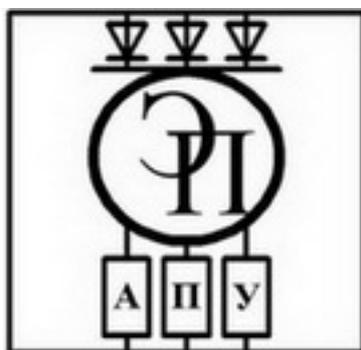


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Электропривод и автоматизация промышленных установок»

ОСНОВЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

*Методические рекомендации к лабораторным работам
для студентов направления подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
дневной формы обучения*



Могилев 2022

УДК 681.5
ББК 32.965
О75

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Электропривод и АПУ» «13» января 2022 г., протокол № 7

Составитель канд. физ.-мат. наук, доц. О. В. Обидина

Рецензент канд. техн. наук, доц. С. В. Болотов

Методические рекомендации к лабораторным работам разработаны в соответствии с рабочей программой по дисциплине «Основы автоматизированного управления» для студентов направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» дневной формы обучения.

Учебно-методическое издание

ОСНОВЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Ответственный за выпуск	Г. С. Ленеvский
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 21 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2022

Содержание

1 Лабораторная работа № 1. Передаточные и переходные функции типовых динамических звеньев	4
2 Лабораторная работа № 2. Частотные характеристики типовых динамических звеньев	10
3 Лабораторная работа № 3. Устойчивость систем автоматического управления	21
Список литературы	34
Приложение А	35
Приложение Б	36
Приложение В	38
Приложение Г	42
Приложение Д	44

1 Лабораторная работа № 1. Передаточные и переходные функции типовых динамических звеньев

Цель работы

1 Изучение способов описания динамических свойств звеньев систем автоматического регулирования.

2 Получение дифференциальных уравнений, передаточных функций динамических звеньев и определение их параметров.

3 Получение и построение переходных характеристик динамических звеньев с помощью программ Mathcad и MATLAB.

Отчет по лабораторной работе

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующее.

1 Титульный лист установленного образца.

2 Цель работы.

3 Исходные данные в соответствии с заданием.

4 Вывод передаточных функций динамических звеньев, определение их параметров.

5 Вывод выражений для переходных характеристик динамических звеньев.

6 Графики переходных характеристик динамических звеньев.

1.1 Основные теоретические положения

Работа любой системы или звена описывается дифференциальным уравнением, которое связывает выходной и входной сигналы.

Допустим, что в результате составления уравнения динамики какого-нибудь конкретного звена получилось следующее линейное дифференциальное уравнение:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t).$$

Решение дифференциальных уравнений значительно упрощается при использовании операционного преобразования Лапласа. При этом каждой временной функции $x(t)$ или $y(t)$ соответствует функция $X(s)$ или $Y(s)$.

Преобразование Лапласа обладает рядом свойств, некоторые из которых рассмотрены далее.

1 Дифференцированию функции-оригинала по независимой переменной соответствует умножение изображения на переменную s .

2 Интегрированию функции-оригинала соответствует деление изображения на переменную s .

3 Сумме оригиналов соответствует сумма их изображений, при этом постоянные множители можно выносить за знак преобразования.

Применив преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению звена, получим

$$a_n s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} Y(s) + \dots + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_m s^m X(s) + b_{m-1} s^{m-1} X(s) + \dots + b_1 s X(s) + b_0 X(s).$$

Если вынести общие множители $Y(s)$ и $X(s)$ за скобки, имеем

$$Y(s)(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0) = X(s)(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0).$$

Передаточной функцией звена $G(s)$ называется отношение изображений Лапласа выходной и входной величин звена при нулевых начальных условиях, т. е.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)},$$

или

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}.$$

Между дифференциальными уравнениями и передаточными функциями существует однозначная связь. Сравнивая последнее выражение с дифференциальным уравнением звена, следует отметить, что формально передаточную функцию звена можно составлять как отношение операторных многочленов правой и левой частей уравнения звена. И наоборот, зная передаточную функцию, легко написать его уравнение, имея в виду, что числитель передаточной функции соответствует правой части уравнения, а знаменатель – левой части.

В теории автоматического регулирования принято приводить уравнение звена к стандартному виду, когда свободный член равен единице:

$$G(s) = \frac{b_0}{a_0} \cdot \frac{B_m s^m + B_{m-1} s^{m-1} + \dots + B_1 s + 1}{A_n s^n + A_{n-1} s^{n-1} + \dots + A_1 s + 1} = k \cdot \frac{B_m(s)}{A_n(s)},$$

где k – коэффициент усиления звена, $k = \frac{b_0}{a_0}$.

Через $A_n(s)$ и $B_m(s)$ обозначены многочлены относительно s с коэффициентами 1 в младших членах, причем степень $B_m(s)$, как правило, ниже степени $A_n(s)$, т. е. $m < n$.

Переходной функцией $y(t)$ называется реакция звена на единичное ступенчатое воздействие, т. е. переходный процесс на выходе при единичном скачке на входе звена $x(t) = 1$ (рисунок 1).

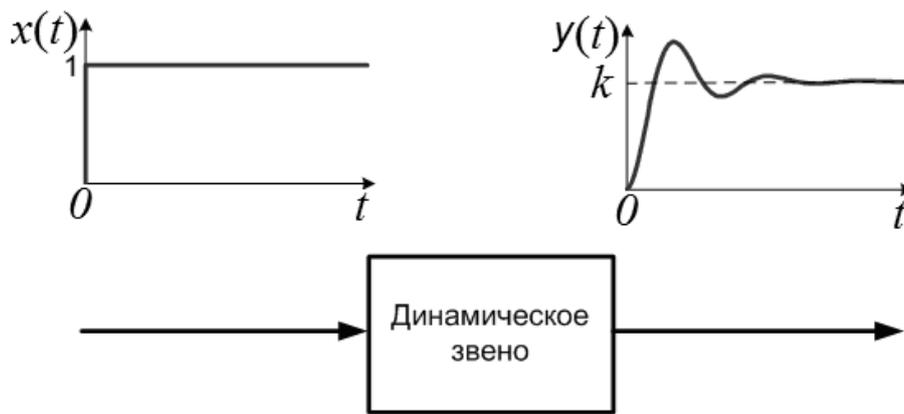


Рисунок 1 – Входное воздействие $x(t) = 1$ и переходная функция звена $y(t)$

Переходная функция может быть определена экспериментально или вычислена теоретически.

Если на вход подается единичный скачок, то его изображение по Лапласу $X(s) = L\{1\} = \frac{1}{s}$. Зная передаточную функцию звена $G(s)$, находим изображение выходной величины:

$$Y(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s}.$$

Переходя к оригиналу, получим

$$y(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s} \cdot G(s)\right\}.$$

Переход от изображения к оригиналу может быть осуществлен по таблице операционных соответствий (таблица А.1) или по теореме разложения.

Основные типы звеньев.

Типы звеньев систем автоматического регулирования различаются в зависимости от вида их передаточных функций или дифференциальных уравнений.

Типовым динамическим звеном называют звено, которое описывается дифференциальным уравнением, порядок которого не выше второго.

Различают следующие основные типовые звенья:

- безынерционное (пропорциональное или усилительное);
- инерционное первого порядка (или апериодическое);
- инерционное второго порядка;
- колебательное;
- консервативное;
- интегрирующее (идеальное и реальное);
- дифференцирующее (идеальное и реальное).

Основные типы звеньев делятся на три группы:

- 1) позиционные;

- 2) дифференцирующие;
- 3) интегрирующие.

Обозначим входную величину звена через $x(t)$, а выходную – через $y(t)$.

В звеньях **позиционного** типа линейной зависимостью $y(t)=kx(t)$ связаны выходная и входная величины в установившемся режиме. Коэффициент пропорциональности k между выходной и входной величинами представляет собой коэффициент передачи звена.

В звеньях **интегрирующего** типа линейной зависимостью $\frac{dy(t)}{dt} = kx(t)$ связаны производная выходной величины и входная величина в установившемся режиме. В этом случае для установившегося режима будет справедливо равенство $y(t) = k \int x(t) dt$, т. е. выходная величина пропорциональна интегралу по времени от входной величины, откуда и произошло название этого типа звеньев.

В звеньях **дифференцирующего** типа линейной зависимостью $y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}$ связаны в установившемся режиме выходная величина и производная входной, откуда и произошло название этого типа звеньев.

Передачные и переходные функции типовых звеньев приведены в приложении Б.

Идеальное усилительное (безынерционное) звено.

Передачная функция звена имеет вид:

$$G(s) = k.$$

Примерами безынерционного звена являются редуктор, делитель напряжения, датчики угла, безынерционный усилитель и др.

В действительности безынерционных звеньев нет. Обычно в САР идеальными считают звенья, инерционность которых значительно меньше инерционности других звеньев. Чаще всего это различные датчики и предварительные усилители. Инерционное запаздывание многих измерительных элементов автоматических систем (датчиков угла рассогласования, фотоэлектрических датчиков, магнитоэлектрических датчиков) мало, поэтому их считают безынерционными звеньями.

При подаче на вход звена ступенчатого воздействия соответствующее значение выходной величины устанавливается мгновенно. То есть выходная координата безынерционного звена повторяет с точностью до коэффициента k закон изменения входной координаты.

Инерционное (апериодическое) звено первого порядка.

Передачная функция звена имеет вид:

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1},$$

где T – постоянная времени;

k – коэффициент передачи звена.

Величина T характеризует степень инерционности звена, т. е. длительности переходного процесса. Постоянную времени для инерционного звена можно определить по графику переходной функции, если провести касательную к графику из начала координат.

Примерами инерционных (апериодических) звеньев являются двигатели постоянного тока, если $x(t)$ – напряжение питания, а $y(t)$ – угловая скорость вала $\omega(t)$; двухфазные асинхронные двигатели; усилители при учете инерционного запаздывания; массивное тело, если входной величиной считать количество поступающего в единицу времени тепла Q , а выходной – температуру в какой-либо точке внутри тела; L-R-цепочка и др.

Колебательное звено.

Передающая функция звена имеет вид:

$$G(s) = \frac{k}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1},$$

причем предполагается $T_1 < 2T_2$, так что корни характеристического уравнения $T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$ – комплексные.

Если $T_1 < 2T_2$, то передающая функция колебательного звена записывается в виде

$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1},$$

где $T = T_2$, $\xi = \frac{T_1}{2T_2}$, причем $0 < \xi < 1$, т. к. $T_1 < 2T_2$.

При $\xi \geq 1$ звено становится инерционным звеном второго порядка.

При $\xi = 0$ колебания становятся незатухающими (периодическими), и в этом случае колебательное звено носит название консервативного звена.

Примерами колебательных звеньев являются управляемые двигатели постоянного тока, упругие механические передачи, цепочка RLC, пружина.

Реальное дифференцирующее звено.

Передающая функция звена имеет вид:

$$G(s) = \frac{ks}{Ts + 1}.$$

Примерами такого типа звена являются обычная цепочка RC, трансформатор, механический демпфер с пружиной.

1.2 Исходные данные для выполнения лабораторной работы

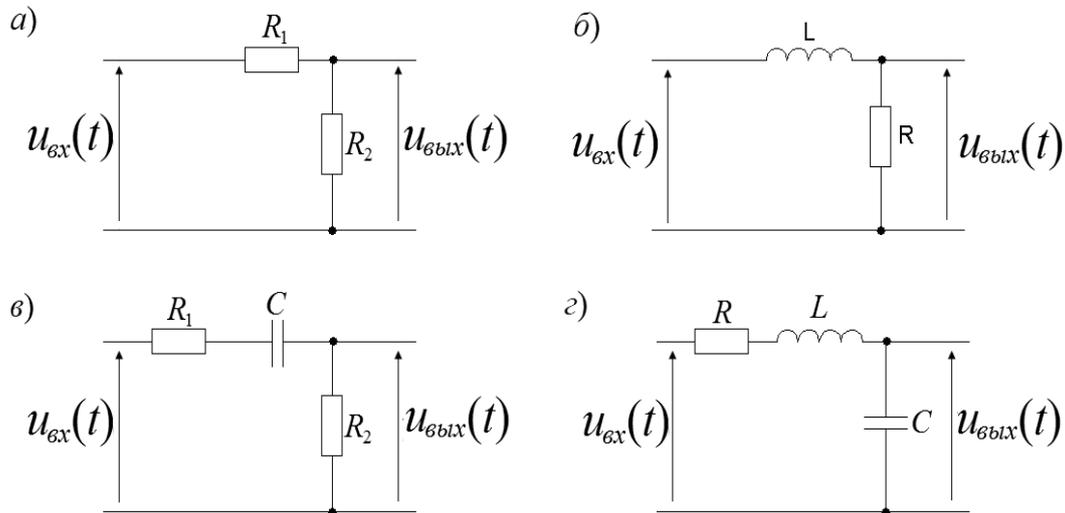
Для каждого из четырех звеньев, схемы которых приведены на рисунке 2, а параметры в таблице 1, выполнить следующее:

– по принципиальной схеме звена вывести дифференциальное уравнение;

- получить передаточную функцию звена $G(s)$, привести ее к типовой форме, определить параметры звена, входящие в передаточную функцию;
- используя обратное преобразование Лапласа, получить выражение для переходной характеристики;
- получить переходную характеристику с помощью Mathcad и MATLAB и построить графики.

Таблица 1 – Варианты заданий

Номер варианта	Безынерционное		Инерционное		Реальное дифференцирующее			Колебательное		
	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R , кОм	L , Гн	R_1 , кОм	R_2 , кОм	C , мкФ	R , кОм	L , Гн	C , мкФ
1	1	4	10	1	20	15	1,5	0,5	0,3	2
2	2	5	20	2	21	14	1,6	0,2	0,8	3
3	3	6	30	3	22	13	1,7	0,2	0,4	2
4	4	7	40	4	23	12	1,8	0,3	0,3	3
5	5	8	50	5	24	11	1,9	0,5	0,2	2
6	6	9	60	6	25	10	2	0,8	0,1	3
7	6	9	90	7	11	24	0,6	0,5	0,3	2
8	5	5	40	8	13	22	0,8	0,3	0,3	3
9	6	6	60	9	18	17	1,3	0,1	0,1	2
10	7	1	30	10	12	22	0,8	0,2	0,1	3
11	2	2	20	11	8	10	0,9	0,4	0,4	2
12	3	3	10	12	5	12	1,1	0,5	0,3	3
13	4	4	80	13	4	8	0,9	0,7	0,5	5
14	1	4	5	13	15	20	2,5	0,5	0,3	6



а – безынерционное звено; *б* – инерционное (апериодическое) звено; *в* – реальное дифференцирующее звено; *г* – колебательное звено

Рисунок 2 – Принципиальные электрические схемы звеньев, исследуемых в лабораторной работе № 1

Контрольные вопросы

- 1 Дать определение типового динамического звена. По каким признакам разделяют элементы различной физической природы на типовые динамические звенья?
- 2 Что такое установившийся и переходной режимы?
- 3 Что такое коэффициент передачи звена?
- 4 Перечислите способы описания динамических свойств звеньев.
- 5 Что такое прямое и обратное преобразование Лапласа? Назовите их свойства.
- 6 Что такое передаточная функция?
- 7 Что такое переходная характеристика?
- 8 В чем заключается физический смысл постоянной времени? Как связаны время окончания переходного процесса и постоянная времени? Как графически определяется постоянная времени?
- 9 Перечислите основные типовые динамические звенья и приведите их дифференциальные уравнения и передаточные функции.
- 10 Как влияет коэффициент затухания колебательного звена на вид его переходной характеристики?
- 11 Какова методика экспериментального получения переходных характеристик звеньев?

2 Лабораторная работа № 2. Частотные характеристики типовых динамических звеньев

Цель работы

Получение и построение частотных характеристик типовых динамических звеньев.

Отчет по лабораторной работе

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующее.

- 1 Титульный лист установленного образца.
- 2 Цель работы.
- 3 Исходные данные в соответствии с заданием.
- 4 Вывод частотных характеристик и построение графиков по характерным точкам.
- 5 Графики частотных характеристик, полученные в MathCad и MATLAB.

2.1 Основные теоретические положения

Частотными характеристиками называются формулы и графики, характеризующие реакцию звена на синусоидальное входное воздействие в установившемся режиме. Если на вход динамического звена поступает гармонический сигнал определенной частоты, то выходной сигнал имеет также гармонический характер и ту же частоту, но с другой амплитудой и фазой. В связи с этим различают амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики звена.

Если на вход звена подается единичный синусоидальный сигнал (рисунок 3)

$$x(t) = \sin \omega t,$$

то на выходе будет (в установившемся режиме)

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \psi),$$

где A – амплитуда (точнее, усиление амплитуды);

ψ – фаза (точнее, сдвиг по фазе).

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) $A(\omega)$ есть зависимость отношения амплитуды колебаний на выходе звена к амплитуде на входе от частоты входного сигнала:

$$A(\omega) = \frac{A_{\text{вых}}(\omega)}{A_{\text{вх}}},$$

где $A_{\text{вых}}(\omega)$, $A_{\text{вх}}$ – соответственно амплитуды выходного и входного сигналов;

ω – частота входного сигнала.

АЧХ выражает отношение амплитуд колебаний на выходе звена и его входе в зависимости от частоты входного сигнала.

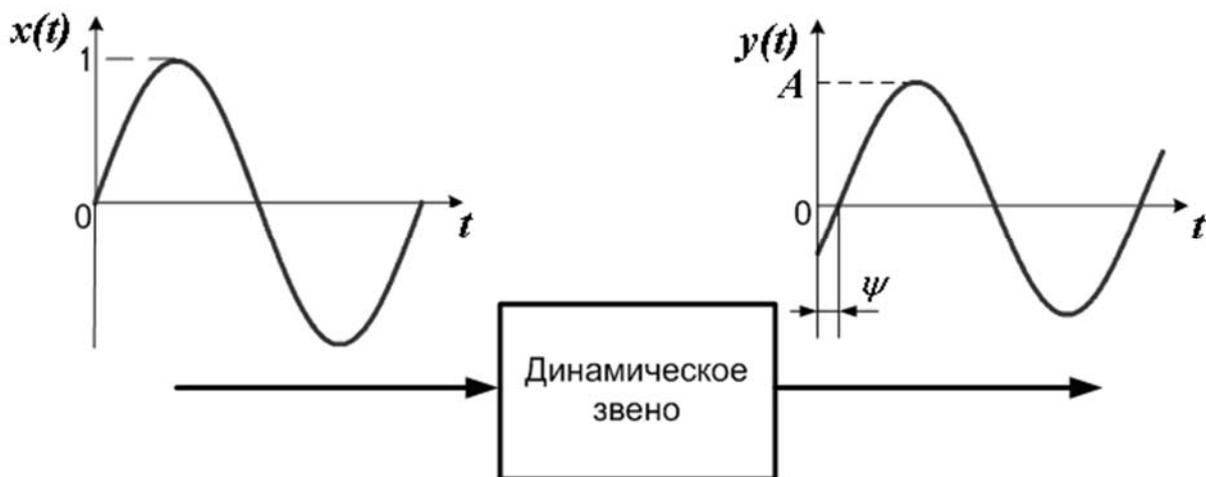


Рисунок 3 – Реакция звена на синусоидальное воздействие

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) $\Psi(\omega)$ есть зависимость разности фаз выходного и входного сигналов от частоты входного сигнала:

$$\Psi(\omega) = \Psi_{\text{вых}} - \Psi_{\text{вх}},$$

где $\Psi_{\text{вых}}$, $\Psi_{\text{вх}}$ – начальные фазы соответственно выходного и входного сигналов.

Амплитудная и фазовая частотные характеристики, построенные по точкам, представлены на рисунке 4.

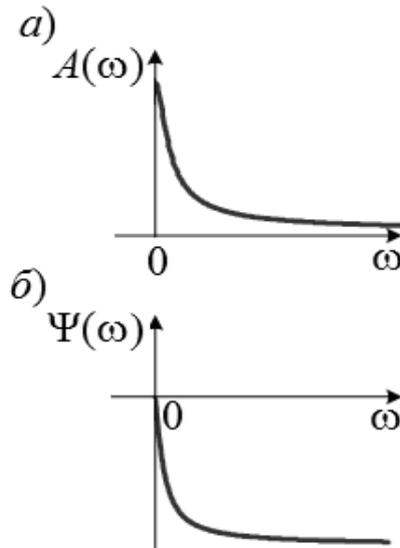


Рисунок 4 – Амплитудная (а) и фазовая (б) частотные характеристики звена

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) есть отношение выходного и входного гармонического сигналов, записанных в комплексной форме, при изменении частоты входного сигнала от нуля до бесконечности:

$$G(j\omega) = \frac{\overline{Y(\omega)}}{X(\omega)}.$$

АФЧХ изображается на комплексной плоскости и для каждой частоты представляет собой вектор длиной $A(\omega)$, идущий под углом $\Psi(\omega)$ к вещественной положительной полуоси. Годограф, соединяющий концы векторов, построенных для всех частот от нуля и до бесконечности, и будет являться АФЧХ.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (ее еще называют комплексной передаточной функцией) звена получается из передаточной функции $G(s)$ подстановкой $s = j\omega$:

$$G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega}.$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика представляет собой комплексное число и может быть представлена в виде

$$G(j\omega) = A(\omega)e^{j\Psi(\omega)} = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega),$$

где $A(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика;

$\text{Re}(\omega)$ – вещественная частотная характеристика;

$\text{Im}(\omega)$ – мнимая частотная характеристика.

$$A(\omega) = \sqrt{\text{Re}(\omega)^2 + \text{Im}(\omega)^2}.$$

Графически амплитудно-фазовая частотная характеристика изображается на комплексной плоскости (рисунок 5) в координатах ($Re(\omega)$, $Im(\omega)$) как годограф функции $G(j\omega)$. Можно строить амплитудно-фазовую частотную характеристику, выделив в выражении $G(j\omega)$ вещественную и мнимую части. При этом частоту ω изменяют от 0 до ∞ .

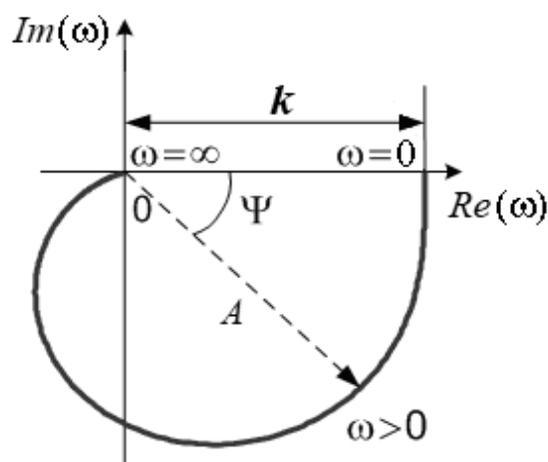


Рисунок 5 – АФЧХ звена

Чаще всего амплитудную и фазовую частотные характеристики изображают в логарифмическом масштабе частот и строят отдельно логарифмические амплитудно-частотную характеристику ЛАЧХ и фазо-частотную характеристику ЛФЧХ. Такие логарифмические частотные характеристики очень удобны для инженерных расчетов. По горизонтальной оси откладывается угловая частота в логарифмическом масштабе, т. е. находят отметки, соответствующие $\lg\omega$. Около отметок наносят действительные значения частот, единицы измерения которых – радианы в секунду. Равномерной единицей на оси абсцисс является декада – любой отрезок, на котором значение частоты увеличивается в десять раз.

Зависимость логарифма модуля $\ln A(\omega)$ АФЧХ от частоты, отложенной по оси абсцисс в логарифмическом масштабе, называется **логарифмической амплитудной характеристикой** (ЛАЧХ). Обычно принято на графике по оси ординат откладывать не $\ln A(\omega)$, а пропорциональную ей величину – $L(\omega)$, единицей измерения для которой является децибел (дБ).

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|.$$

По оси абсцисс откладывается частота ω в логарифмическом масштабе (рисунок 6). Точка пересечения ЛАЧХ с осью абсцисс называется частотой среза ω_c . Начало координат обычно помещают в точке $\omega = 1$, т. к. $\lg 1 = 0$. Точка же $\omega = 0$ лежит в $-\infty$. Однако в зависимости от интересующего нас диапазона частот можно начало координат брать и в другой точке ($\omega = 0,1$; $\omega = 10$ или другой).

При построении логарифмической фазовой частотной характеристики (ЛФЧХ) используется та же ось частот, т. е. по оси абсцисс частота ω откладывается по-прежнему в логарифмическом масштабе, а отсчет углов $\Psi(\omega)$ идет по оси ординат в обычном масштабе в угловых градусах.

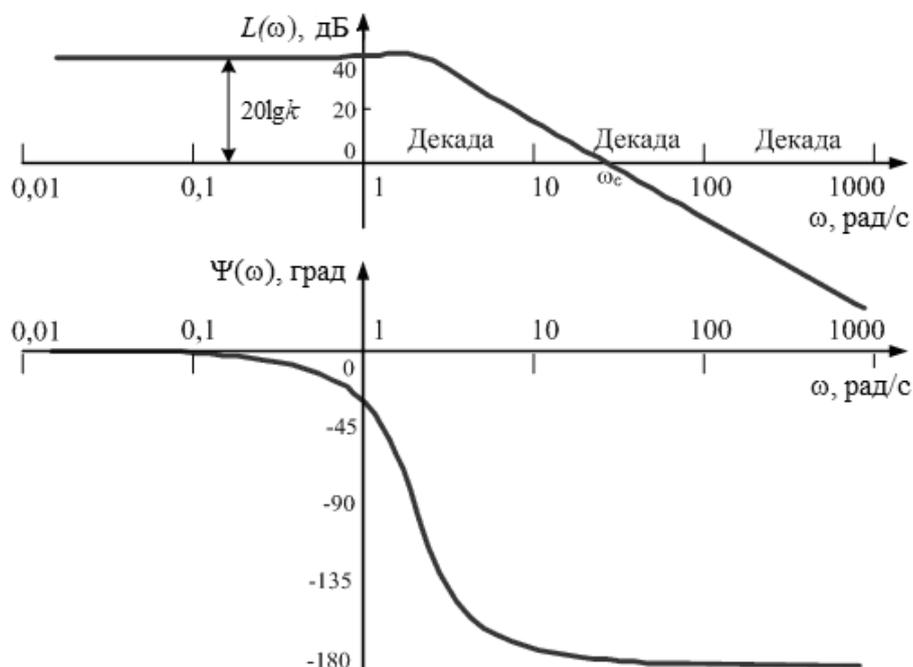


Рисунок 6 – Логарифмические частотные характеристики

Достоинством логарифмических частотных характеристик является то, что частотные характеристики систем могут быть аппроксимированы отрезками прямых линий.

Частотные характеристики типовых динамических звеньев представлены в приложении В.

Идеальное усилительное (безынерционное) звено.

Передаточная функция звена имеет вид:

$$G(s) = k.$$

Частотные характеристики звена представлены в таблице В.1 и описываются следующими выражениями:

$$A(\omega) = k; \quad \Psi(\omega) = 0.$$

Инерционное (апериодическое) звено первого порядка.

Передаточная функция звена имеет вид:

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1}.$$

где T – постоянная времени;

k – коэффициент передачи звена.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика инерционного звена представлена на рисунке 7.

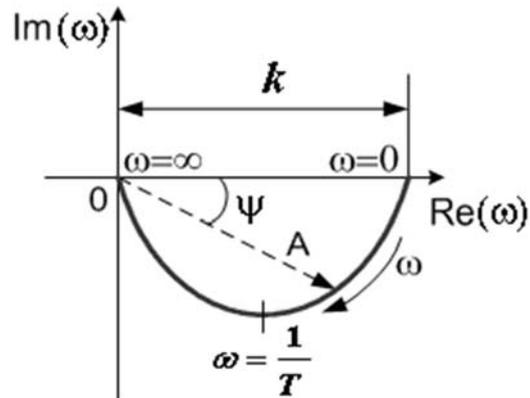


Рисунок 7 – Амплитудно-фазовая частотная характеристика инерционного звена

Выражения для АЧХ и ФЧХ, графики которых представлены на рисунке 8, имеют вид:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}; \quad \Psi(\omega) = -\arctg\omega T.$$

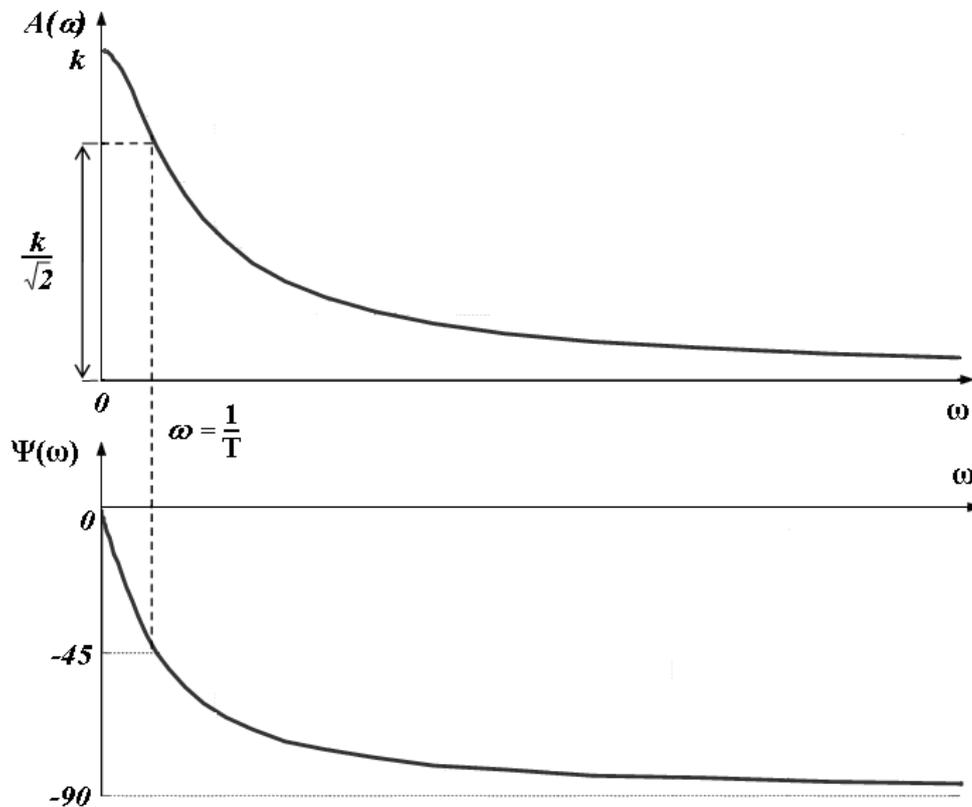


Рисунок 8 – Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики инерционного звена

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика инерционного звена имеет вид:

$$L(\omega) = 20\lg \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} = 20\lg k - 20\lg \sqrt{T^2\omega^2 + 1}.$$

Эта характеристика имеет асимптоты:

- а) при $\omega \rightarrow 0$ $L(\omega) \rightarrow 20\lg k$;
- б) при $\omega \rightarrow \infty$ $L(\omega) \rightarrow 20\lg k - 20\lg T\omega$.

Последняя асимптота будет наклонной прямой с наклоном -20 дБ/дек, а первая – горизонтальная прямая. Пересекаются асимптоты в точке $\omega_c = \frac{1}{T}$.

Сама ЛАЧХ близка к этим асимптотам.

На логарифмической сетке по оси частот откладывается сопрягающая частота $\omega_c = \frac{1}{T}$ (рисунок 9).

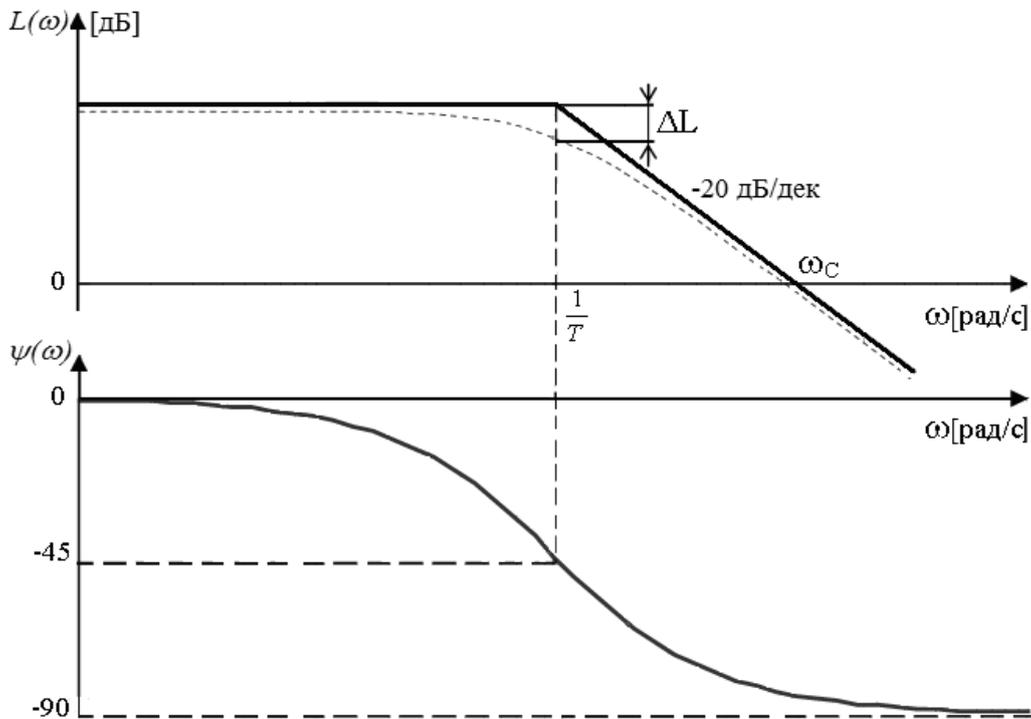


Рисунок 9 – ЛАЧХ и ЛФЧХ инерционного звена

Для частот, меньших, чем сопрягающая, т. е. при $\omega_c < \frac{1}{T}$, можно пренебречь вторым слагаемым под корнем, тогда слева от сопрягающей частоты можно заменить $L(\omega)$ приближенным выражением $L(\omega) \approx 20\lg k$.

Этому выражению соответствует горизонтальная прямая. Для частот, больших сопрягающей $\omega_c < \frac{1}{T}$, в выражении для $L(\omega)$ можно пренебречь единицей под корнем. Тогда $L(\omega) = 20\lg k - 20\lg(\omega T)$. Второе слагаемое представляет собой прямую линию, идущую под наклоном -20 дБ/дек. Ломаная линия и называется

асимптотической ЛАЧХ. Наибольшее отклонение точной ЛАЧХ от асимптотической приблизительно равно 3 дБ на частоте сопряжения, т. к.

$$\Delta L\left(\frac{1}{T}\right) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{2} = 20 \lg k - 3,03.$$

Реальное дифференцирующее звено.

Передаточная функция звена имеет вид:

$$G(s) = \frac{ks}{Ts+1}.$$

АФЧХ, АЧХ и ФЧХ звена приведены на рисунке 10 и рассчитываются по формулам

$$A(\omega) = \frac{k\omega}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}; \quad \Psi(\omega) = 90^\circ - \arctg \omega T.$$

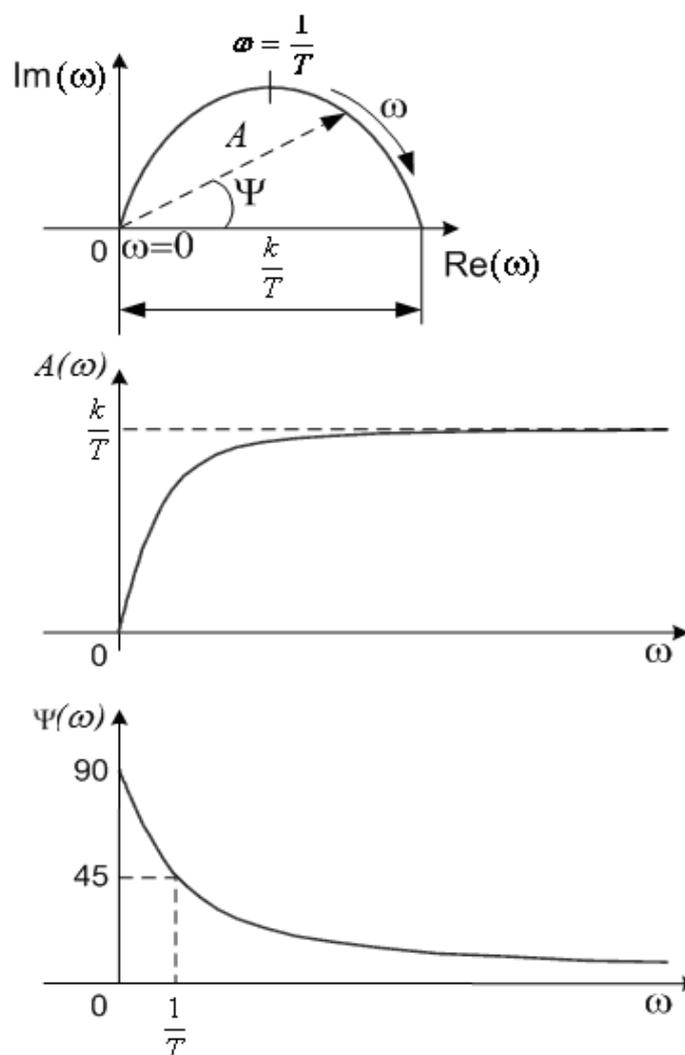


Рисунок 10 – Частотные характеристики реального дифференцирующего звена

Логарифмические частотные характеристики приведены на рисунке 11. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика реального дифференцирующего звена имеет вид:

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}.$$

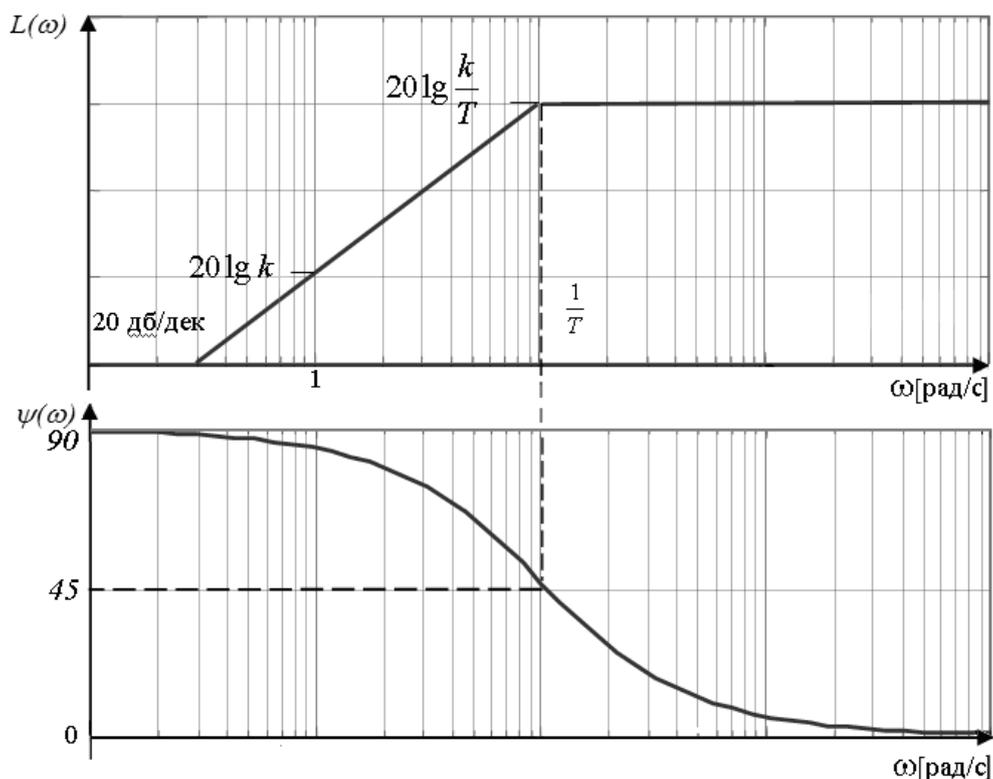


Рисунок 11 – Логарифмические частотные характеристики реального дифференцирующего звена

Колебательное звено.

Передаточная функция звена имеет вид:

$$G(s) = \frac{k}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1},$$

причем предполагается $T_1 < 2T_2$, так что корни характеристического уравнения $T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$ – комплексные.

Если $T_1 < 2T_2$, то передаточная функция колебательного звена записывается в виде

$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1},$$

где $T = T_2$, $\xi = \frac{T_1}{2T_2}$, причем $0 < \xi < 1$, т. к. $T_1 < 2T_2$.

АФЧХ, АЧХ и ФЧХ звена приведены на рисунке 12 и рассчитываются по формулам

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\omega^2\xi^2T^2}}; \quad \Psi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi\omega T}{1-T^2\omega^2}.$$

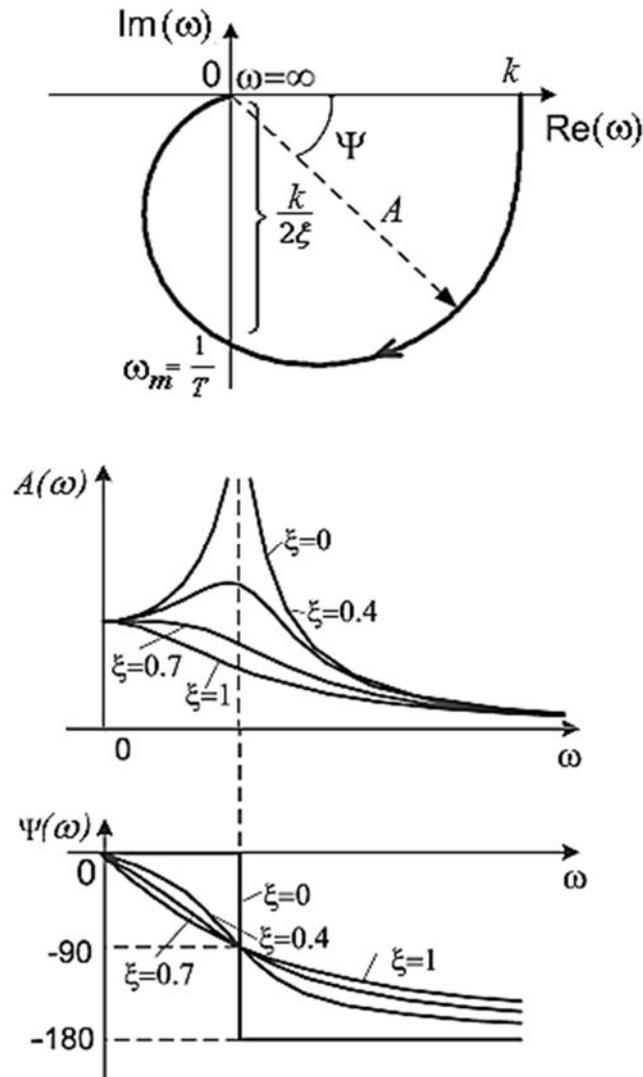


Рисунок 12 – Частотные характеристики колебательного звена

Амплитудная характеристика уменьшается с увеличением ω , т. е. $A(\omega) \leq k$, если $1 > \xi > 0,707$. При $\xi < 0,707$ появляется максимум на характеристике $A(\omega)$, который уходит в бесконечность при $\xi \rightarrow 0$. Поэтому величина $\xi = \frac{T_1}{2T_2}$ называется параметром затухания. Отсюда видна роль постоянных времени T_1 и T_2 в уравнении звена: постоянная T_2 увеличивает колебания, а T_1 – демпфирует их.

Если АФЧХ звена определена экспериментально, то с ее помощью можно определить параметры k , ξ и T :

– k равен длине отрезка на вещественной оси от начала координат до точки АФЧХ при $\omega = 0$;

– ξ находится из выражения $AB = \frac{k}{2\xi}$; $\xi = \frac{k}{2AB}$; $T = \frac{1}{\omega_m}$.

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика звена

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4 \omega^2 \xi^2 T^2}.$$

При значениях $0,5 < \xi < 1$ характеристика близка к ломаной (рисунок 13).

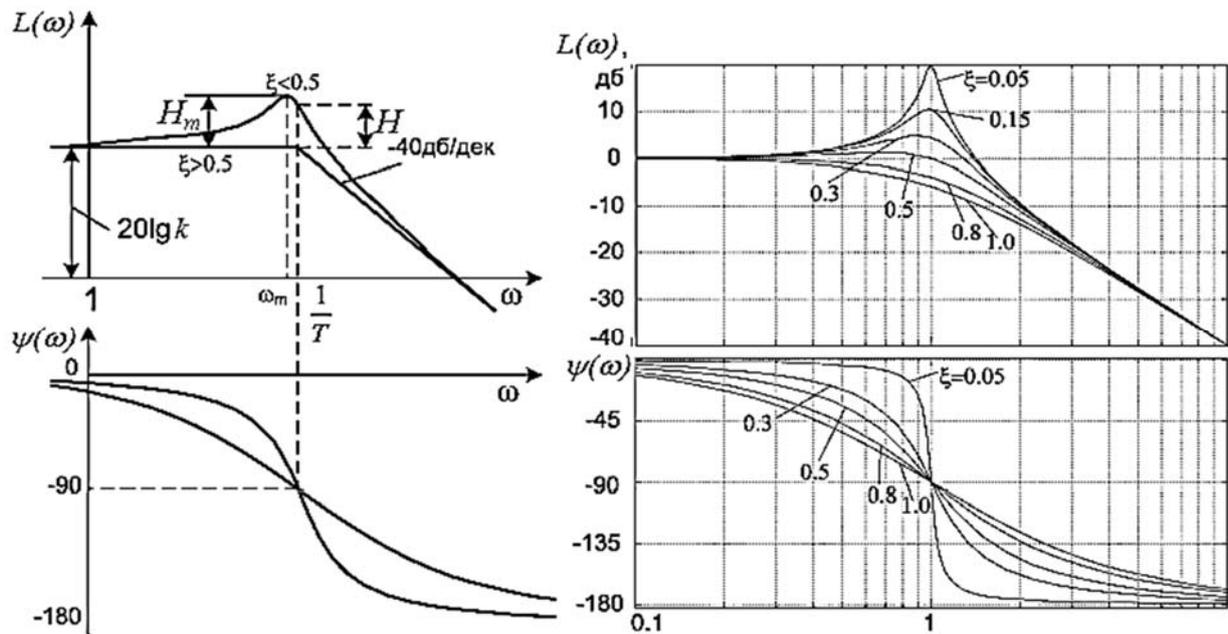


Рисунок 13 – Логарифмические частотные характеристики колебательного звена при различных значениях ξ

Если же $\xi < 0,5$, то получается заметный максимум (см. рисунок 13). Тут необходимо вычислять превышение H_m :

$$H_m = 20 \lg \frac{1}{2\xi \cdot \sqrt{1 - \xi^2}},$$

на частоте

$$\omega_m = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2\xi^2}.$$

В упрощенных расчетах достаточно находить H_m приближенно (см. рисунок 13):

$$H_m \approx 20 \lg \frac{1}{2\xi} \text{ при } \omega = \frac{1}{T}.$$

2.2 Исходные данные для выполнения лабораторной работы

Исходными данными для выполнения лабораторной работы являются параметры звеньев, полученные при определении передаточной функции.

В рамках лабораторной работы необходимо выполнить следующее:

– вывести выражения для АЧХ, ФЧХ, АФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ и построить эти характеристики по характерным точкам: $\omega = 0$, $\omega = \frac{1}{T}$, $\omega = \infty$.

– получить частотные характеристики с помощью Mathcad и MATLAB и построить графики.

Контрольные вопросы

1 Дайте определение типового динамического звена. По каким признакам разделяют элементы различной физической природы на типовые динамические звенья?

2 Что такое передаточная функция?

3 Перечислите основные типовые динамические звенья и приведите их передаточные функции.

4 Назовите виды частотных характеристик звеньев и их физический смысл.

5 Расскажите методику получения частотных характеристик по передаточной функции.

6 Расскажите методику экспериментального получения частотных характеристик звеньев.

7 Как по АЧХ и ФЧХ звена можно определить его параметры?

8 Расскажите асимптотический метод построения ЛАЧХ.

3 Лабораторная работа №3. Устойчивость систем автоматического управления

Цель работы

1 Получение передаточных функции систем автоматического управления (САУ).

2 Оценка устойчивости САУ.

3 Определение показателей качества САУ.

3.1 Основные теоретические положения

3.1.1 Способы соединения звеньев

Передаточная функция звена, изображенного на рисунке 14, есть отношение изображения выходной координаты $Y(s)$ к изображению входной $R(s)$:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}.$$

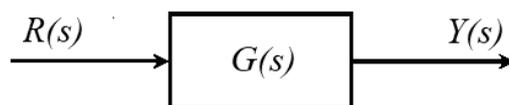


Рисунок 14 – Динамическое звено

В алгоритмических схемах автоматических систем встречаются три типа соединений динамических звеньев:

- 1) последовательное;
- 2) параллельное;
- 3) встречно-параллельное (соединение с обратной связью).

Группу динамических звеньев, составляющих то или иное соединение, можно представить одним эквивалентным динамическим звеном, обладающим такими же статическими и динамическими характеристиками, что и замещаемое им соединение. Это позволяет упрощать алгоритмические схемы и преобразовывать их.

Последовательным называется такое соединение двух или нескольких звеньев, при котором выходная величина предыдущего звена является входной величиной для последующего (рисунок 15).

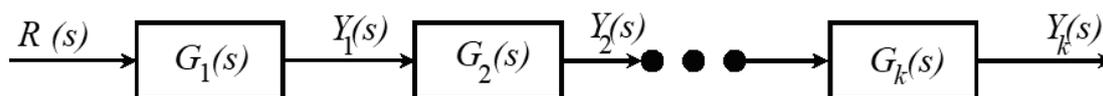


Рисунок 15 – Последовательное соединение звеньев

Эквивалентная передаточная функция определяется как

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot \dots \cdot G_k(s).$$

Таким образом, последовательное соединение звеньев эквивалентно одному звену, передаточная функция которого равна произведению передаточных функций последовательно соединенных звеньев.

Параллельным называется такое соединение двух или нескольких звеньев, при котором входная величина у всех звеньев одна и та же, а выходные величины складываются (рисунок 16).

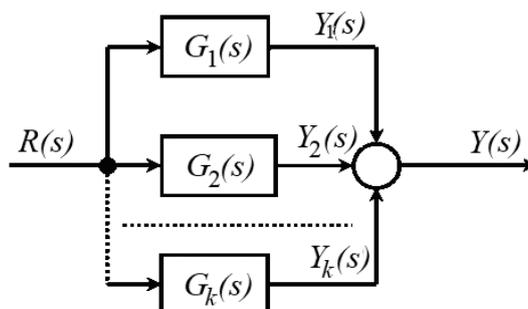


Рисунок 16 – Параллельное соединение звеньев

Учитывая, что при параллельном соединении выходные величины элементов складываются, эквивалентная передаточная функция будет определяться как

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s) + \dots + G_k(s).$$

Таким образом, параллельное соединение звеньев эквивалентно одному звену, передаточная функция которого равна сумме передаточных функций параллельно соединенных звеньев.

Встречно-параллельным называется такое соединение двух звеньев, при котором выходная величина одного звена подается обратно на его вход через другое звено (рисунок 17).

Встречно-параллельное соединение часто называется соединением с обратной связью. При этом звено, стоящее в прямой цепи (звено с передаточной функцией $G_{np}(s)$), является звеном, охватываемым обратной связью, а звено, стоящее в цепи обратной связи (звено с передаточной функцией $G_{oc}(s)$), звеном в цепи обратной связи. Изображение обратной связи $Y_{oc}(s)$ вычитается из изображения входной величины $R(s)$ встречно-параллельного соединения или складывается с ней. В первом случае имеет место отрицательная обратная связь, а во втором – положительная.

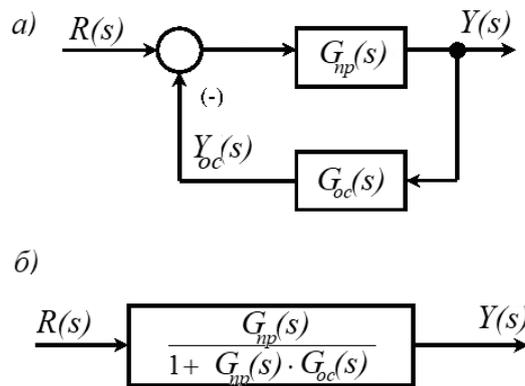


Рисунок 17 – Звено, охваченное обратной связью (а), и его эквивалентная структурная схема (б)

При отрицательной обратной связи эквивалентная передаточная функция будет определяться как

$$G(s) = \frac{G_{np}(s)}{1 + G_{np}(s) \cdot G_{oc}(s)}.$$

Следовательно, звено с передаточной функцией $G_{np}(s)$, охваченное отрицательной обратной связью через звено с передаточной функцией $G_{oc}(s)$, в смысле прохождения сигнала эквивалентно одному звену, передаточная функция кото-

рого равна передаточной функции звена, охватываемого обратной связью, деленной на единицу, плюс произведение передаточных функций звеньев, входящих в соединение.

3.1.2 Передаточные функции системы автоматического управления

После того как получены передаточные функции входящих в САУ звеньев и составлена структурная схема, необходимо определить передаточные функции всей системы. Для этого структурная схема любой САУ может быть приведена к виду, показанному на рисунке 18.

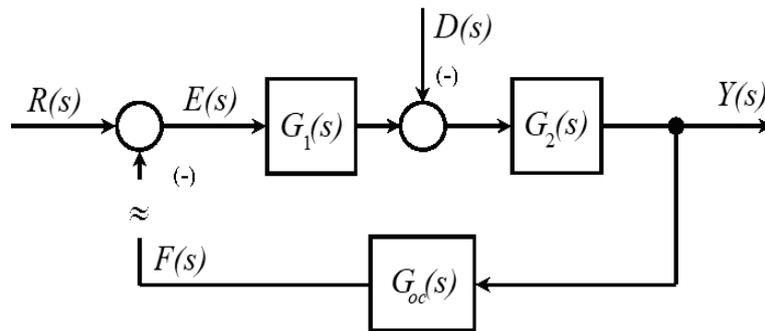


Рисунок 18 – Структурная схема одноконтурной САУ

На рисунке 18 для упрощения продемонстрировано лишь одно возмущающее воздействие $D(s)$, приложенное к объекту регулирования. В общем случае число возмущающих воздействий может быть любым.

Для расчетов обычно необходимы передаточные функции:

- разомкнутой САУ;
- замкнутой САУ по задающему воздействию;
- замкнутой САУ по возмущающему воздействию;
- замкнутой САУ по ошибке от задающего воздействия;
- замкнутой САУ по ошибке от возмущающего воздействия.

Определим, что представляют собой эти передаточные функции, и найдем их значения для одноконтурной САУ (см. рисунок 18).

Передаточная функция разомкнутой САУ есть отношение изображения $Y_{oc}(s)$ сигнала обратной связи к изображению $R(s)$ задающего воздействия (все возмущающие воздействия при этом считаются равными нулю). Контур регулирования считают разомкнутым около элемента сравнения, как показано на рисунке 18 волнистыми линиями. Для одноконтурной схемы, изображенной на рисунке 18, передаточная функция разомкнутой системы представляет выражение

$$\frac{F(s)}{R(s)} = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_{oc}(s).$$

Передаточная функция замкнутой САУ по задающему воздействию есть отношение изображения $Y(s)$ регулируемой величины к изображению задающего воздействия $R(s)$ (при этом предполагается, что других внешних воздействий нет). Для САУ со структурной схемой, изображенной на рисунке 18,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_{oc}(s)}.$$

Передаточная функция замкнутой САУ по задающему воздействию, которую еще называют главным оператором системы, характеризует передачу системой задающего воздействия, его воспроизведение регулируемой величиной.

Передаточная функция замкнутой САУ по возмущающему воздействию есть отношение изображения $Y(s)$ регулируемой величины к изображению $D(s)$ возмущения. При этом предполагают, что других внешних воздействий нет.

Для рассматриваемой системы

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{-G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_{oc}(s)}.$$

Передаточная функция по возмущающему воздействию показывает влияние возмущения $d(t)$ на регулируемую величину $y(t)$. Возмущение стремится отклонить ее от заданного значения и уменьшает точность воспроизведения задающего воздействия.

Передаточная функция замкнутой САУ по ошибке от возмущающего воздействия есть отношение изображения $E(s)$ ошибки $E(s) = R(s) - F(s)$ к изображению задающего воздействия при отсутствии других внешних воздействий. У рассматриваемой системы

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_{oc}(s)}.$$

Передаточная функция по ошибке от задающего воздействия характеризует воспроизведение регулируемой величиной задающего воздействия (отработку задания).

Передаточная функция замкнутой САУ по ошибке от возмущающего воздействия есть отношение изображения $E(s)$ ошибки к изображению возмущающего воздействия при отсутствии других внешних воздействий. У рассматриваемой системы

$$\frac{D(s)}{E(s)} = \frac{G_2(s) \cdot G_{oc}(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_{oc}(s)}.$$

Передающая функция по ошибке от возмущающего воздействия характеризует влияние возмущения на величину ошибки.

3.1.3 Устойчивость систем автоматического управления

Устойчивость является одним из главных требований, предъявляемых к автоматическим системам.

Система автоматического управления называется устойчивой, если она, будучи выведена из состояния равновесия и в дальнейшем не подвергаясь никаким внешним воздействиям, с течением времени стремится вернуться в прежнее состояние равновесия.

Автоматические системы отличаются тем, что в них осуществляется специально организованное управление объектом. Благодаря ему система с неустойчивым объектом может стать устойчивой, а система с устойчивым объектом (при неправильном управлении) неустойчивой.

Строгая математическая теория устойчивости была создана А. М. Ляпуновым и изложена им в работе «Общая задача об устойчивости движения», опубликованной в 1892 г. В ней было определено понятие устойчивости и разработаны методы устойчивости нелинейных систем.

Теорема А. М. Ляпунова.

1 Для обеспечения устойчивости САУ, описываемой линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, необходимо и достаточно, чтобы вещественные корни характеристического уравнения, соответствующего исходному дифференциальному уравнению, были отрицательными, а комплексные корни имели отрицательную вещественную часть.

2 Если вещественная часть корней меньше нуля, но среди корней имеются нулевые или чисто мнимые корни, то система находится на границе устойчивости.

3 Если хотя бы один вещественный корень положительный или положительна вещественная часть хотя бы одного комплексного корня, то система неустойчива.

Таким образом, для того чтобы система управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения лежали слева от мнимой оси на комплексной плоскости.

Характеристическое уравнение – это знаменатель передаточной функции замкнутой системы по задающему воздействию. Корни характеристического уравнения называют полюсами.

Критерии оценки устойчивости САУ.

Прямой метод анализа устойчивости систем, основанный на вычислении корней характеристического уравнения, сложен, особенно для уравнений высоких степеней. Поэтому в инженерной практике используют методы, которые позволяют определять устойчивость системы без вычисления корней.

Эти методы называются критериями устойчивости. С помощью критериев устойчивости можно не только установить, является ли система устойчивой или нет, но и выяснить, как влияют на устойчивость те или иные параметры и структурные изменения в системе.

Различают две группы критериев устойчивости: алгебраические (Рауса и Гурвица), основанные на анализе коэффициентов характеристического уравнения, и частотные (Найквиста и логарифмический), базирующиеся на анализе частотных характеристик. Частотные критерии позволяют оценивать устойчивость системы, даже если в наличии имеются экспериментальные частотные характеристики, а уравнения динамики неизвестны.

Критерий Рауса – Гурвица.

Для определения устойчивости по этому критерию составляется таблица Рауса (рисунок 19). По числу перемен знаков элементов столбца 1 определяется количество корней, лежащих слева и справа от мнимой оси на комплексной плоскости.

Пусть имеем характеристическое уравнение (знаменатель передаточной функции замкнутой системы по задающему воздействию)

$$a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_0 = 0.$$

Таблица Рауса составляется следующим образом. В строку 1 таблицы вписывают коэффициенты уравнения с индексами $a_n, a_{n-2}, a_{n-4}, \dots$, а в строку 2 – коэффициенты $a_{n-1}, a_{n-3}, a_{n-5}, \dots$, в строку 3 – коэффициенты c_{13}, c_{23}, \dots , которые подлежат определению. В последующие строки вписывают коэффициенты c_{ki} (где k – номер столбца, а i – номер строки, в которой стоит коэффициент). Каждый из коэффициентов равен определителю; столбец 1 определителя составлен из двух элементов, записанных в следующем за искомым коэффициентом столбце таблицы на двух расположенных выше строках. Первый элемент столбца 2 определителя образован из частного от деления двух элементов, расположенных в столбце 1 таблицы на двух вышележащих строках. Второй элемент столбца 2 определителя равен единице.

Так, например,

$$c_{13} = \begin{vmatrix} a_{n-2} & \frac{a_n}{a_{n-1}} \\ a_{n-3} & 1 \end{vmatrix} = a_{n-2} - \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}} \cdot a_{n-3};$$

$$c_{ki} = \begin{vmatrix} c_{k+1,i-2} & r_{i-3} \\ c_{k+1,i-1} & 1 \end{vmatrix},$$

где $r_{i-3} = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}$.

Значения r иногда выписываются в дополнительном столбце слева, т. к. на них умножается ряд коэффициентов.

Значение r	Но- мер стро- ки	Номер столбца		
		1	2	3
—	1	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
—	2	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
$r_0 = \frac{a_n}{a_{n-1}}$	3	$c_{13} = a_{n-2} - r_0 \cdot a_{n-3}$	$c_{23} = a_{n-4} - r_0 \cdot a_{n-5}$	$c_{33} = a_{n-6} - r_0 \cdot a_{n-7}$
$r_1 = \frac{a_{n-1}}{c_{13}}$	4	$c_{14} = a_{n-1} - r_1 \cdot c_{23}$	$c_{24} = a_{n-5} - r_1 \cdot c_{33}$	$c_{34} = a_{n-7} - r_1 \cdot c_{43}$
$r_2 = \frac{c_{13}}{c_{14}}$	5	$c_{15} = c_{23} - r_2 \cdot c_{24}$	$c_{25} = c_{33} - r_2 \cdot c_{34}$	$c_{35} = c_{43} - r_2 \cdot c_{44}$
...
$r_i = \frac{c_{1,i+1}}{c_{1,i+2}}$	$i + 3$	$c_{1,i+3} = c_{2,i+1} - r_i \cdot c_{2,i+2}$	$c_{2,i+3} = c_{3,i+1} - r_i \cdot c_{3,i+2}$	$c_{3,i+3} = c_{4,i+1} - r_i \cdot c_{4,i+2}$
...

Рисунок 19 – Таблица Рауса

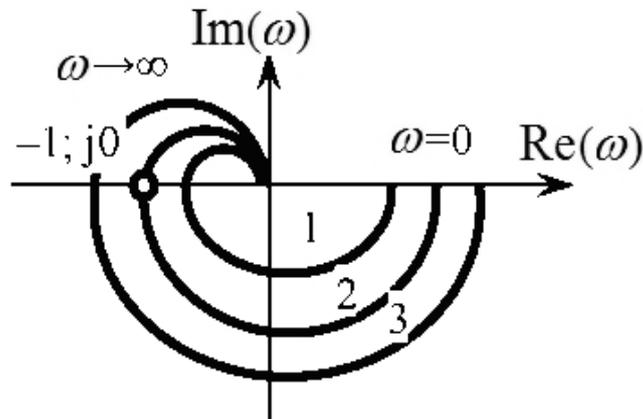
Составив таблицу Рауса, необходимо проанализировать столбец 1. Для устойчивой системы все элементы его должны быть одного знака. Если в столбце 1 элементы отличаются по знаку, то система будет неустойчивой. Количество изменений знаков в столбце 1 соответствует количеству корней, расположенных справа от мнимой оси на комплексной плоскости.

Критерий Найквиста.

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по виду амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) системы в разомкнутом состоянии. Различают формулировки критерия для случаев, когда система в разомкнутом состоянии устойчива и неустойчива.

Критерий устойчивости формулируется следующим образом: САУ, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчива в замкнутом состоянии, если годограф Найквиста разомкнутой системы не охватывает точку на комплексной плоскости с координатами $(-1, j0)$.

На рисунке 20 показаны амплитудно-фазовые частотные характеристики системы. Годограф 1 не охватывает критическую точку, поэтому система, имеющая эту характеристику, устойчива. Амплитудно-фазовая частотная характеристика 3 охватывает точку $(-1, j0)$, поэтому система 3 неустойчива. Амплитудно-фазовая частотная характеристика 2 проходит через критическую точку – соответствующая система находится на границе устойчивости.



1 – годограф для устойчивой САУ; 2 – годограф для САУ, находящейся на границе устойчивости; 3 – годограф для неустойчивой САУ

Рисунок 20 – Годографы Найквиста

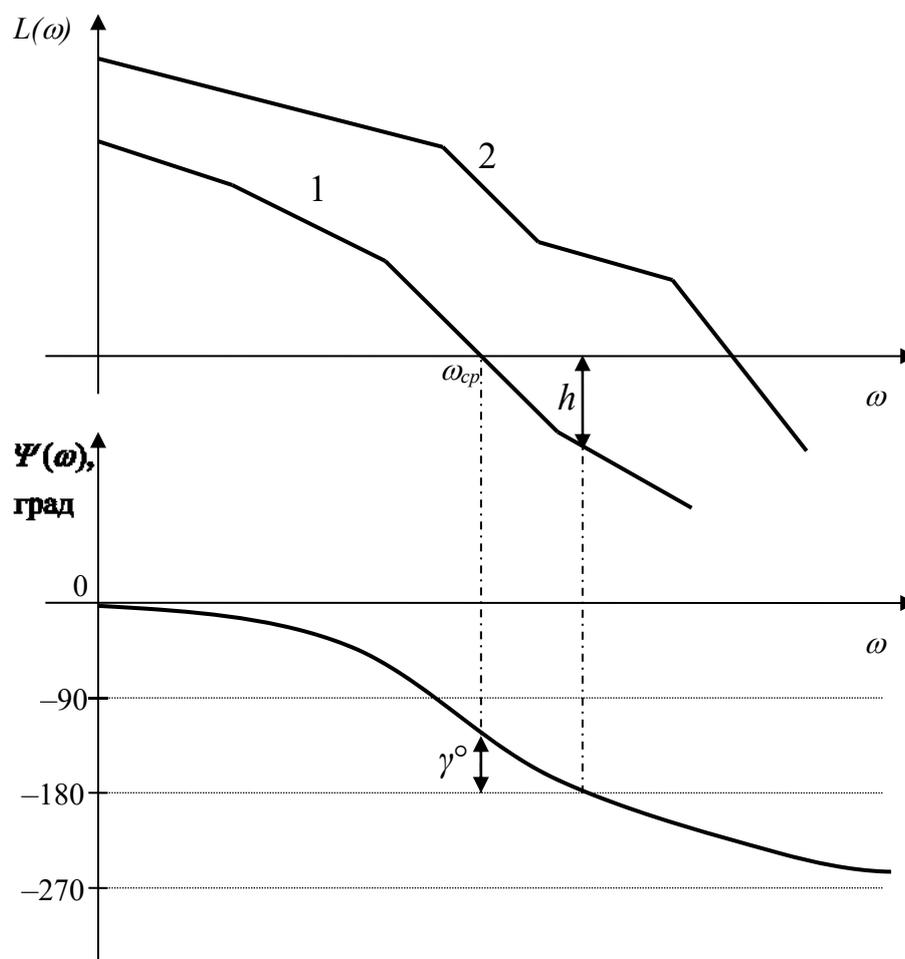
Логарифмический частотный критерий устойчивости.

Применительно к логарифмическому критерию условие устойчивости можно сформулировать следующим образом: система автоматического управления, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчива и в замкнутом состоянии, если ордината логарифмической фазочастотной характеристики (аргумент АФЧХ) на частоте среза ω_{cp} системы по абсолютной величине меньше, чем 180° , т. е. если $|\Psi(\omega_{cp})| < 180^\circ$.

Система, имеющая логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ) 1 (рисунок 21), устойчива, поскольку точка пересечения ЛАЧХ с осью частот находится раньше, чем ЛФЧХ пересекает значение -180° , а система с ЛАЧХ 2 неустойчива, т. к. эта точка позже.

Запас устойчивости по амплитуде h определяется как число децибел, на которое нужно увеличить усиление системы, чтобы система достигла границы устойчивости. Запас устойчивости по фазе γ° определяется как разность между 180° и абсолютным значением аргумента АФЧХ при частоте среза ω_{cp} , т. е.

$$\gamma^\circ = 180^\circ - |\Psi(\omega_{cp})|.$$



1 – логарифмические характеристики для устойчивых САУ; 2 – для неустойчивых САУ

Рисунок 21 – Логарифмические характеристики систем

3.1.4 Качество регулирования

В общем случае качество переходных процессов в системе обычно оценивают для типового воздействия на входе при нулевых начальных условиях. В качестве типового входного воздействия рассматривается единичный скачок; в этом случае кривая переходного процесса для управляемой величины будет представлять собой переходную характеристику системы $y(t)$. Примерный вид переходной характеристики показан на рисунке 22.

По виду переходной характеристики системы можно оценить такие динамические свойства системы, как перерегулирование и быстродействие.

Качество регулирования может быть охарактеризовано максимальным отклонением управляемой величины от заданного значения или так называемым перерегулированием σ %:

$$\sigma \% = \frac{y_{\max} - y_{уст}}{y_{уст}} 100 \%,$$

где $y_{уст}$ – установившееся значение управляемой величины после завершения переходного процесса.

Допустимое значение перерегулирования для той или иной системы может быть установлено на основании опыта эксплуатации подобных систем. В большинстве случаев считается, что качество системы является приемлемым, если величина перерегулирования не превышает 10 %...30 %. Однако в некоторых случаях требуется, чтобы переходный процесс протекал вообще без перерегулирования, т. е. был монотонным; в ряде других случаев может допускаться перерегулирование 50 %...70 %.

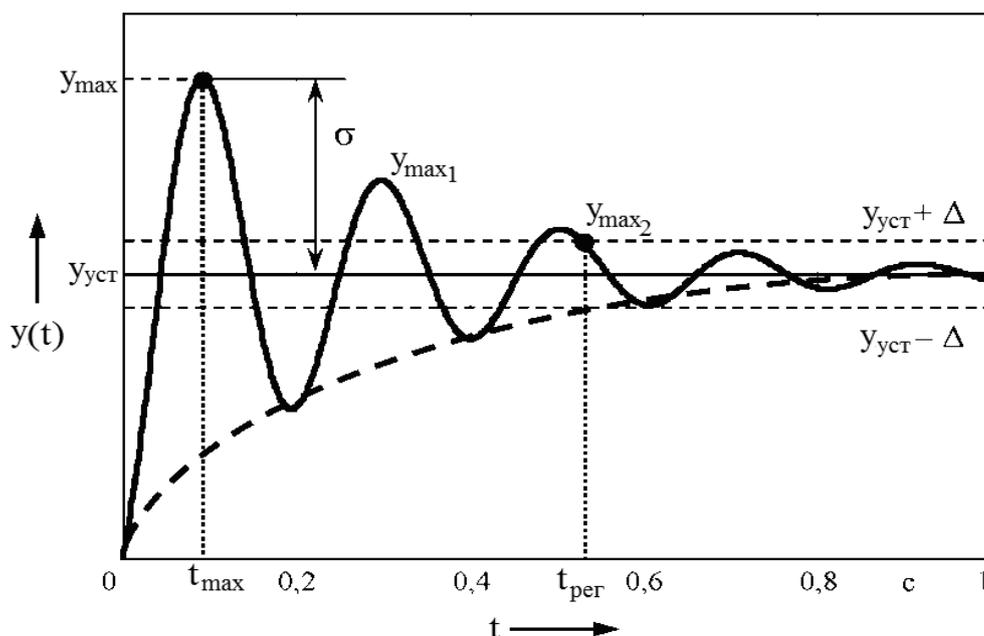


Рисунок 22 – Оценка динамических свойств системы регулирования по переходной характеристике

Быстродействие системы или время регулирования $t_{рег}$ определяется как время, протекающее от момента приложения на вход единичного скачка до момента, когда выходная величина отклоняется от установившегося значения на величину, не превышающую величину допустимой ошибки Δ . Под величиной Δ понимают некоторую долю выходного воздействия, составляющую, как правило, 5 % величины сигнала на выходе (так называемая 5-процентная трубка).

Допустимое значение времени переходного процесса определяется на основании опыта эксплуатации конкретных систем управления.

Иногда дополнительно к величине перерегулирования $\sigma\%$ (или к величине y_{max}) задается допустимое число колебаний N , которое может наблюдаться в течение времени переходного процесса. Это число составляет обычно 1–2. В некоторых системах колебания могут вообще не допускаться, а иногда может допускаться до 3–4 колебаний.

Кроме времени регулирования, переходные процессы характеризуются еще временем максимума t_{max} , отсчитываемым от начала движения до момента достижения первого максимума.

Склонность системы к колебаниям оценивается колебательностью переходного процесса $\frac{y_{max2}}{y_{max1}}$ – отношением соседних максимумов.

Эта величина выражается в процентах. Незатухающие колебания при этом соответствуют колебательности 100 %. Колебательность стремится к нулю при уменьшении до нуля второго максимума переходной характеристики, когда получается неколебательный процесс. Монотонная переходная характеристика, показанная на рисунке 22 пунктирной линией, имеет колебательность, равную нулю.

3.2 Задание и исходные данные к лабораторной работе

3.2.1 Определение передаточных функций

Определить передаточные функции звеньев системы автоматического управления (САУ) по передаточным функциям, приведенным в таблице 2 исходных данных, путем исключения тех параметров, которые имеют нулевые значения в соответствующем столбце таблицы 3. Номер варианта и номер структурной схемы системы (рисунки Б.1–Б.16) выдает преподаватель.

Найти передаточные функции разомкнутой САУ, замкнутой САУ по задающему воздействию, по возмущающему воздействию, по ошибке от задающего воздействия, по ошибке от возмущения.

Таблица 2 – Передаточные функции звеньев

$G_1(s)$	$G_2(s)$	$G_3(s)$	$G_4(s)$
$k_1 \frac{\tau_1 s + k_{01}}{s(T_1 s + 1)}$	$\frac{k_2}{T_2 s + 1}$	$\frac{k_3}{T_3 s + 1}$	$k_4 \frac{\tau_4 s + 1}{T_4 s + 1}$

Таблица 3 – Значения параметров передаточных функций

Параметры	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_1	10	5	9	8	8	7	7	10	10	12
τ_1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1
T_1	0,5	1,2	0,8	1,6	1,0	0	1,7	0	1,4	0
k_{01}	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0
k_2	5,0	0,6	9	0,8	0,7	6,0	4,0	5,0	0,5	3,0
T_2	0,1	0	0,2	0,25	0	0,1	0,2	0,3	0	0,5
k_3	5	11	6	8	5	4	2	2	9	7
T_3	0	0,07	0	0	0,2	0,05	0	0	0,1	0,01
k_4	1	2	5	8	3	4	10	1	4	0,5
τ_4	0,08	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0
T_4	0,01	0	0	0,2	0	0	0,2	0,1	1,8	0,1
$G_0(s)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_{oc}	0,02	0,01	0,05	0,1	0,03	0,2	0,02	0,1	0,3	0,4

3.2.2 Оценка устойчивости САУ

Оценить устойчивость системы, используя:

– *теорему Ляпунова*. Вычислить полюса в Mathcad. Составить модель

в Simulink замкнутой системы и получить распределение полюсов на комплексной плоскости. Сделать вывод;

– **критерий Рауса – Гурвица.** Составить таблицу и сделать вывод;

– **критерий Найквиста.** Построить в Mathcad график АФЧХ для разомкнутой системы. Составить модель в Simulink разомкнутой системы и получить диаграмму Найквиста. Сделать вывод;

– **логарифмический критерий.** Построить в Mathcad логарифмические графики для разомкнутой системы. Составить модель в Simulink разомкнутой системы и получить логарифмические характеристики. Получить запасы устойчивости по фазе и амплитуде. Сделать вывод.

3.2.3 Определение показателей качества

По структурной схеме системы и ее передаточным функциям, используя программы MATLAB и Mathcad, рассчитать переходную функцию САУ $y(t)$ при воздействии на вход системы единичного ступенчатого сигнала. Построить полученные характеристики в таком диапазоне времени t , когда величина $y(t)$ не будет отличаться от $y_{уст}$ более чем на 2 %...5 %, где $y_{уст}$ – значение выходного сигнала в установившемся режиме.

По полученному графику переходной функции $y(t)$ определить показатели качества переходного процесса:

- время регулирования $t_{рег}$;
- перерегулирование $\sigma\%$.

Контрольные вопросы

- 1 Какие виды соединений звеньев Вы знаете?
- 2 Перечислите передаточные функции, определяемые для системы автоматического управления.
- 3 Сформулируйте критерий устойчивости системы по Ляпунову.
- 4 Как получить характеристическое уравнение?
- 5 Сформулируйте критерий устойчивости Рауса – Гурвица.
- 6 Как формулируется частотный критерий устойчивости Найквиста?
- 7 Как формулируется логарифмический критерий устойчивости?
- 8 Как определяется запас устойчивости по логарифмическому критерию?
- 9 Как строятся асимптотические ЛАЧХ?
- 10 Перечислите показатели качества САУ.
- 11 Что понимают под колебательностью?

Список литературы

- 1 **Кузьмин, А. В.** Теория систем автоматического управления: учебник / А. В. Кузьмин, А. Г. Схиртладзе. – Старый Оскол : ТНТ, 2016. – 224 с.
- 2 **Сазонов, Г. Г.** Основы автоматического управления: учебное пособие / Г. Г. Сазонов. – Старый Оскол : ТНТ, 2016. – 236 с.
- 3 **Ким, Д. П.** Теория автоматического управления. Линейные системы: учебник и практикум / Д. П. Ким. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2017. – 311 с.
- 4 **Ким, Д. П.** Теория автоматического управления. Линейные системы. Задачник : учебное пособие / Д. П. Ким, Н. Д. Дмитриева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2017. – 169 с.
- 5 **Бесекерский, В. А.** Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: Профессия, 2003. – 752 с.
- 6 **Анхимюк, В. Л.** Теория автоматического управления / В. Л. Анхимюк. – Минск : Вышэйшая школа, 2002. – 352 с.: ил.
- 7 **Ротач, В. Я.** Теория автоматического управления: учебник для вузов / В. Я. Ротач. – 4-е изд., стер. – Москва: МЭИ, 2007. – 400 с.
- 8 **Ивановский, Р. И.** Компьютерные технологии в науке и образовании. Практика применения систем MathCAD Pro: учебное пособие / Р. И. Ивановский. – Москва: Высшая школа, 2003. – 431 с.

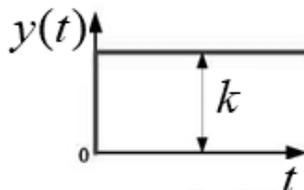
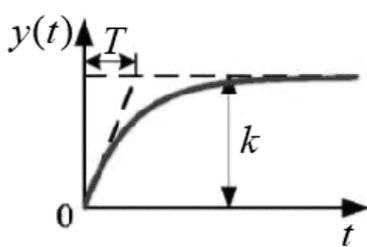
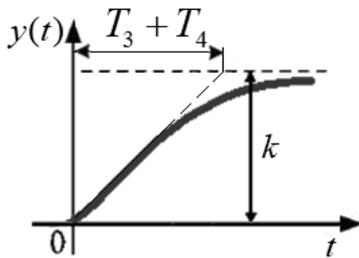
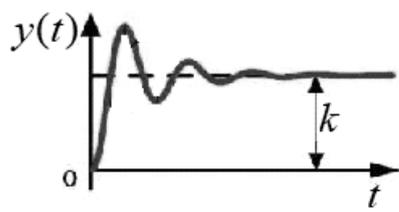
Приложение А (справочное)

Таблица А.1 – Таблица основных преобразований Лапласа

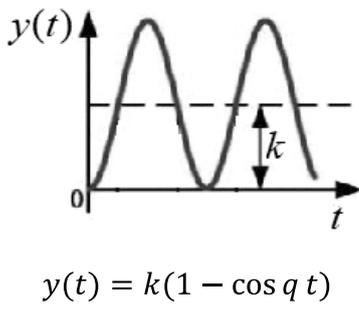
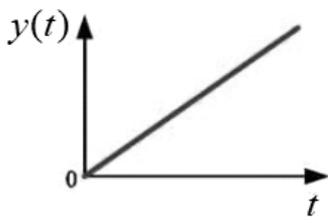
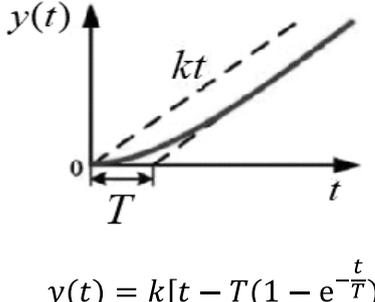
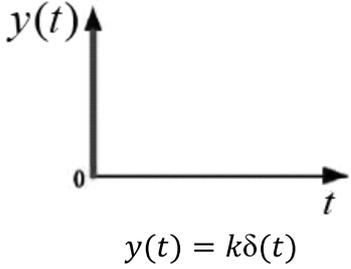
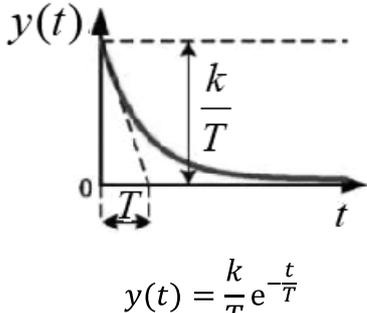
Оригинал	Изображение
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$
$t^n, n \in N$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{s - \lambda}$
$te^{\lambda t}$	$\frac{1}{(s - \lambda)^2}$
$t^n e^{\lambda t}, n \in N$	$\frac{n!}{(s - \lambda)^{n+1}}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$t \sin \omega t$	$\frac{2s\omega}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$t \cos \omega t$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2}$
$\operatorname{sh} \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$\operatorname{ch} \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
$e^{\lambda t} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s - \lambda)^2 + \omega^2}$
$e^{\lambda t} \cos \omega t$	$\frac{s - \lambda}{(s - \lambda)^2 + \omega^2}$

Приложение Б (справочное)

Таблица Б.1 – Переходные характеристики типовых динамических звеньев

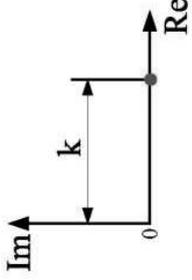
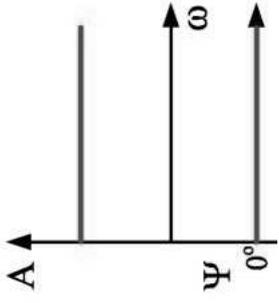
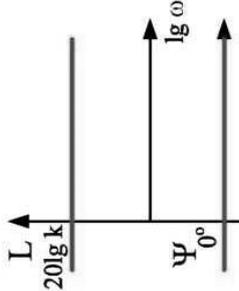
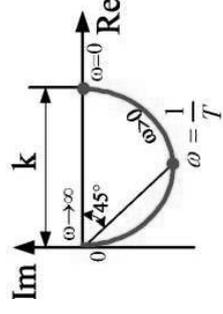
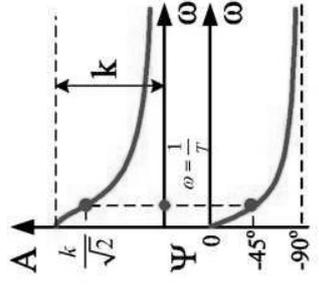
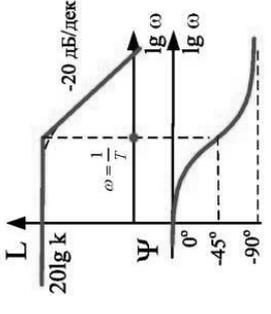
Звено	Переходная функция
Позиционные звенья	
Безынерционное $G(s) = k$	 $y(t) = k$
Инерционное первого порядка $G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$	 $y(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$
Инерционное второго порядка $G(s) = \frac{k}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} =$ $= \frac{k}{(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)}$ $T_{3,4} = \frac{T_1}{2} \pm \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_2^2} (T_1 > 2T_2)$	 $y(t) = k(1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_4}})$
Колебательное $G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$	 $y(t) = k \left[1 - e^{-\frac{\xi}{T} t} \left(\cos \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T} t + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T} t \right) \right]$

Окончание таблицы Б.1

Звено	Переходная функция
<p>Консервативное</p> $G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1} = \frac{k}{\frac{s^2}{q^2} + 1}$ $q = \frac{1}{T}$	 <p>$y(t) = k(1 - \cos qt)$</p>
Интегрирующие звенья	
<p>Идеальное интегрирующее</p> $G(s) = \frac{k}{s}$	 <p>$y(t) = kt$</p>
<p>Реальное интегрирующее</p> $G(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)}$	 <p>$y(t) = k[t - T(1 - e^{-\frac{t}{T}})]$</p>
Дифференцирующие звенья	
<p>Идеальное дифференцирующее</p> $G(s) = ks$	 <p>$y(t) = k\delta(t)$</p>
<p>Реальное дифференцирующее</p> $G(s) = \frac{ks}{Ts + 1}$	 <p>$y(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}$</p>

Приложение В (справочное)

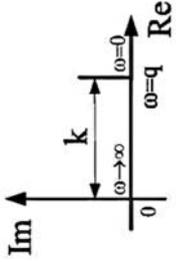
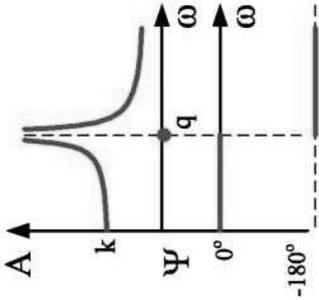
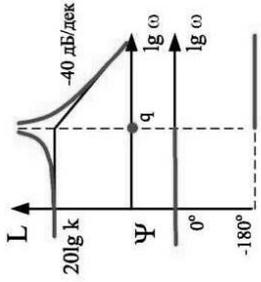
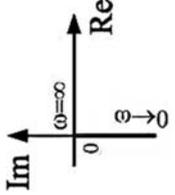
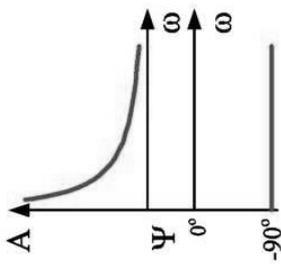
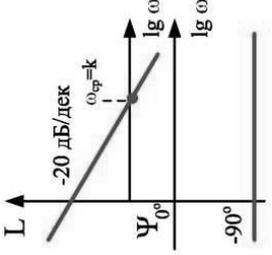
Таблица В.1 – Временные и частотные характеристики типовых динамических звеньев

Звено и его передаточная функция	Амплитудно-фазовая	Амплитудная и фазовая	Логарифмические
<p style="text-align: center;">Безынерционное</p> $G(s) = k$			
<p style="text-align: center;">Инерционное первого порядка</p> $G(s) = \frac{k}{Ts + 1}$			

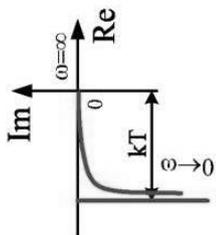
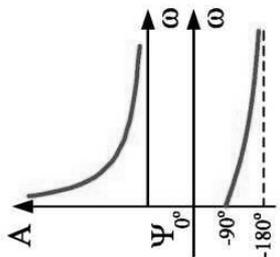
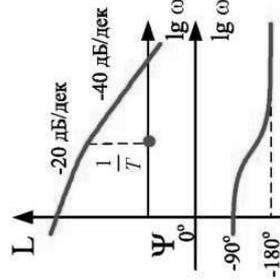
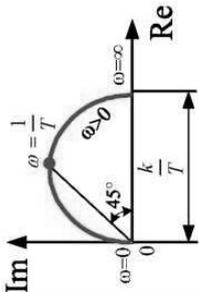
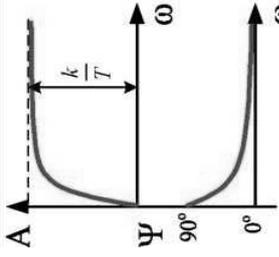
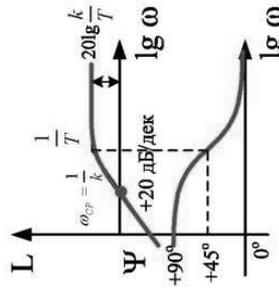
Продолжение таблицы В.1

<p>Звено и его передаточная функция</p> <p>Инерционное второго порядка</p> $G(s) = \frac{k}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} = \frac{k}{(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)},$ $T_{3,4} = \frac{T_1}{2} \pm \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_2^2} \quad (T_1 > 2T_2)$	<p>Амплитудно-фазовая</p>	<p>Амплитудная и фазовая</p>	<p>Логарифмические</p>
<p>Колебательное</p> $G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$	<p>Амплитудно-фазовая</p>	<p>Амплитудная и фазовая</p>	<p>Логарифмические</p>

Продолжение таблицы В.1

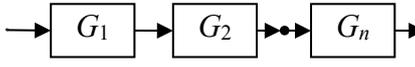
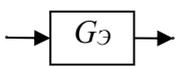
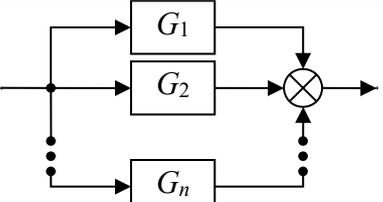
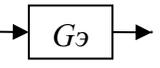
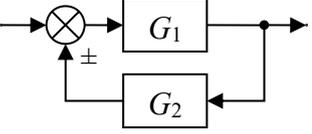
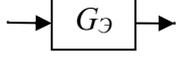
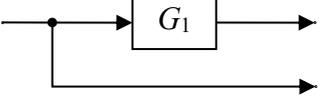
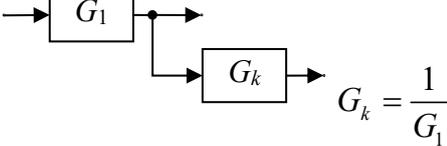
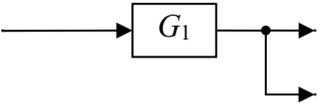
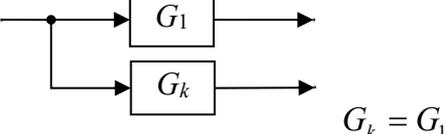
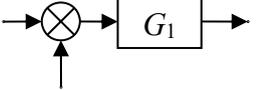
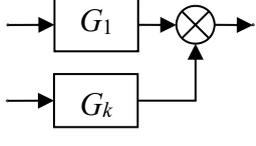
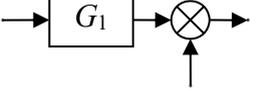
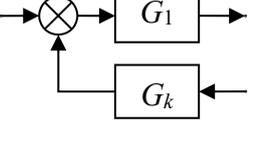
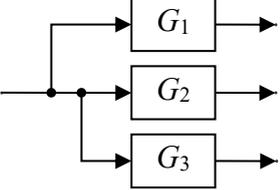
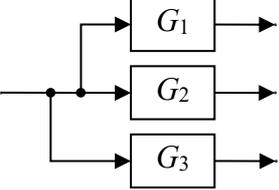
<p>Звено и его передаточная функция</p> <p>Консервативное</p> $G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1} = \frac{k}{\frac{s^2}{q^2} + 1},$ $q = \frac{1}{T}$	<p>Амплитудно-фазовая</p> 	<p>Амплитудная и фазовая</p> 	<p>Логарифмические</p> 
<p>Идеальное интегрирующее</p> $G(s) = \frac{k}{s}$	<p>Амплитудно-фазовая</p> 	<p>Амплитудная и фазовая</p> 	<p>Логарифмические</p> 

Окончание таблицы В.1

<p>Звено и его передаточная функция</p> <p>Реальное интегрирующее</p> $G(s) = \frac{k}{s(Ts + 1)}$	<p>Амплитудно-фазовая</p> 	<p>Амплитудная и фазовая</p> 	<p>Логарифмические</p> 
<p>Реальное дифференцирующее</p> $G(s) = \frac{ks}{Ts + 1}$	<p>Амплитудно-фазовая</p> 	<p>Амплитудная и фазовая</p> 	<p>Логарифмические</p> 

Приложение Г (справочное)

Таблица Г.1 – Таблица преобразований структурных схем

Преобразование	Структурная схема	
	Исходная	Эквивалентная
1 Свертывание последовательного соединения		 $G_{\text{Э}} = G_1 G_2 \dots G_n$
2 Свертывание параллельного соединения		 $G_{\text{Э}} = G_1 + G_2 + \dots G_n$
3 Свертывание встречно-параллельного соединения		 $G_{\text{Э}} = \frac{G_1}{1 \mp G_1 G_2}$
4 Перенос точки разветвления через звено		 $G_k = \frac{1}{G_1}$
		 $G_k = G_1$
5 Перенос сумматора через звено		 $G_k = G_1$
		 $G_k = \frac{1}{G_1}$
6 Перестановка точек разветвления		

Окончание таблицы Г.1

Преобразование	Структурная схема	
	Исходная	Эквивалентная
7 Перестановка сумматоров		
8 Перенос точки разветвления через сумматор		
9 Перенос звена через звено		
10 Вынос точки разветвления из параллельного соединения		

Приложение Д (обязательное)

Варианты структурных схем к лабораторной работе

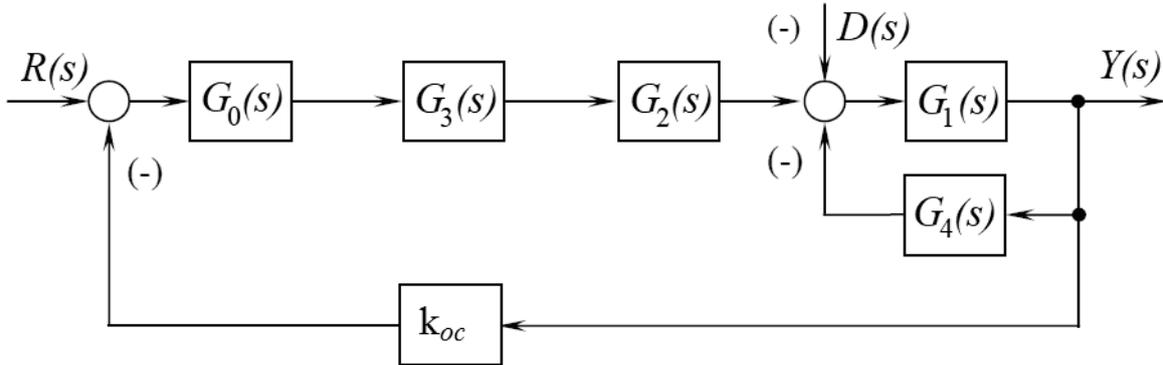


Рисунок Д.1 – Схема 1

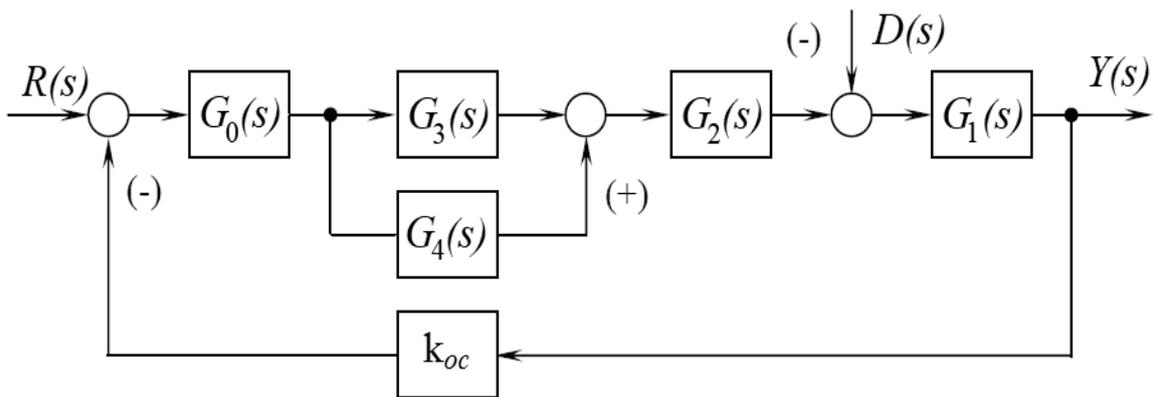


Рисунок Д.2 – Схема 2

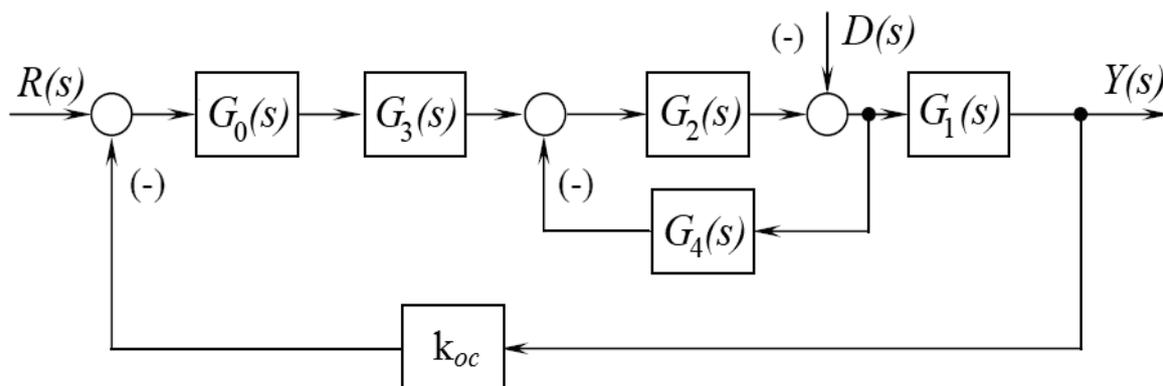


Рисунок Д.3 – Схема 3

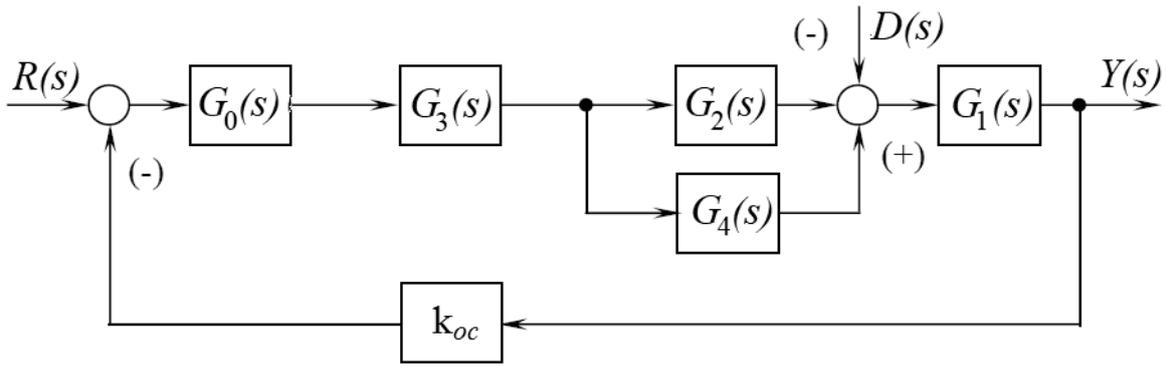


Рисунок Д.4 – Схема 4

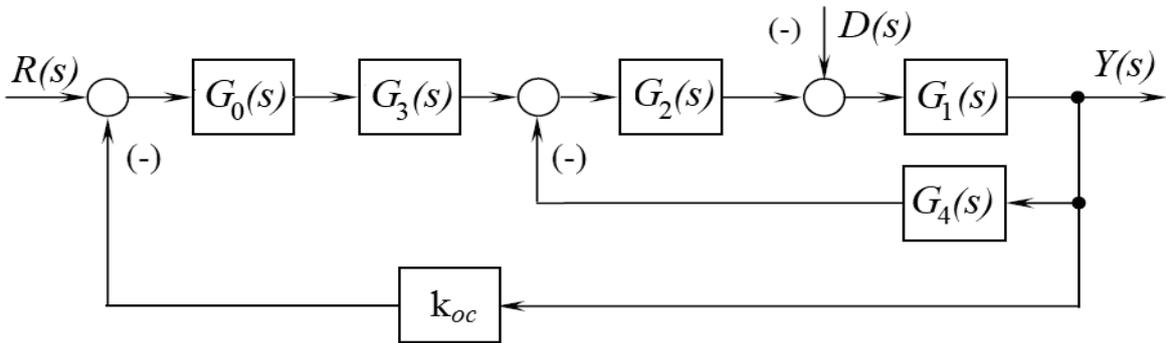


Рисунок Д.5 – Схема 5

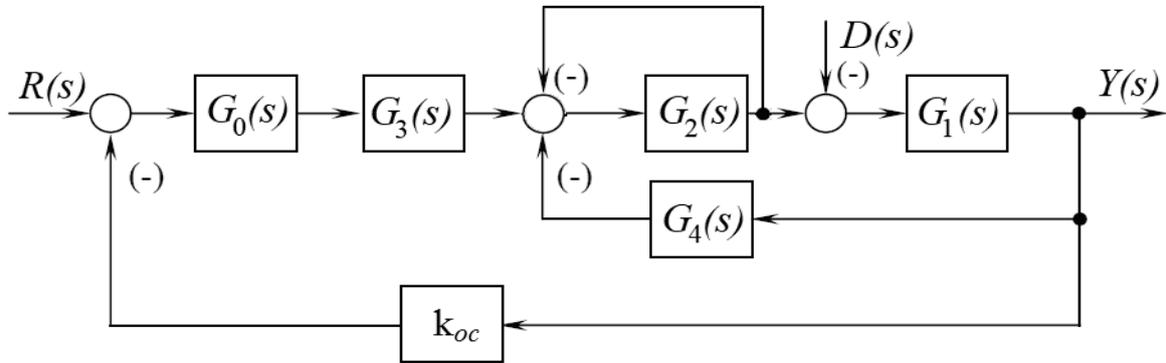


Рисунок Д.6 – Схема 6

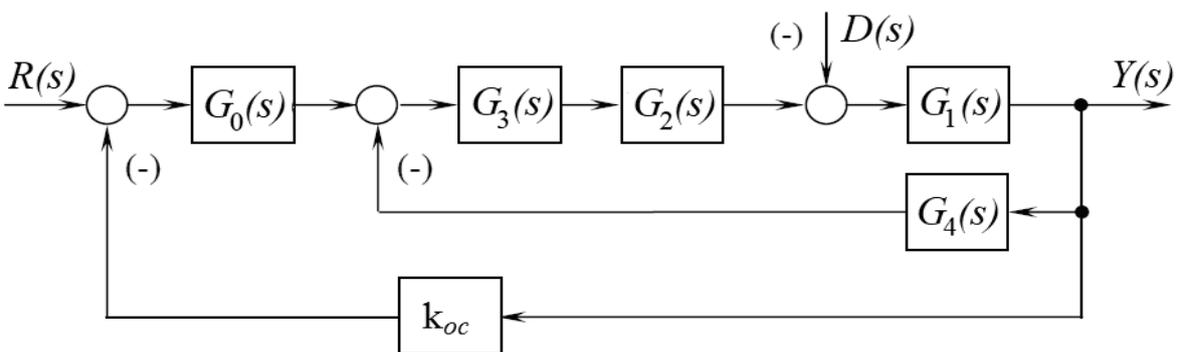


Рисунок Д.7 – Схема 7

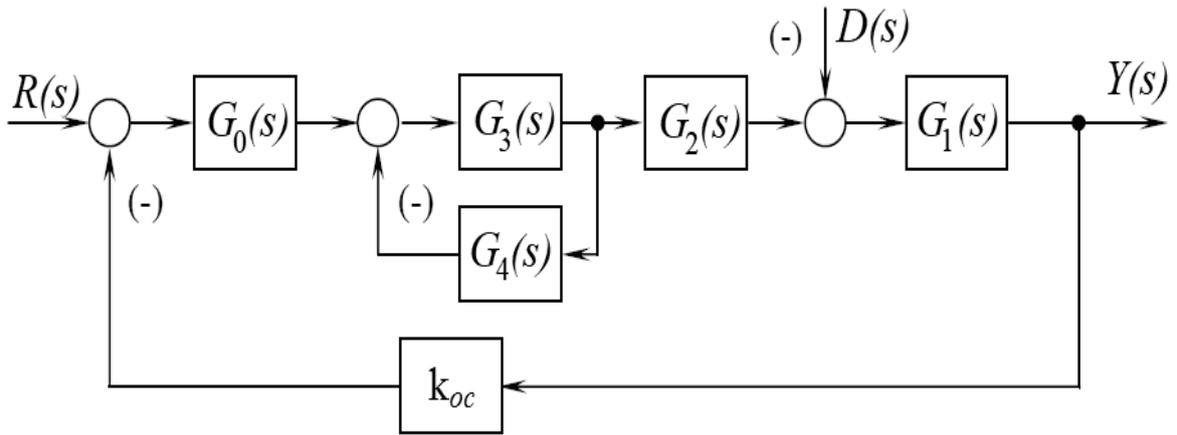


Рисунок Д.8 – Схема 8

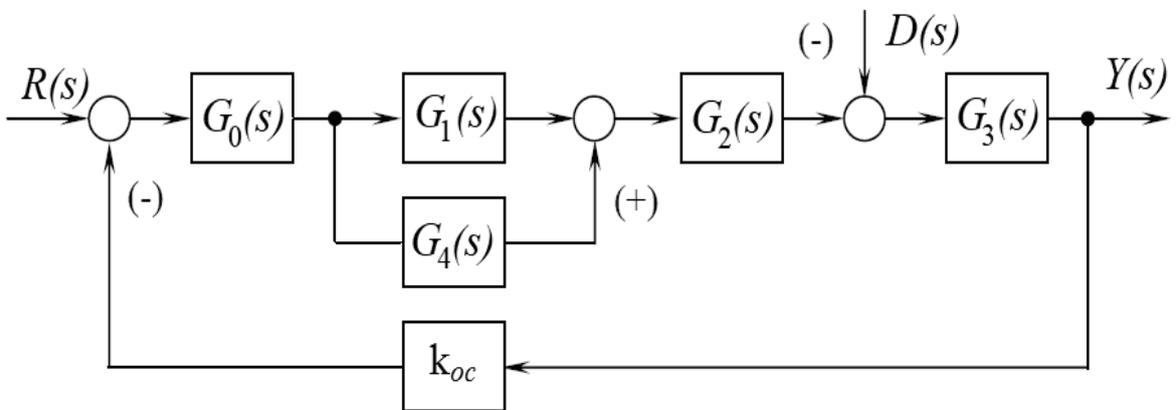


Рисунок Д.9 – Схема 9

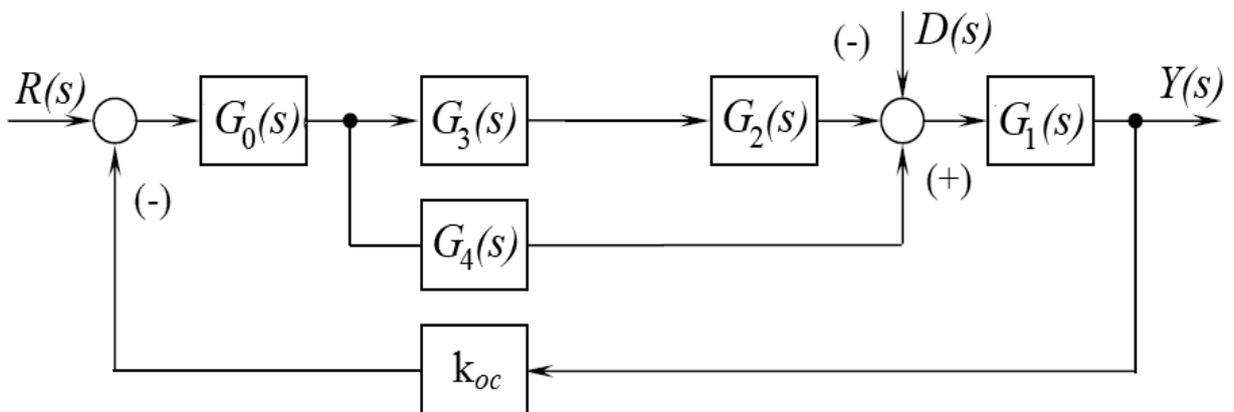


Рисунок Д.10 – Схема 10

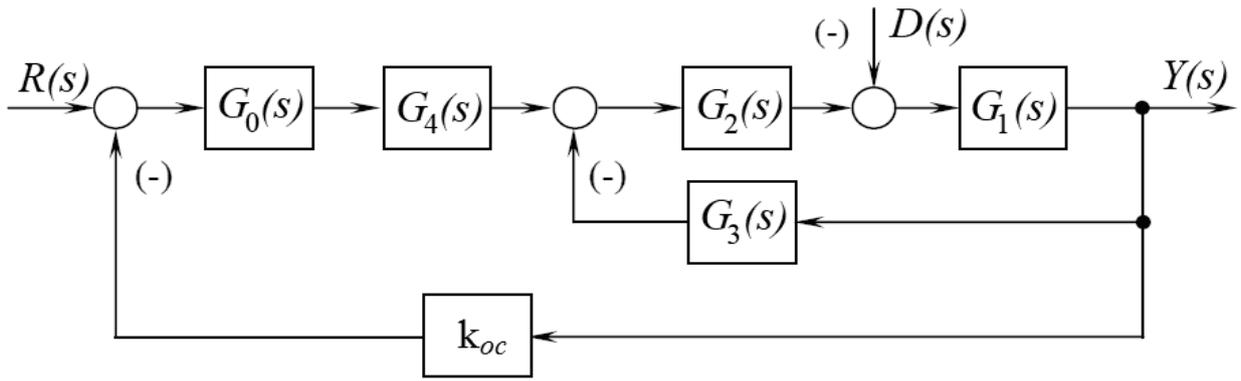


Рисунок Д.11 – Схема 11

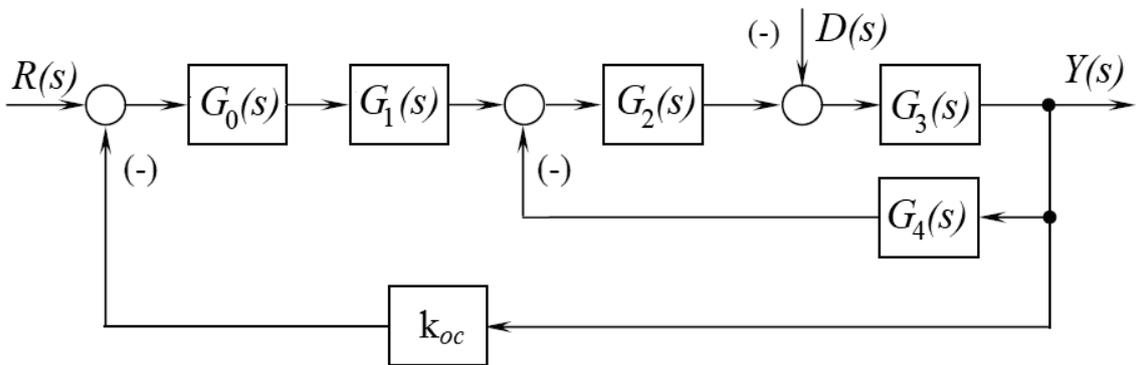


Рисунок Д.12 – Схема 12

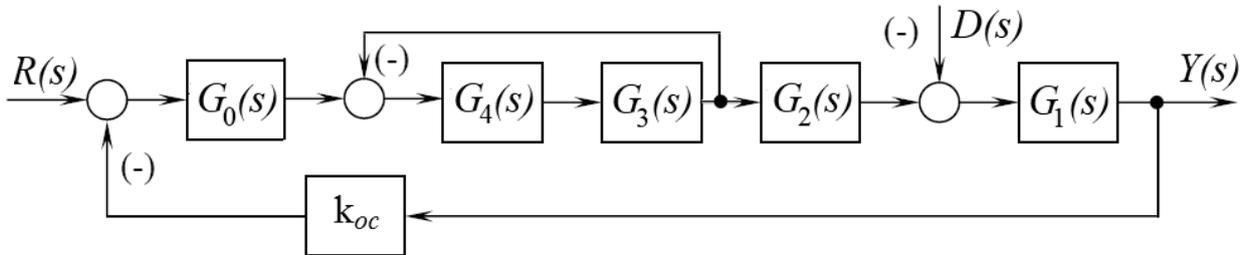


Рисунок Д.13 – Схема 13

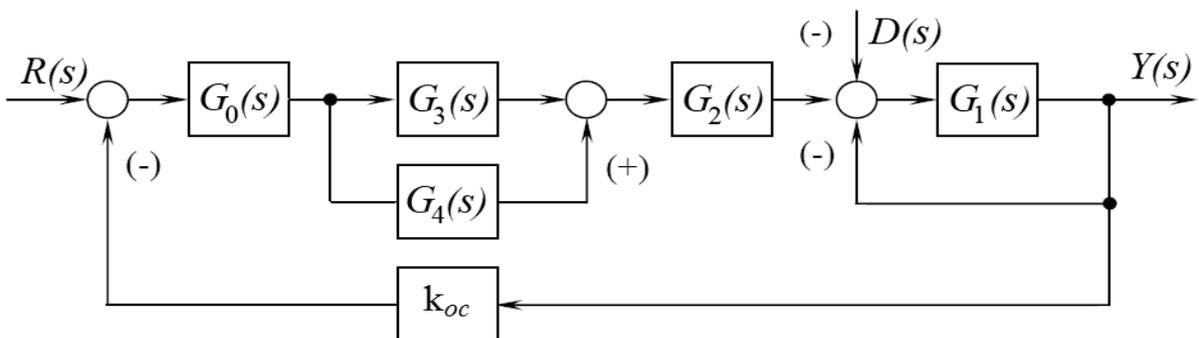


Рисунок Д.14 – Схема 14