^2-1)}{t^2+1}$	$y = \frac{at(t^2-1)}{t^2+1}$	Строфоида: $a > 0;$ $-\infty < t < +\infty$
$x = a + l \cos t$	$y = a \operatorname{tg} t + l \sin t$	Конхоида Никомеда: $a > 0;$ $l > 0;$ $-\frac{\pi}{2} < t < -\frac{\pi}{2};$ $\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}.$ Варианты: $l < a;$ $l > a;$ $l = a$
$x = a(\cos t)^2 + l \cos t$	$y = a \cos t \cdot \sin t + l \sin t$	Улитка Паскаля: $a > 0;$ $l > 0;$ $0 \leq t < 2\pi.$ Варианты: $l \geq 2a;$ $a < l < 2a;$ $l < a;$ $l = a$

Контрольные вопросы

- 1 Понятие кривизны кривой.
- 2 Формула для определения кривизны кривой.

4 Кривизна поверхности

Как было отмечено, условие соприкосновения исходной инструментальной поверхности с поверхностью детали без внедрения определяется на основе таких понятий, как кривизна кривой и кривизна поверхности.

Пусть в декартовой системе координат регулярная поверхность задана графиком $z = z(x, y)$, тогда нормальная кривизна в некотором направлении может быть вычислена по следующей формуле:

$$\kappa_0 = \frac{L \cdot dx^2 + 2M \cdot dx \cdot dy + N \cdot dy^2}{E \cdot dx^2 + 2F \cdot dx \cdot dy + G \cdot dy^2}, \quad (7)$$

где

$$E = 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2; \quad (8)$$

$$F = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y}; \quad (9)$$

$$G = 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2; \quad (10)$$

$$L = \frac{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}}; \quad (11)$$

$$M = \frac{\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}}; \quad (12)$$

$$N = \frac{\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}}. \quad (13)$$

Задача. В соответствии с данными таблицы 3 найти нормальную кривизну регулярной поверхности в направлении $\partial y/\partial x$; построить поверхность.

Таблица 3

$z(x, y)$	$\partial y/\partial x$
1	2
$z = x^3 + 8,1y^3 - 6,2xy + 1$	1:1
$z = x^2 + y^2 + xy - 2,9x - 5,8y$	1:2
$z = x^2 + y^2 + 4,1(y - x)$	2:1
$z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1,1$	1:1

Окончание таблицы 3

1	2
$z = x^2 + y^2 - 6,2xy - 39,1x + 17,9y + 20$	1:2
$z = (x - 3,1)^2 + (y - 1,9)^2 + (x - y - 4,1)^2$	2:1
$z = 2,1x^2 + y^2 - 3,8x - 3,2y + 6$	1:1
$z = x^3 + y^3 - 15,2xy$	1:2
$z = 2,2x^3 - xy^2 + 5,1x + y^2$	2:1

Контрольные вопросы

1 Понятие кривизны поверхности.

2 Формула для определения нормальной кривизны регулярной поверхности.

5 Матрицы и преобразования координат

Преобразования координат, математически реализуемые при помощи матриц, используются для нахождения огибающей семейства кривых или поверхностей. В свою очередь, огибающая служит для определения исходной инструментальной поверхности.

Пусть координаты точки заданы в правой системе xuz . Требуется найти координаты этой точки в правой системе $x_0y_0z_0$, по отношению к которой определенным образом движется система xuz . Координаты точки занесем в соответствующие матрицы следующего вида:

$$M = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}; \quad M_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

тогда преобразование координат можно представить в матричном виде

$$M_0 = T \cdot M, \quad (15)$$

где

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix} - \quad (16)$$

это т. н. матрица преобразования, которая зависит от того, как движется система xuz относительно системы $x_0y_0z_0$. Любое движение системы xuz относительно системы $x_0y_0z_0$ можно представить как некоторую комбинацию некоторого количества следующих составляющих движений, каждому из которых соответствует своя матрица преобразования: поступательного движения, поворота вокруг оси абсцисс, поворота вокруг оси ординат и поворота вокруг оси аппликат. Матрица, соответствующая результирующему движению, состоящему из n последовательных движений, определяется следующим образом:

$$T = T_n \cdot T_{n-1} \cdot \dots \cdot T_1. \quad (17)$$

В этом матричном выражении в общем случае следует соблюдать порядок перемножения матриц, соответствующий очередности осуществляемых движений. Поступательное движение можно задать при помощи вектора перемещения $\Delta\vec{r}(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$. Матрица этого преобразования имеет вид:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Поворот вокруг оси абсцисс на угол φ . При этом положительное направление отсчета угла – направление, противоположное направлению хода часовой стрелки, если смотреть со стороны положительного направления оси абсцисс. Матрица этого преобразования

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Поворот вокруг оси ординат на угол φ . При этом положительное направление отсчета угла – направление, противоположное направлению хода часовой стрелки, если смотреть со стороны положительного направления оси ординат. Матрица этого преобразования

$$T = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Поворот вокруг оси аппликат на угол φ . При этом положительное направление отсчета угла – направление, противоположное направлению хода часовой стрелки, если смотреть со стороны положительного направления оси аппликат. Матрица этого преобразования

$$T = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Задача. В соответствии с данными таблицы 4 найти координаты вершин куба со стороной 100 после его движения; куб изначально ориентирован так, что три его грани совпадают с соответствующими координатными плоскостями декартовой системы; построить куб в исходном и конечном положениях.

Таблица 4

Движение 1	Движение 2	Движение 3
Вращение вокруг оси Oz на угол -45°	Перемещение вдоль оси Ox на расстояние -10	Вращение вокруг оси Oy на угол 15°
Вращение вокруг оси Ox на угол 40°	Вращение вокруг оси Oy на угол 35°	Перемещение вдоль оси Oz на расстояние -75
Вращение вокруг оси Oy на угол 30°	Перемещение вдоль оси Ox на расстояние 60	Вращение вокруг оси Oz на угол -35°
Перемещение вдоль оси Oz на расстояние 50	Вращение вокруг оси Ox на угол 50°	Вращение вокруг оси Oy на угол -30°
Перемещение вдоль оси Ox на расстояние -100	Вращение вокруг оси Oz на угол 80°	Вращение вокруг оси Oy на угол -85°
Перемещение вдоль оси Oy на расстояние -25	Вращение вокруг оси Ox на угол -10°	Вращение вокруг оси Oz на угол 65°
Вращение вокруг оси Oz на угол 15°	Вращение вокруг оси Oy на угол 70°	Перемещение вдоль оси Ox на расстояние 55
Вращение вокруг оси Ox на угол -20°	Перемещение вдоль оси Oz на расстояние 55	Вращение вокруг оси Oy на угол -75°

Контрольные вопросы

- 1 Назначение огибающей.
- 2 От чего зависит матрица преобразования?
- 3 Матрица преобразования для поворота вокруг оси абсцисс на угол φ .

6 Аналитический способ определения огибающей семейства плоских кривых

Как было отмечено, огибающая семейства плоских кривых служит для определения исходной инструментальной поверхности.

Уравнения огибающей могут быть найдены на основе одной из следующих теорем.

Теорема 1: пусть регулярные кривые семейства заданы уравнением

$$F(x, y, C) = 0, \quad (22)$$

тогда огибающая этого семейства задается уравнениями

$$F(x, y, C) = 0; \quad (23)$$

$$\frac{\partial F}{\partial C} = 0. \quad (24)$$

Теорема 2: пусть регулярные кривые семейства заданы уравнениями

$$x = x(t, C); \quad (25)$$

$$y = y(t, C), \quad (26)$$

тогда огибающая этого семейства задается уравнениями

$$x = x(t, C); \quad (27)$$

$$y = y(t, C); \quad (28)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial C} & \frac{\partial y}{\partial C} \end{vmatrix} = 0. \quad (29)$$

Величина C – это параметр, определяющий семейство плоских кривых.

Задача. В соответствии с данными таблицы 5 определить огибающую последовательных положений окружности, центр которой движется вдоль заданной траектории, причем радиус окружности является функцией абсциссы ее центра; построить траекторию движения центра окружности и огибающую.

Таблица 5

Уравнение траектории центра окружности	Радиус окружности
1	2
$y = 0,1x^2;$ $0 \leq x \leq 10$	$R = 0,3x$
$y = 0,01x^3;$ $0 \leq x \leq 10$	$R = 0,2x$
$y = 2x;$ $0 \leq x \leq 10$	$R = 0,05x^2$
$y = 3x;$ $0 \leq x \leq 10$	$R = 0,02x^3$
$y = e^{0,25x} - 1;$ $0 \leq x \leq 10$	$R = 0,1x$
$y = x;$ $0 \leq x \leq 10$	$R = e^{0,2x}$

Окончание таблицы 5

1	2
$y = 10 \sin(0,1x);$ $0 \leq x \leq 10$	$R = 0,4x$
$y = 8\sqrt{x};$ $0 \leq x \leq 10$	$R = 0,5x$

Контрольные вопросы

- 1 Для чего служит огибающая семейства плоских кривых?
- 2 На основе чего выводятся уравнения огибающей?

7 Эвольвента. Винтовая кривая. Архимедова спираль

Одними из основных кривых, рассматриваемых в теории режущих инструментов, являются эвольвента, винтовая кривая и архимедова спираль. На основе эвольвенты изготавливают зуборезные долбяки для обработки эвольвентных зубчатых колес. Вдоль винтовой кривой могут быть нарезаны стружечные канавки инструмента. Наконец, архимедова спираль может использоваться при затыловании зубьев инструмента.

Эвольвента представлена на рисунке 1.

Если считать параметром т. н. угол развернутости φ_x , то параметрические уравнения эвольвенты в декартовой системе координат примут следующий вид:

$$x = r_b \cdot \sin(\varphi_x - \delta) - r_b \cdot \varphi_x \cdot \cos(\varphi_x - \delta); \quad (30)$$

$$y = r_b \cdot \cos(\varphi_x - \delta) + r_b \cdot \varphi_x \cdot \sin(\varphi_x - \delta), \quad (31)$$

где r_b – основной радиус;
 δ – константа.

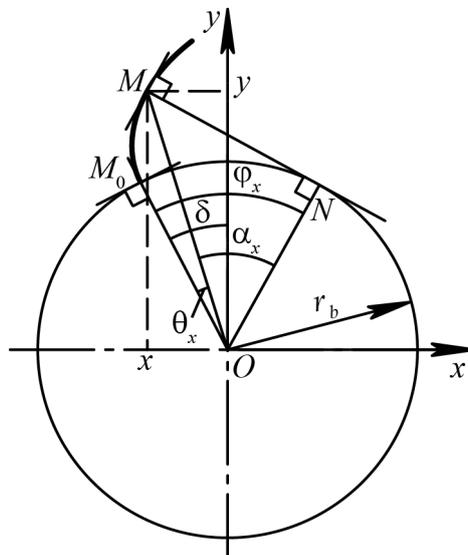


Рисунок 1

Некоторые параметры эвольвенты: α_x – угол профиля в рассматриваемой точке; $\theta_x = \text{inv } \alpha_x$ – эвольвентный угол в рассматриваемой точке. Угол профиля зависит от радиус-вектора точки эвольвенты:

$$OM = r_x = \frac{r_b}{\cos \alpha_x}. \quad (32)$$

Винтовая кривая представлена на рисунке 2, а ее развертка – на рисунке 3. Данная кривая определяется т. н. параметром винтового движения p и радиусом r цилиндра, которые связаны соотношением

$$r = p \cdot \text{tg } \psi, \quad (33)$$

где ψ – постоянный угол наклона.

Считая полярный угол ε параметром, запишем уравнения винтовой кривой:

$$x = p \cdot \text{tg } \psi \cdot \cos \varepsilon; \quad (34)$$

$$y = p \cdot \text{tg } \psi \cdot \sin \varepsilon; \quad (35)$$

$$z = p \cdot \varepsilon. \quad (36)$$

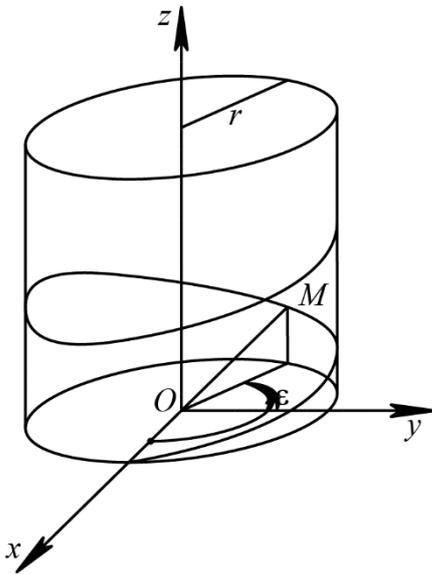


Рисунок 2

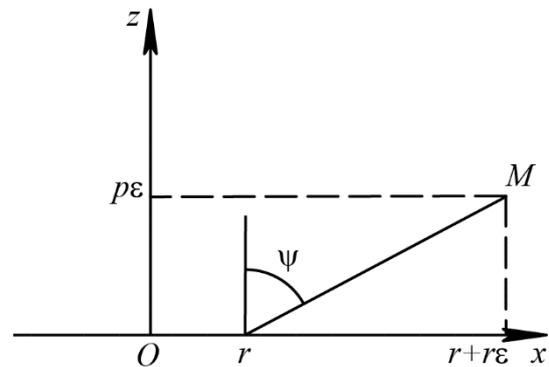


Рисунок 3

Архимедова спираль представлена на рисунке 4. Она определяется радиусом r и коэффициентом k . Принимая полярный угол φ в качестве параметра, запишем уравнения архимедовой спирали (на рисунке 4 указано отрицательное направление отсчета угла φ):

$$x = -(r + k \cdot \varphi) \cdot \sin \varphi; \quad (37)$$

$$y = (r + k \cdot \varphi) \cdot \cos \varphi. \quad (38)$$

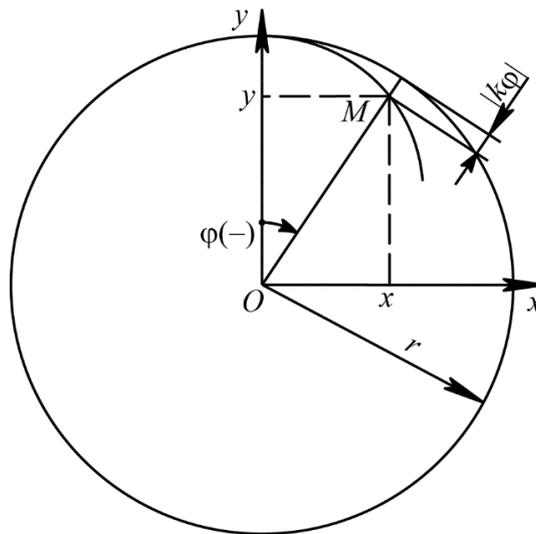


Рисунок 4

Задача. В соответствии с данными таблицы 6 построить эвольвенту, винтовую кривую и архимедову спираль.

Таблица 6

Параметры эвольвенты	Параметры винтовой кривой	Параметры архимедовой спирали
$r_b = 50, \delta = 0$	$r = 50, \psi = \frac{\pi}{10}$	$r = 50, k = 10$
$r_b = 60, \delta = \frac{\pi}{35}$	$r = 60, \psi = \frac{\pi}{9}$	$r = 60, k = 12$
$r_b = 70, \delta = \frac{\pi}{30}$	$r = 70, \psi = \frac{\pi}{8}$	$r = 70, k = 14$
$r_b = 80, \delta = \frac{\pi}{25}$	$r = 80, \psi = \frac{\pi}{7}$	$r = 80, k = 16$
$r_b = 90, \delta = \frac{\pi}{20}$	$r = 90, \psi = \frac{\pi}{6}$	$r = 90, k = 18$
$r_b = 100, \delta = \frac{\pi}{15}$	$r = 100, \psi = \frac{\pi}{5}$	$r = 100, k = 20$
$r_b = 110, \delta = \frac{\pi}{10}$	$r = 110, \psi = \frac{\pi}{4}$	$r = 110, k = 22$
$r_b = 120, \delta = \frac{\pi}{5}$	$r = 120, \psi = \frac{\pi}{3}$	$r = 120, k = 24$

Контрольные вопросы

- 1 Для чего используется архимедова спираль?
- 2 На основе чего изготавливают зуборезные долбяки?

8 Формообразование эвольвентного профиля рейкой

У цилиндрического эвольвентного колеса различают поверхность выступов, определяемую радиусом выступов r_a , поверхность впадин, определяемую радиусом впадин r_b , боковые поверхности зубьев, очерченные по эвольвентам, а также некоторые другие поверхности, такие как галтели (рисунок 5).

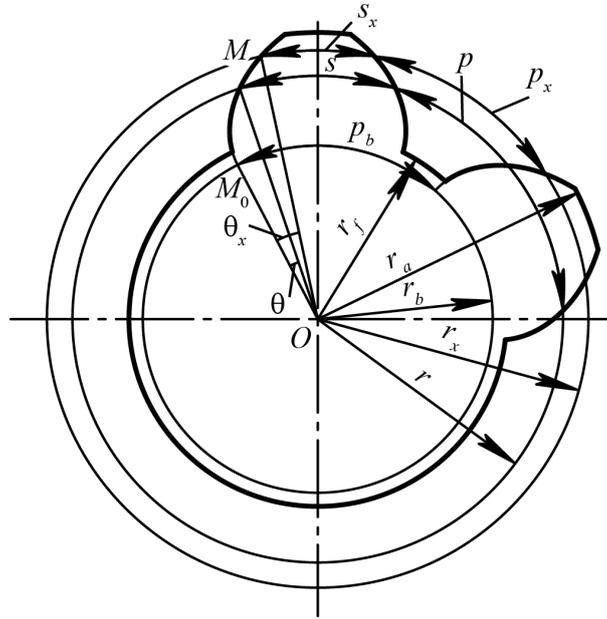


Рисунок 5

Шаг зубьев p задают на т. н. делительной окружности радиусом r следующим образом:

$$p = \pi m, \quad (39)$$

где m – модуль, значения которого стандартизированы.

Шаг зубьев на окружности радиусом r_x

$$p_x = \frac{p_b}{\cos \alpha_x}, \quad (40)$$

где p_b – шаг зубьев на основной окружности.

Делительный радиус

$$r = \frac{mz}{2}, \quad (41)$$

где z – количество зубьев.

Толщина зуба колеса на делительной окружности определяется следующим образом:

$$s = m \left(\frac{\pi}{2} + \Delta \right), \quad (42)$$

где Δ – коэффициент изменения толщины зуба.

Если данный коэффициент равен 0, то колесо называется нулевым или колесом с равноделенным шагом; если он меньше 0, то колесо с внешними зубьями называется отрицательным, а колесо с внутренними зубьями – положительным; если коэффициент изменения толщины зуба больше 0, то колесо с внешними зубьями называется положительным, а колесо с внутренними зубьями – отрицательным. Данный коэффициент зависит от установки режущего инструмента относительно обрабатываемого колеса.

Толщина зуба колеса на окружности произвольным радиусом r_x

$$s_x = 2r_x \cdot \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{\Delta}{z} + \theta - \theta_x \right). \quad (43)$$

Рассмотрим передачу, составленную из эвольвентного цилиндрического колеса и инструмента в виде рейки (рисунок 6).

Колесо вращается с угловой скоростью ω , а рейка движется прямолинейно-поступательно со скоростью

$$v = \omega r_w, \quad (44)$$

где r_w – радиус начальной окружности.

Прямая, нормальная к эвольвенте в точке контакта с профилем рейки, проходит через полюс P зацепления и касается основной окружности, занимая неизменное положение. Эта прямая является т. н. линией зацепления – геометрическим местом точек контакта в неподвижной системе отсчета.

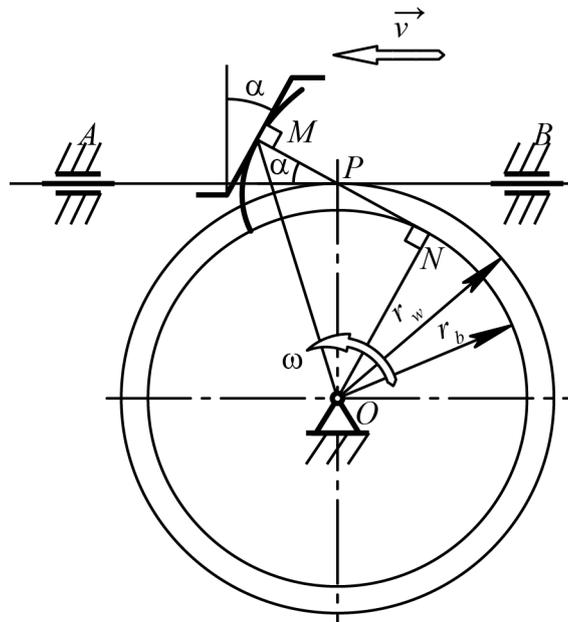


Рисунок 6

Угол профиля рейки определяется следующим образом:

$$\cos \alpha = \frac{r_b}{r_w}. \quad (45)$$

Линия зацепления пересекает касательную к начальной окружности в полюсе зацепления под углом зацепления, который в рассматриваемом случае равен углу профиля рейки.

При проектировании реек или инструментов, основанных на рейке, используют стандартные значения угла α . Сам профиль рейки также стандартизирован (рисунок 7). Параметры этого профиля, называемые параметрами исходного контура, следующие:

– шаг зубьев рейки

$$p = \pi m; \quad (46)$$

– радиальный зазор

$$c = c^* m; \quad (47)$$

– высота головки зуба

$$h_a = h_a^* m; \quad (48)$$

– высота ножки зуба

$$h_f = h_f^* \cdot m, \quad (49)$$

где c^* – коэффициент радиального зазора;

h_a^* – коэффициент высоты головки зуба;

h_f^* – коэффициент высоты ножки зуба.

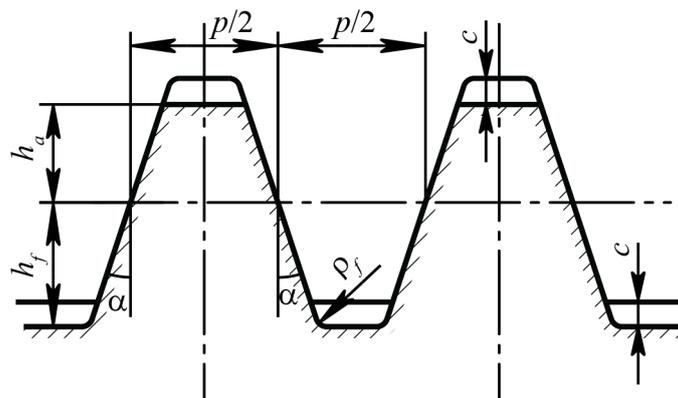


Рисунок 7

При нарезании зубьев профиль рейки может быть отодвинут таким образом, что начальная прямая находится на расстоянии

$$X = \xi m \quad (50)$$

от средней линии. Величина X называется смещением исходного контура, а величина ξ – коэффициентом смещения. Коэффициент изменения толщины зуба Δ и коэффициент смещения ξ связаны между собой:

$$\Delta = 2\xi m \operatorname{tg} \alpha. \quad (51)$$

При нарезании зубьев рейкой может возникнуть подрезание. Условие отсутствия подрезания

$$\xi \geq h_a^* - \frac{z \cdot (\sin \alpha)^2}{2}. \quad (52)$$

Радиус окружности, на которой начинается формообразование эвольвентного профиля рейкой,

$$r_l = \frac{r_b}{\cos \alpha_l}, \quad (53)$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha_l = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2(h_a^* - \xi)}{z \sin \alpha \cdot \cos \alpha}. \quad (54)$$

Задача. В соответствии с данными таблицы 7 построить эвольвентное зубчатое колесо, обработанное рейкой; $\alpha = 20^\circ$, $c^* = 0,25$, $h_a^* = 1$, $h_f^* = 1$, $r_a = r + h_a + X$, $r_f = r - h_f - c + X$.

Таблица 7

z	m	ξ
30	3,5	0,25
35	3,25	0,3
40	3	0,35
45	2,75	0,4
50	2,5	0,45
55	2,25	0,5
60	2	0,55
65	1,75	0,6

Контрольные вопросы

- 1 Поверхности эвольвентного колеса.
- 2 Формула для определения делительного радиуса.

9 Формообразование эвольвентного профиля долбяком

Параметры эвольвентного зубчатого колеса рассмотрены ранее.

Рассмотрим передачу внешнего зацепления, составленную из эвольвентного цилиндрического колеса и инструмента в виде долбяка (рисунок 8).

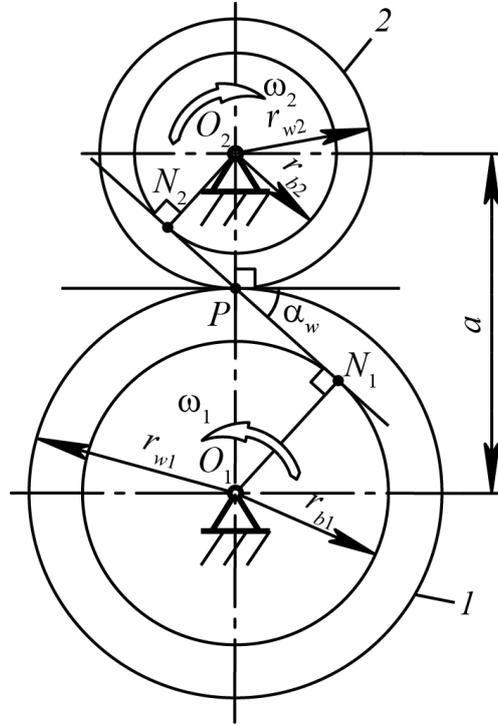


Рисунок 8

Колесо вращается с угловой скоростью ω_1 , а долбяк – с угловой скоростью ω_2 . Линия зацепления N_1PN_2 в процессе обработки не изменяет своего положения, т. к. проходит через две неподвижные точки: полюс зацепления и точку касания с основной окружностью радиусом r_{b1} . Таким образом, угол зацепления, т. е. угол, под которым линия зацепления пересекает касательную к начальным окружностям в полюсе зацепления, $\alpha_w = \text{const}$. Линия зацепления также касается окружности радиусом r_{b2} , которая жестко связана с долбяком. Данная окружность называется основной окружностью долбяка. В процессе обработки начальные окружности радиусами r_{w1} и r_{w2} обкатываются без проскальзывания.

При изготовлении долбяка обеспечивают стандартное значение угла профиля на его делительной окружности:

$$r_2 = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha}. \quad (55)$$

При этом такое же значение угла профиля получается на делительной окружности колеса.

Угол зацепления находят из выражения

$$\cos \alpha_w = \frac{r_1 + r_2}{a} \cos \alpha. \quad (56)$$

При этом межосевое расстояние может быть определено следующим образом:

$$a = r_{f1} + r_{a2}, \quad (57)$$

где r_{f1} – радиус впадин обрабатываемого колеса;

r_{a2} – радиус выступов долбяка.

Зацепление долбяка и колеса считается безззорным, т. е. толщина зуба долбяка равна ширине впадины колеса на соответствующих начальных окружностях и наоборот.

Имеем

$$\theta_w = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{z_1 + z_2} + \theta. \quad (58)$$

Величина Δ_1 задается на чертеже посредством коэффициента ξ_1 смещения исходного контура, при этом

$$\Delta_1 = 2\xi_1 \operatorname{tg} \alpha. \quad (59)$$

Величина Δ_2 может быть определена при помощи измерения толщины s_2 зуба долбяка на делительной окружности, при этом

$$\Delta_2 = \frac{s_2}{m} - \frac{\pi}{2}. \quad (60)$$

При определенных сочетаниях геометрических параметров колеса и долбяка могут возникнуть явления подрезания и срезания зубьев колеса. Условие отсутствия подрезания

$$\operatorname{tg} \alpha_w - \frac{r_{b2}}{r_{b1}} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w) \geq 0. \quad (61)$$

Радиус окружности, на которой начинается формообразование эвольвентного профиля долбяком,

$$r_{l1} = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_{l1}}. \quad (62)$$

Угол α_{l1} определяется следующим образом:

$$\operatorname{tg} \alpha_{l1} = \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{r_{b2}}{r_{b1}} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w). \quad (63)$$

Задача. В соответствии с данными таблиц 7 и 8 построить эвольвентное

зубчатое колесо, обработанное долбяком; $\alpha = 20^\circ$, $c^* = 0,25$, $h_a^* = 1$, $h_f^* = 1$, $r_{a1} = r_1 + h_a + X_1$, $r_{f1} = r_1 - h_f - c + X_1$, $r_{a2} = r_2 + h_a + X_2$, долбяк изготовлен при помощи рейки.

Таблица 8

m	z_2	ξ_2
1	2	3
4	10	0
	19	0,1
	20	0,1
	25	0,16
	26	0,16
3,75	10	0
	20	0,1
	27	0,18
	28	0,18
3,5	11	0
	12	0
	14	0,1
	22	0,12
	28	0,23
3,25	12	0,03
	15	0,1
	16	0,1
	24	0,15
	30	0,27
	31	0,27
3	9	0,03
	10	0,03
	12	0,03
	17	0,1
	18	0,1
	25	0,17
	26	0,17
	34	0,34
2,75	10	0,03
	14	0,05
	18	0,1
	28	0,22
	36	0,44

Окончание таблицы 8

1	2	3
2,5	10	0,04
	15	0,06
	16	0,06
	20	0,1
	30	0,23
	40	0,44
	12	0,08
2,25	16	0,07
	22	0,1
	34	0,26
	44	0,53
	45	0,53
	12	0,08
2	19	0,1
	20	0,1
	25	0,1
	26	0,1
	38	0,42
	50	0,58
	14	0,1
1,75	22	0,1
	29	0,1
	30	0,1
	43	0,46
	44	0,46
	58	0,66
	18	0,1
1,5	25	0,1
	26	0,1
	34	0,1
	50	0,5
	68	0,73

Контрольные вопросы

- 1 Формула для угла зацепления.
- 2 Условие отсутствия подрезания.

Список литературы

- 1 **Родин, П. Р.** Основы проектирования режущих инструментов / П. Р. Родин. – Киев: Вища школа, 1990. – 424 с.
- 2 Режущий инструмент. Курсовое и дипломное проектирование : учебное пособие / Под ред. Е. Э. Фельдштейна. – Минск : Дизайн ПРО, 1997. – 384 с. : ил.
- 3 Проектирование режущих инструментов / В. А. Гречишников [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – Старый Оскол: ТНТ, 2010. – 300 с.
- 4 **Малышев В. И.** Технология изготовления режущего инструмента : учебное пособие / В. И. Малышев. – Старый Оскол : ТНТ, 2017. – 440 с.
- 5 **Солоненко, В. Г.** Резание металлов и режущие инструменты: учебное пособие / В. Г. Солоненко, А. А. Рыжкин. – Москва: ИНФРА-М, 2019. – 415 с.