

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ  
ДЛЯ АНАЛИЗА ВИБРАЦИИ МАШИНКАН ШОУЧЯН, В.И. МИКУЛОВИЧ  
УО «БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Минск, Беларусь

Традиционные методы анализа вибрации сложных механических систем в основном базируются на спектрально-корреляционных методах в различных их вариантах. При этом динамическая сущность процессов, порождающих такие сигналы, как правило, уходит на второй план. Современная нелинейная динамика позволяет рассмотреть анализ сигналов – как процесс идентификации динамических систем по результатам анализа экспериментальных данных [1].

В настоящее время представления синергетики и теории динамического хаоса все шире используются при анализе реальных колебательных сигналов машин.

Целью предлагаемой работы является оценка возможности выявления при помощи методов нелинейной динамики критериев для определения функционального состояния работы машин по параметрам вибрации.

Хаотические явления возможны во многих механических и электрических системах. Это, например, могут быть нелинейные упругие элементы, пружины, механические системы с зазором или мертвым ходом, системы с вращением, контрольные устройства с обратной связью, нелинейные сопротивления, ёмкости или индуктивные элементы электрических цепей.

Динамическому хаосу в фазовом пространстве системы соответствует притягивающее множество, называемое странным аттрактором.

В любом случае первоначальным этапом для исследования сигналов методами нелинейной динамики должна быть процедура реконструкции фазовой траектории динамической системы, порождающей сигнал. Единственным методом, позволяющим реконструировать характер фазовой траектории системы на основе анализа экспериментально полученного сигнала, является процедура вложения. Основанием для такого подхода является теорема Такенса, которая утверждает, что путем правильного подбора размерности вложения  $m$  и параметра задержки  $\tau$  можно получить  $(m+1)$ -мерный фазовый образ, достаточно полно отражающий свойства истинной траектории системы в фазовом пространстве [2].

Основным преимуществом методов нелинейной динамики является то, что фазовый портрет системы может быть восстановлен по измеренным параметрам, зависящим от одной переменной. Параметрами, характеризующими нелинейную динамическую систему, являются корреляционная размерность  $d$  и энтропия Колмогорова  $K$ , для вычисления которых может

быть использован метод задержанной координаты. Для этой цели временная реализация исходного сигнала  $x(t)$  представляется в виде последовательности чисел

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N, \quad (1)$$

где  $x_n = x(n\tau)$ ;  $\tau$  - время выборки;  $n$  - целое число.

Эта последовательность порождает  $m$ -мерные векторы, лежащие в  $m$ -мерном фазовом пространстве

$$\vec{x}_i^T = (x_1, \dots, x_{i+m-1}), \quad (2)$$

где  $T$  - операция транспонирования.

Состояние системы в реконструированном  $m$ -мерном фазовом пространстве определяется  $m$ -мерными точками для каждой временной реализации  $x(t)$ :

$$x_i^m = (m^{-1/2}) (x_1, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1}). \quad (3)$$

В этом случае корреляционная размерность и энтропия Колмогорова определяются следующими выражениями:

$$d = \lim_{r \rightarrow 0} [\lg C_m(r) / \lg r], \quad (4)$$

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} [C_m(r) / C_{m+1}(r)], \quad (5)$$

где  $C_m(t)$  - корреляционный интеграл, который можно вычислить по формуле:

$$C_m(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \theta(r - \left| \vec{x}_i - \vec{x}_j \right|), \quad (6)$$

где  $\theta$  - функция Хевисайда ( $\theta = 0$ , при  $t < 0$ ,  $\theta = 0,5$  при  $t = 0$ ,  $\theta = 1$  при  $t > 0$ );  $N$  - число точек, используемых для оценки размерности;  $r$  - размер ячейки разбиения (коэффициент подобия).

При реконструкции аттракторов существенное влияние на значение корреляционной размерности оказывает выбор параметра задержки  $\tau$ . Экспериментально было установлено, что если  $\tau$  слишком мало, координаты фазовой точки практически неразличимы, а при слишком большом  $\tau$  координаты оказываются некоррелированными и реконструированный аттрактор не отражает истинной динамики. Значение  $\tau$  обычно выбирают исходя из первого нуля автокорреляционной функции. С учетом этого, для вибрационных сигналов одного из вертолетов в исправном состоянии и с дефектом одной из шестерен редуктора рулевого винта величина задержки  $\tau$  выбрана равной 0,7.

На рис. 1 в качестве примера представлены фазовые портреты вибрационных сигналов вертолета в исправном и неисправном состоянии, а на рис. 2 - фазовые портреты их спектров. Как видно, возникшая неисправность в обоих случаях приводит к существенному возрастанию хаотичности механической системы.

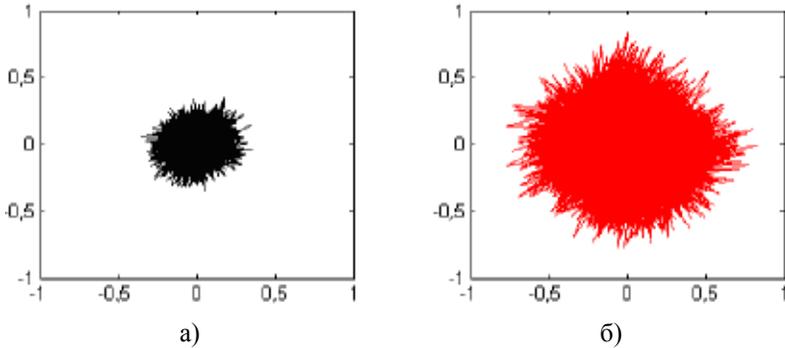


Рис. 1. Фазовый портрет вибрации вертолета машин (отн. ед.): а) в исправном состоянии; б) в неисправном состоянии

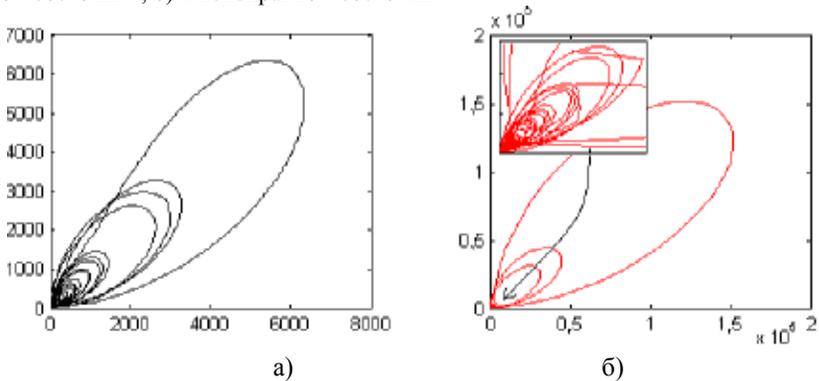


Рис. 2. Фазовый портрет спектра колебательных сигналов машин: а) в исправном состоянии; б) в неисправном состоянии

Таким образом, в результате проведенных исследований установлено, что анализ сигналов вибрации машин с использованием методов нелинейной динамики позволяет получать дополнительные сведения о функциональном состоянии машин. Состояние аттрактора временных сигналов и их спектров могут быть использованы в качестве критерия для характеристики сложных режимов функционирования механических систем. Исследования в данном направлении будут продолжены.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Малинецкий, Г. Г.** Современные проблемы нелинейной динамики / Г. Г. Малинецкий, А. Б. Потапов. – М. : Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.
2. **Grassberger P., Procaccia I.** Characterization of strange attractors //Physical Review Letters. 1983. Vol.50. №5. P.346-349.

E-mail: [falcon@tut.by](mailto:falcon@tut.by);  
[kangshouqiang@163.com](mailto:kangshouqiang@163.com)