

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ АППАРАТОВ ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ ПУТЕМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ИХ КОНСТРУКЦИИ ПРЕЦЕССИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ

С. Н. Хатетовский, П. Н. Громыко, К. К. Гуляев

В статье рассмотрен способ усовершенствования конструкции аппаратов пищевых производств, основанный на использовании прецессионной передачи. Сателлит прецессионной передачи совершает сферическое движение. Такое же движение совершают рабочие органы многих аппаратов пищевых производств. Жесткое соединение сателлита и рабочего органа позволяет упростить конструкцию аппарата. Сферическое движение сателлита прецессионной передачи позволяет также повысить эффективность работы аппаратов пищевых производств. В статье рассмотрены принципы проектирования зубчатых колес прецессионной передачи. На основе уравнения зацепления этих колес и геометрических параметров производящего колеса получена математическая модель зубьев сателлита. Предложен также способ определения линии контакта производящего колеса и сателлита. Процесс геометрического синтеза зубьев сателлита прецессионной передачи автоматизирован. Разработаны программы, позволяющие создать в среде САД-систем твердотельные модели звеньев прецессионной передачи.

Введение

Некоторые современные механизмы, применяемые в различных областях техники, имеют рабочее звено, совершающее сложное движение. Например, в пищевой промышленности используются машины и аппараты, рабочее звено которых совершает сферическое движение. К таким машинам, прежде всего, относятся тестомесительные машины, мешалки жидких пищевых сред и др.

В настоящее время известно большое количество видов тестомесительных машин, в основном российского и зарубежного производства. Основными недостатками конструкций данных машин являются использование в качестве механического привода двух и более червячных редукторов и недостаточная эффективность процесса замеса теста, что ведет к ухудшению качества готовой продукции.

Наибольший интерес с позиции усовершенствования представляют тестомесительные машины типа «Стандарт», «Тасема», ТММ-1М и др. Причем усовершенствование может быть осуществлено путем внедрения в их конструкцию прецессионной передачи типа К-Н-V [1], которая может обеспечить передаточное отношение в пределах от 5 до 100 (рисунок 1).

Результаты исследования и их обсуждение

Особенностью прецессионной передачи является сферическое движение выходного звена – сателлита, ось вращения которого (кривошип) вращается вокруг оси неподвижного центрального колеса. Причем в тестомесительной машине рычаг также совершает сферическое движение. Жесткое соединение этих двух звеньев позволит передавать движение и мощность на рычаг прямо с сателлита прецессионной передачи. Эффективность замеса теста при этом увеличится, так как месильный рычаг получит дополнительное вращение.

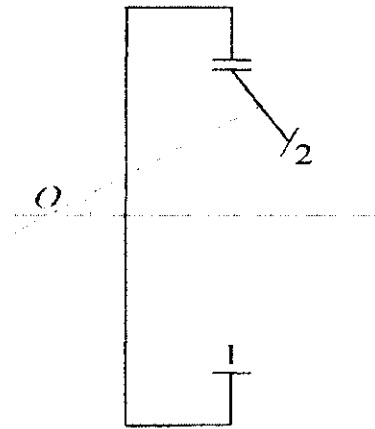
Разработка прецессионных передач в настоящее время находится на стадии исследования. Например, еще не решены окончательно вопросы, касающиеся прочности и долговечности звеньев, которые, в свою очередь, предполагают детальное знание геометрии.

Прецессионную передачу можно рассматривать как передачу, составленную из колес с пересекающимися осями вращения. При этом геометрия центрального (формообразующего) колеса заранее известна, а геометрия сателлита (формируемого колеса) – нет. Наряду с геометрией формообразующего колеса относительное движение формируемого колеса является фактором, определяющим его геометрию в соответствии с известным уравнением зацепления

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{v}_{12} = 0, \quad (1)$$

где \vec{n}_1 – нормаль, восстановленная в точке контакта колес к рабочей поверхности зуба формообразующего колеса;

\vec{v}_{12} – скорость относительного движения точки, принадлежащей формообразующему колесу относительно находящейся с ней в контакте точки, принадлежащей формируемому колесу.



1 – неподвижное центральное колесо; 2 – сателлит

Рисунок 1 – Кинематическая схема прецессионной передачи

Уравнение (1) рассматривается в неподвижной системе координат $Oxyz$, которую свяжем с осью вращения формообразующего колеса (рисунок 2) так, чтобы эта ось совпала с осью z указанной системы.

Введем также еще одну систему координат $Ox_H y_H z_H$, которую свяжем с осью вращения формируемого колеса так, чтобы эта ось совпала с осью z_H указанной системы. Для определения скорости \vec{v}_{12} кривошип можно считать неподвижным. Расположим его в плоскости Oxz . Угол между осями z и z_H , т. е. межосевой угол передачи обозначим Σ . При этом систему координат $Ox_H y_H z_H$ можно получить из системы координат $Oxyz$ поворотом последней на угол Σ вокруг оси y против хода часовой стрелки, если смотреть с конца оси y в ее начало.

Скорость \vec{v}_{12} определим следующим образом:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2, \quad (2)$$

где \vec{v}_1 – скорость точки, принадлежащей формообразующему колесу, находящейся в контакте с формируемым колесом;

\vec{v}_2 – скорость точки, принадлежащей формируемому колесу, находящейся в контакте с формообразующим колесом.

Эти две скорости определим по формуле Эйлера:

$$\vec{v}_1 = \vec{\omega}_1 \cdot \vec{r}_1, \quad (3)$$

$$\vec{v}_2 = \vec{\omega}_2 \cdot \vec{r}_2, \quad (4)$$

где $\vec{\omega}_1$ – угловая скорость вращения формообразующего колеса;

$\vec{\omega}_2$ – угловая скорость вращения формируемого колеса;

$\vec{r}_2 = \vec{r}_1$ – радиус-вектор точки контакта.

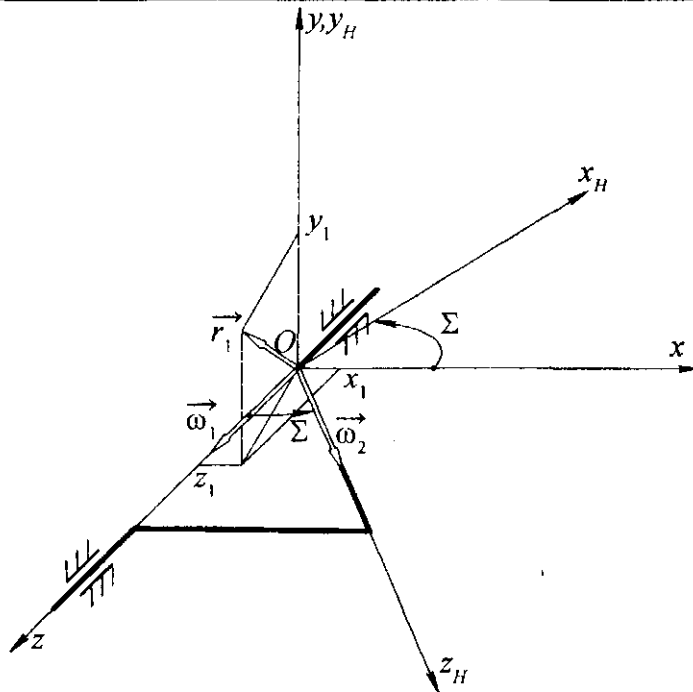


Рисунок 2 – Схема прецессионной передачи

Угловые скорости определим следующим образом:

$$\vec{\omega}_1 = \omega_1 \cdot \vec{k}, \quad (5)$$

$$\vec{\omega}_2 = \omega_2 \cdot \sin \Sigma \cdot \vec{i} + \omega_2 \cdot \cos \Sigma \cdot \vec{k}, \quad (6)$$

где ω_1 и ω_2 – алгебраические величины соответствующих угловых скоростей, которые связаны между собой формулой

$$\omega_1 = \omega_2 \cdot u_{12}, \quad (7)$$

где u_{12} – передаточное отношение передачи при остановленном кривошипе.

Здесь и далее полагаем, что \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – это орты неподвижной системы отсчета $Oxyz$.

Радиус-вектор точки контакта определим при помощи проекций

$$\vec{r}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + z_1 \cdot \vec{k}. \quad (8)$$

С учетом формул (5), (6) и (8) находим выражения для определения скоростей \vec{v}_1 и \vec{v}_2 :

$$\vec{v}_1 = \omega_1 \cdot x_1 \cdot \vec{j} - \omega_1 \cdot y_1 \cdot \vec{i}, \quad (9)$$

$$\vec{v}_2 = -\omega_2 \cdot y_1 \cdot \cos \Sigma \cdot \vec{i} + \omega_2 \cdot (x_1 \cdot \cos \Sigma - z_1 \cdot \sin \Sigma) \cdot \vec{j} + \omega_2 \cdot y_1 \cdot \sin \Sigma \cdot \vec{k}. \quad (10)$$

Принимая, что $\omega_2 = 1$, а также учитывая формулы (2), (7), (9) и (10), получаем

$$\vec{v}_{12} = -y_1 \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \vec{i} + (x_1 \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) + z_1 \cdot \sin \Sigma) \cdot \vec{j} - y_1 \cdot \sin \Sigma \cdot \vec{k}. \quad (11)$$

Проекции x_1 , y_1 и z_1 радиус-вектора \vec{r}_1 точки контакта зависят от движения формообразующего колеса. Поэтому выразим их через параметры этого движения, а также через геометрические параметры рабочей поверхности зуба формообразующего колеса. Для этого сопоставим с радиус-вектором \vec{r}_1 матрицу

$$R_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

элементы которой найдем из выражения

$$R_1 = M_{01} \times R_1^{(1)}, \quad (13)$$

где

$$R_1^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ y_1^{(1)} \\ z_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} - \quad (14)$$

– матрица, соответствующая радиус-вектору точки контакта в системе координат $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$, жестко связанной с формообразующим колесом;

$$M_{01} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \quad (15)$$

– матрица оператора поворота на угол φ_1 формообразующего колеса, а следовательно, и системы координат $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ относительно оси z системы координат $Oxyz$ (рисунок 3). Для раскрытия формулы (1) осталось определить нормаль \vec{n}_1 . Делаем это в системе координат $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$:

$$\vec{n}_1^{(1)} = n_{1x}^{(1)} \cdot \vec{i}_1 + n_{1y}^{(1)} \cdot \vec{j}_1 + n_{1z}^{(1)} \cdot \vec{k}_1, \quad (16)$$

где $n_{1x}^{(1)}$, $n_{1y}^{(1)}$, $n_{1z}^{(1)}$ – координаты нормали; \vec{i}_1 , \vec{j}_1 , \vec{k}_1 – орты системы отсчета $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$, а затем и в системе координат $Oxyz$:

$$n_{1x} = n_{1x}^{(1)} \cdot \cos \varphi_1 - n_{1y}^{(1)} \cdot \sin \varphi_1, \quad (17)$$

$$n_{1y} = n_{1x}^{(1)} \cdot \sin \varphi_1 + n_{1y}^{(1)} \cdot \cos \varphi_1, \quad (18)$$

$$n_{1z} = n_{1z}^{(1)}. \quad (19)$$

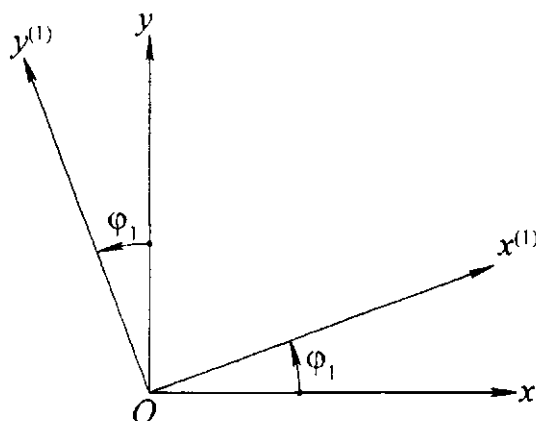


Рисунок 3 – Схема вращения роликов

Из уравнения (1) определяем угол поворота формообразующего колеса, при котором точка формообразующей поверхности, задаваемая геометрическими параметрами φ и $z_1^{(1)}$, становится точкой контакта, т. е. создает рабочую поверхность зуба формируемого колеса. Зная координаты этой точки контакта в системе координат $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$, определяем ее координаты в системе координат $Ox^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$, жестко связанной с формируемым колесом:

$$R_2^{(2)} = M_{2H} \times M_{H0} \times M_{01} \times R_1^{(1)}, \quad (20)$$

где

$$M_{H0} = \begin{bmatrix} \cos \Sigma & 0 & -\sin \Sigma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Sigma & 0 & \cos \Sigma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \quad (21)$$

– матрица перехода от системы координат $Oxyz$ к системе координат $Ox_Hy_Hz_H$;

$$M_{2H} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \quad (22)$$

– матрица перехода от системы координат $Ox_Hy_Hz_H$ к системе координат $Ox^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$ (рисунок 4);

$$R_2^{(2)} = \begin{bmatrix} x_2^{(2)} \\ y_2^{(2)} \\ z_2^{(2)} \\ 1 \end{bmatrix} - \quad (23)$$

– матрица, соответствующая радиус-вектору \vec{r}_2 в системе координат $Ox^{(2)}y^{(2)}z^{(2)}$.

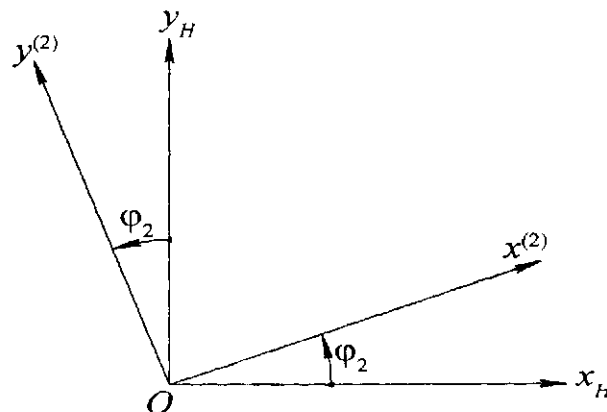


Рисунок 4 – Схема вращения спутника

Зубья формообразующего колеса в рассматриваемом случае – это конические ролики, оси которых расположены на цилиндрической поверхности, концентричной оси вращения этого колеса. Определим геометрические параметры конического ролика в системе координат $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ согласно рисунку 5.

Координаты точки, принадлежащей конической поверхности ролика, найдем по следую-

щим формулам:

$$x_1^{(1)} = r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi, \quad (24)$$

$$y_1^{(1)} = \rho_1 \cdot \sin \varphi, \quad (25)$$

$$z_1^{(1)} = l_{w1} + H, \quad (26)$$

где r_c – это радиус цилиндрической поверхности, на которой лежат оси конических роликов;

H – расстояние от торца ролика до его нормального сечения, в котором лежит точка;

l_{w1} – рассчитываемое расстояние от центра прецессии до ближайшего торца ролика,

φ – полярный угол, определяющий положение точки в плоскости $Ox^{(1)}y^{(1)}$,

$$\rho_1 = \rho_0 - H \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (27)$$

– полярный радиус, определяющий положение точки в плоскости $Ox^{(1)}y^{(1)}$,

где α – половина угла при вершине конической поверхности ролика.

Единичную нормаль, восстановленную в рассматриваемой точке к конической поверхности ролика, определим в системе координат $Ox^{(1)}y^{(1)}z^{(1)}$ следующим образом:

$$n_{1x}^{(1)} = -|\bar{n}_0| \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi, \quad (28)$$

$$n_{1y}^{(1)} = |\bar{n}_0| \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi, \quad (29)$$

$$n_{1z}^{(1)} = |\bar{n}_0| \cdot \sin \alpha, \quad (30)$$

где

$$|\bar{n}_0| = 1. \quad (31)$$

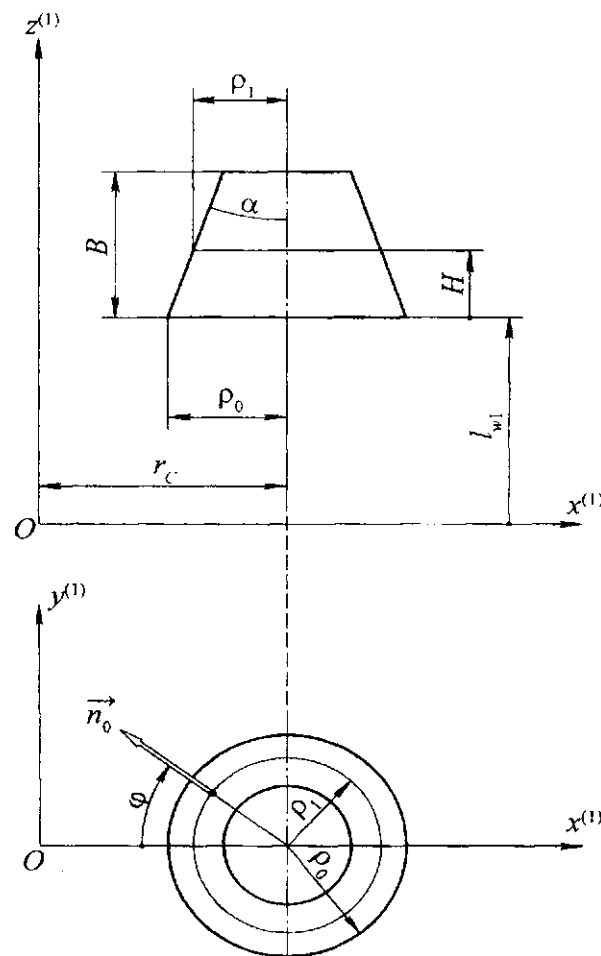


Рисунок 5 – Конический ролик

Воспользовавшись формулой (13), получим координаты точки, лежащей на конической поверхности ролика в системе координат $Oxyz$:

$$x_1 = r_c \cdot \cos \varphi_1 - \rho_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi), \quad (32)$$

$$y_1 = r_c \cdot \sin \varphi_1 - \rho_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi), \quad (33)$$

$$z_1 = l_{w1} + H. \quad (34)$$

Аналогичным образом определяем проекции нормали в системе координат $Oxyz$:

$$n_{1x} = -\cos \alpha \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi), \quad (35)$$

$$n_{1y} = -\cos \alpha \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi). \quad (36)$$

Подставим найденные проекции точки контакта и нормали в уравнение (1):

$$\begin{aligned} & r_c \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi + \\ & + (-l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - r_c \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha + \\ & + \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi - \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \varphi_1 + \\ & + (l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + \\ & + \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \varphi) \cdot \cos \varphi_1 = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A = & -l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \cos \varphi - r_c \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha + \\ & + \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi - \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \varphi, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} B = & l_{w1} \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \rho_0 \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi + \\ & + \frac{H}{\cos \alpha} \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \varphi, \end{aligned} \quad (39)$$

$$C = -r_c \cdot (u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi, \quad (40)$$

с учетом которых уравнение (37) перепишем в виде

$$A \cdot \sin \varphi_1 + B \cdot \cos \varphi_1 = C. \quad (41)$$

Обозначив

$$A = K \cdot \sin \varepsilon, \quad (42)$$

$$B = K \cdot \cos \varepsilon, \quad (43)$$

$$K = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (44)$$

где ε – некоторая переменная, уравнение (41) снова перепишем следующим образом

$$K \cdot \sin \varepsilon \cdot \sin \varphi_1 + K \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \varphi_1 = C. \quad (45)$$

После преобразований получим

$$\cos(\varphi_1 - \varepsilon) = \frac{C}{K}. \quad (46)$$

Полагая

$$\left| \frac{C}{K} \right| \leq 1, \quad (47)$$

находим

$$\varphi_1 = \arccos \frac{C}{K} + \varepsilon. \quad (48)$$

При определении ε могут встретиться следующие частные случаи:

а)

$$A > 0, B > 0$$

$$\varepsilon = \arcsin \frac{A}{K} = \arccos \frac{B}{K}, \quad (49)$$

б)

$$A > 0, B < 0,$$

$$\varepsilon = \pi - \arcsin \frac{A}{K} = \arccos \frac{B}{K}, \quad (50)$$

в)

$$A < 0, B < 0,$$

$$\varepsilon = -\pi - \arcsin \frac{A}{K} = -\arccos \frac{B}{K}, \quad (51)$$

г)

$$A < 0, B > 0,$$

$$\varepsilon = \arcsin \frac{A}{K} = -\arccos \frac{B}{K}, \quad (52)$$

д)

$$A = 0, B > 0,$$

$$\varepsilon = 0, \quad (53)$$

е)

$$A = 0, B < 0,$$

$$\varepsilon = \pi, \quad (54)$$

ж)

$$A > 0, B = 0,$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2}, \quad (55)$$

з)

$$A < 0, B = 0,$$

$$\varepsilon = -\frac{\pi}{2}. \quad (56)$$

Найденное значение φ_1 используем для определения параметрических уравнений искомой рабочей поверхности зуба сателлита, сопряженного с коническим роликом. Для этого раскроем выражение (20):

$$x_2^{(2)} = (\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2) \cdot (r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) +$$

$$+ (-\sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2) \cdot \rho_1 \cdot \sin \varphi +$$

$$+ (-\cos \varphi_2 \cdot \sin \Sigma) \cdot (l_{w1} + H), \quad (57)$$

$$y_2^{(2)} = (-\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot (r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) +$$

$$+ (-\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \Sigma + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \cdot \rho_1 \cdot \sin \varphi +$$

$$+ (-\sin \varphi_2 \cdot \sin \Sigma) \cdot (l_{w1} + H), \quad (58)$$

$$z_2^{(2)} = (r_c - \rho_1 \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \Sigma \cdot \cos \varphi_1 - \rho_1 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \Sigma \cdot \sin \varphi_1 + (l_{w1} + H) \cdot \cos \Sigma. \quad (59)$$

Линию контакта зададим параметрическими уравнениями с одним и тем же параметром – полярным углом φ . По виду данные уравнения ничем не будут отличаться от соответствующих уравнений поверхностей.

Для того, чтобы полярному углу φ сопоставить конкретную точку на поверхности, необходимо из уравнения зацепления выразить H :

$$H = (((u_{12} - \cos \Sigma) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \sin \Sigma \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_1) \times \\ \times \frac{r_c}{\sin \Sigma \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi)} + (\rho_0 \cdot \sin \alpha - l_{w1} \cdot \cos \alpha)) \cdot \cos \alpha. \quad (60)$$

Заключение

На основе полученных уравнений рабочих поверхностей зуба сателлита прецессионной передачи и линии контакта было создано программное обеспечение, позволяющее создавать твердотельные модели колес указанной передачи в среде CAD систем.

Литература

1 Компьютерное моделирование планетарных прецессионных передач: монография / П. Н. Громько [и др.]; под общ. ред. П. Н. Громько. – Могилев: ГУВПО «Белорусско-Российский университет», 2007. – 271 с.

Поступила в редакцию 1.04.2010