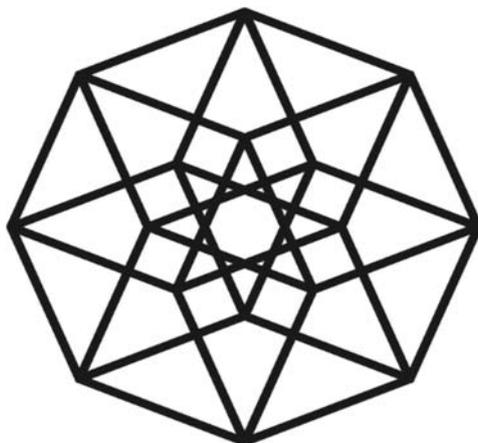


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Высшая математика»

# ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ, МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ, НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

*Методические рекомендации к лабораторным работам  
для студентов направления подготовки  
01.03.04 «Прикладная математика»  
дневной формы обучения*



Могилев 2022

УДК 004.8  
ББК 32.973.202  
И86

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Высшая математика» «25» ноября 2021 г., протокол № 3

Составители: канд. физ.-мат. наук, доц. В. Г. Замураев;  
канд. пед. наук, доц. Е. Л. Старовойтова;  
ст. преподаватель А. М. Бутوما;  
ст. преподаватель А. Г. Козлов

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. И. И. Маковецкий

Методические рекомендации к лабораторным занятиям по курсу «Искусственный интеллект, машинное обучение, нейронные сети» предназначены для студентов направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» дневной формы обучения.

Учебно-методическое издание

## ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ, МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ, НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Ответственный за выпуск	В. Г. Замураев
Корректор	Т. А. Рыжикова
Компьютерная верстка	Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2022

## Содержание

1 Лабораторная работа № 1. Нейронные сети с одним обрабатывающим слоем .....	4
2 Лабораторная работа № 2. Применение однослойных персептронов .....	6
3 Лабораторная работа № 3. Топология и анализ многослойных персептронов .....	8
4 Лабораторная работа № 4. Нейронные сети высокого порядка .....	11
5 Лабораторная работа № 5. Классификация образов .....	13
6 Лабораторная работа № 6. Сверточные нейронные сети .....	14
7 Лабораторная работа № 7. Автоэнкодерные нейронные сети .....	16
8 Лабораторная работа № 8. Нейронная сеть Хопфилда .....	18
9 Лабораторная работа № 9. Нейронная сеть Хэмминга .....	20
10 Лабораторная работа № 10. Самоорганизующиеся нейронные сети Кохонена .....	22
11 Лабораторная работа № 11. Обучение глубоких нейронных сетей .....	24
Список литературы .....	27

# 1 Лабораторная работа № 1. Нейронные сети с одним обрабатывающим слоем

**Цель работы:** освоить навыки работы с одним обрабатывающим слоем; рассмотреть топологию однослойного персептрона, возможности однослойных персептронов, реализацию простейших логических операций.

Построим нейронную сеть для логической операции ИЛИ. На вход мы будем всегда подавать два сигнала  $x_1$  и  $x_2$ , на выходе будем получать один выходной сигнал  $y$ .

Для обучения нейронной сети потребуется тренировочный набор данных (таблица 1).

Таблица 1 – Таблица истинности логической операции ИЛИ

	$x_1$	$x_2$	$x_1 \vee x_2$
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	1

Для решения этой задачи достаточно провести линию, которая разделяла бы плоскость таким образом, чтобы по одну сторону линии были все значения TRUE (T), а по другую – все значения FALSE (F).

Представим тренировочный набор данных на координатной плоскости (рисунок 1).

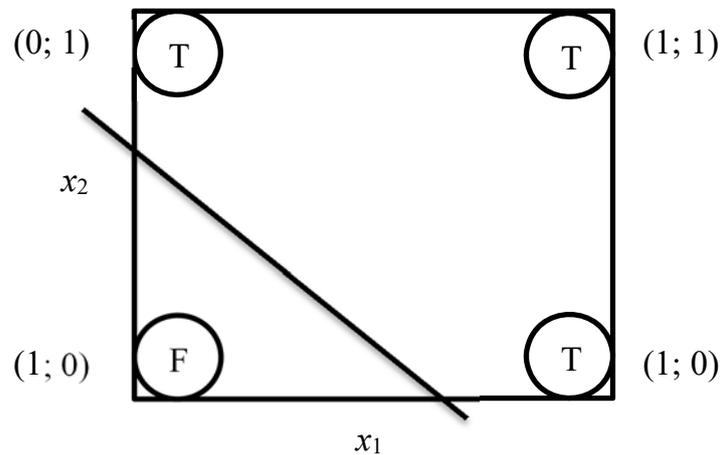


Рисунок 1 – Тренировочный набор на координатной плоскости для логической операции ИЛИ

С этой целью справиться один нейрон в нейронной сети (персептрон), выходное значение которого по входным сигналам в виде (уравнение прямой):

$$y = x_1\omega_1 + x_2\omega_2.$$

Для обучения нейронной сети, реализующей логическую операцию И, тренировочный набор данных представлен в таблице 2.

Таблица 2 – Таблица истинности логической операции И

Набор значений	$x_1$	$x_2$	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0	0
1	0	0	1
2	1	0	1
3	1	1	1

Представим тренировочный набор данных на координатной плоскости (рисунок 2).

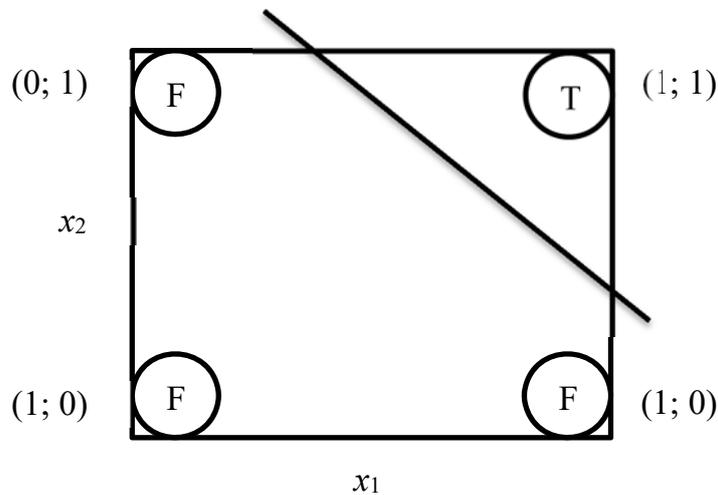


Рисунок 2 – Тренировочный набор на координатной плоскости для логической операции И

### Порядок выполнения работы

Написать программу на языке высокого уровня моделирующую однослойную нейронную сеть и реализовать логические операции «И» и «ИЛИ».

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Слой нейронной сети. Нейронные сети с одним обрабатывающим слоем.
- 2 Топология однослойного персептрона. Возможности однослойных персептронов.
- 3 Линейное разбиение входного пространства образов на два класса.
- 4 Дискриминантная линия.
- 5 Реализация простейших логических операций.
- 6 Самоадаптация и самоорганизация нейронных сетей в процессе обучения.
- 7 Обобщающая способность сети.

8 Персептрон Розенблатта.

9 Сенсорные, ассоциативные и эффекторные нейроны.

10 Правило обучения Розенблатта. Алгоритм обучения Розенблатта.

## 2 Лабораторная работа № 2. Применение однослойных персептронов

**Цель работы:** освоить навыки работы с однослойными персептронами; изучить алгоритм обучения сети по  $\Delta$ -правилу.

Однослойная нейронная сеть (однослойный персептрон) – это расположенные параллельно нейроны, получающие на входы одинаковые сигналы, но имеющие различные синаптические связи. Количество входов и выходов такой нейронной сети соответствует количеству нейронов (рисунок 3).

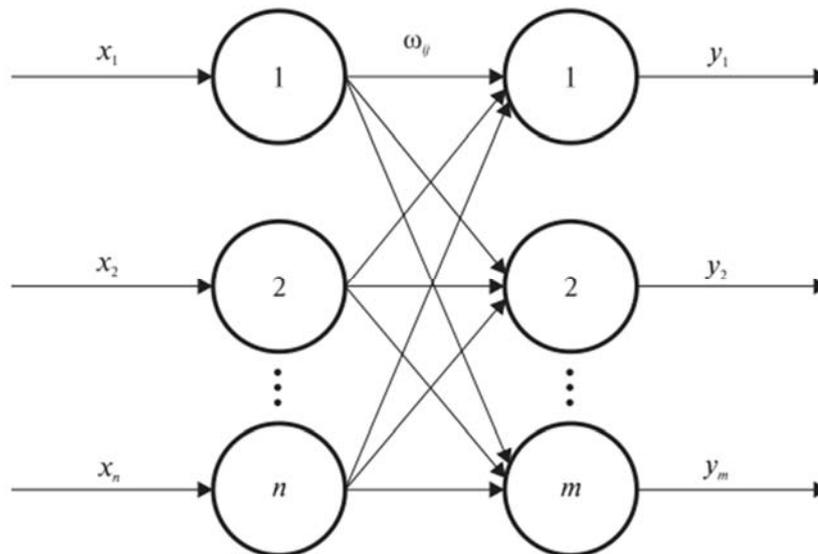


Рисунок 3 – Топология однослойной нейронной сети

### Алгоритм обучения сети по $\Delta$ -правилу.

Шаг 1. Инициализация матрицы весов и порогов случайным образом.

Шаг 2. Предъявление нейронной сети образа (на вход подаются значения из обучающей выборки – вектор  $X$ ), берется соответствующий выход (вектор  $D$ ).

Шаг 3. Вычисление выходных значений нейронной сети (вектор  $Y$ ).

Шаг 4. Вычисление для каждого нейрона величины расхождения реального результата с эталонным значением:

$$\varepsilon_i = d_i - y_i,$$

где  $d_i$  – эталонным (выходное) значение на  $i$ -нейроне;

$y_i$  – реальное значение на  $i$ -нейроне.

Шаг 5. Изменение весов и порогов по формулам:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) - \eta \cdot \varepsilon_i \cdot x_j,$$

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t) - \eta \cdot \varepsilon_i,$$

где  $t$  – номер текущей итерации цикла обучения;

$w_{ij}$  – вес связи  $j$ -входа с  $i$ -нейроном;

$\eta$  – коэффициент обучения, задается от 0 до 1;

$x_j$  – входное значение;

$\theta_i$  – пороговое значение  $i$ -нейрона.

Шаг 6. Проверка условия продолжения обучения (вычисление значения ошибки и(или) проверка заданного количества итераций). Если обучение не завершено, то шаг 2, иначе – заканчиваем обучение.

### Порядок выполнения работы

Просчитать одну итерацию цикла обучения по  $\Delta$ -правилу однослойной бинарной неоднородной нейронной сети, состоящей из двух нейронов и имеющей функцию активации. Синаптические веса задать случайным образом.

Написать программу на языке высокого уровня моделирующую однослойную нейронную сеть.

Вопросы для работы представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Варианты для выполнения лабораторной работы

Номер варианта	$k_1$	$k_2$	Функция активации	Обучающая функция
1	0,7	–	Пороговая	Дизъюнкция и импликация
2	0,6	–	Линейная	Конъюнкция и дизъюнкция
3	1	–	Сигмоидная	Импликация и конъюнкция
4	1	–	Гиперболический тангенс	Эквивалентность и импликация
5	2	0,5	Гиперболический тангенс	Эквивалентность и конъюнкция
6	1	0,6	Сигмоидная и линейная	Импликация и конъюнкция
7	0,7	0,75	Линейная и пороговая	Конъюнкция и эквивалентность
8	1	0,8	Пороговая и сигмоидная	Конъюнкция и импликация
9	2	0,8	Гиперболический тангенс и линейная	Дизъюнкция и эквивалентность
10	2	0,9	Гиперболический тангенс и сигмоидная	Импликация и дизъюнкция

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Геометрический способ настройки синаптических связей.
- 2 Правило обучения Видроу – Хоффа (дельта-правило).
- 3 Алгоритм обучения однослойного персептрона, в основе которого лежит дельта-правило.
- 4 Нахождение адаптивного шага обучения методом наискорейшего спуска.

- 5 Использование псевдообратной матрицы для обучения нейронных сетей.
- 6 Сеть с прямым распространением сигналов.
- 7 Обобщающая способность сети.
- 8 Однослойный персептрон с функцией активации Гаусса или сигнальной функцией активации.
- 9 Решение задачи «исключающее или».
- 10 Решение системы линейных уравнений.
- 11 Использование линейной нейронной сети для прогнозирования временных рядов.

### 3 Лабораторная работа № 3. Топология и анализ многослойных персептронов

**Цель работы:** освоить навыки работы многослойными нейронными сетями с прямым распространением сигналов, изучить архитектуру многослойного персептрона, входной, выходной и скрытые слои нейронных элементов.

Архитектура многослойного персептрона состоит из множества слоев нейронных элементов (рисунок 4).

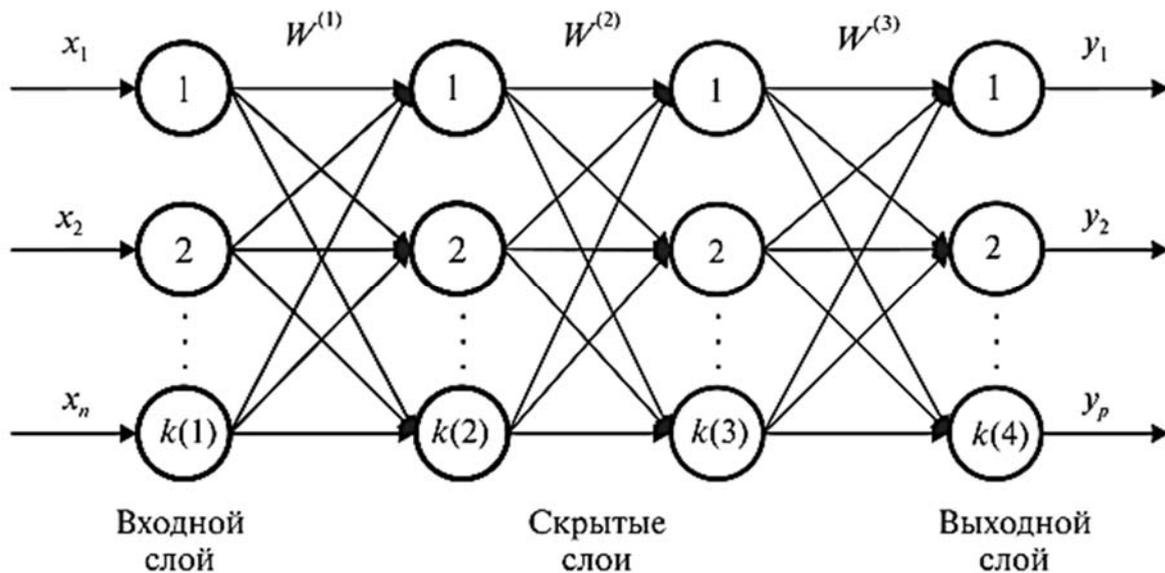


Рисунок 4 – Многослойный персептрон

Веса сети имеют три индекса,  $i$ -номер нейрона следующего слоя, для которого связь входная,  $j$ -номер входа или нейрона текущего слоя, для которого связь выходная,  $k$ -номер текущего слоя в нейронной сети (для входов, вектора  $X$ ,  $k = 0$ ).

Многослойные нейронные сети прямого распространения обучаются методом обратного распространения ошибки.

Алгоритм обучения методом обратного распространения ошибки.

Шаг 1. Инициализация матриц весов случайным образом (в циклах).

Шаг 2. Предъявление нейронной сети образа (на вход подаются значения из обучающей выборки – вектор  $X$ ) и берется соответствующий выход (вектор  $D$ ).

Шаг 3 (прямой проход). Вычисление в циклах выходов всех слоев и получение выходных значений нейронной сети (вектор  $Y$ ).

$$y_i^k = f\left(\sum_{j=0}^{H_{k-1}} w_{ij}^k \cdot y_j^{k-1}\right), y_j^0 = x_j, y_0^{k-1} = 1,$$

где  $y_i^k$  – выход  $i$ -нейрона  $k$ -слоя;

$f$  – функция активации;

$w_{ij}^k$  – синаптическая связь между  $j$ -нейроном слоя  $k-1$  и  $i$ -нейроном слоя  $k$ ;

$x_j$  – входное значение.

Шаг 4 (обратный проход). Изменение весов в циклах по формулам:

$$\begin{aligned} w_{ij}^k(t+1) &= w_{ij}^k(t) - \eta \cdot \delta_i^k \cdot y_j^{k-1}; \\ \delta_i^k &= (d_i - y_i) \cdot y_i \cdot (1 - y_i) \text{ – для последнего (выходного) слоя;} \\ \delta_i^k &= y_i \cdot (1 - y_i) \cdot \sum_{i=1}^{H_{i+1}} \delta_i^{k+1} w_i^{k+1} \text{ – для промежуточных слоев,} \end{aligned}$$

где  $t$  – номер текущей итерации цикла обучения (номер эпохи);

$\eta$  – коэффициент обучения задается от 0 до 1;

$y_k^{k-1}$  – выход  $i$ -нейрона ( $k-1$ )-слоя;

$w_{ij}^k$  – синаптическая связь между  $j$ -нейроном слоя  $k-1$  и  $i$ -нейроном слоя  $k$ ;

$d_i$  – эталонное выходное значение на  $i$ -нейроне;

$y_i$  – реальное значение на  $i$ -нейроне выходного слоя.

Шаг 5. Проверка условия продолжения обучения (вычисление значения ошибки и/или проверка заданного количества итераций). Если обучение не завершено, то шаг 2, иначе – заканчиваем обучение.

Среднеквадратичная ошибка вычисляется следующим образом:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^H (d_j - y_j)^2,$$

где  $N$  – общее число примеров;

$H$  – количество нейронов в выходном слое;

$d_i$  – эталонное выходное значение на  $i$ -нейроне;

$y_i$  – реальное значение на  $i$ -нейроне выходного слоя.

## Порядок выполнения работы

1 Написать программу на языке высокого уровня, моделирующую двухслойную нейронную сеть структуры согласно варианту из таблицы 4.

Таблица 4 – Варианты для выполнения лабораторной работы

Номер варианта	$k$	Количество скрытых нейронов	Количество выходов	Функция активации в скрытом слое	Функция активации в выходном слое
1	2	5	2	Сигмоидная	Сигмоидная
2	3	7	2	Сигмоидная	Пороговая
3	2	7	1	Сигмоидная	Линейная
4	1	3	2	Сигмоидная	Сигмоидная
5	2	6	1	Сигмоидная	Пороговая
6	3	4	3	Сигмоидная	Линейная
7	2	8	1	Сигмоидная	Пороговая
8	1	9	3	Сигмоидная	Линейная
9	2	4	2	Линейная	Пороговая
10	1	5	1	Пороговая	Линейная
11	1	15	1	Сигмоидная	Сигмоидная
12	2	3	2	Сигмоидная	Пороговая
13	1	56	1	Пороговая	Линейная
14	1	23	2	Линейная	Сигмоидная
15	2	34	1	Пороговая	Сигмоидная

2 Веса задать случайным образом в диапазоне  $[-1; 1]$ . Подать на вход любую последовательность чисел. Построить график зависимости выхода(ов) сети от входа(ов).

3 Увеличить значения весов в 10 раз и повторить п. 2.

### *Вопросы для самоконтроля*

- 1 Многослойные нейронные сети с прямым распространением сигналов.
- 2 Архитектура многослойного персептрона.
- 3 Входной, выходной и скрытые слои нейронных элементов.
- 4 Количество синаптических связей многослойного персептрона.
- 5 Персептрон с одним скрытым слоем. Универсальный классификатор.
- 6 Формирование невыпуклой разделяющей поверхности с помощью персептрона с одним скрытым слоем и бинарной пороговой функцией активации нейронных элементов.
- 7 Задача «исключающее или».
- 8 Персептрон с двумя скрытыми слоями.
- 9 Проблема перетренировки сети.
- 10 Решение задачи бинарной классификации.

## 4 Лабораторная работа № 4. Нейронные сети высокого порядка

**Цель работы:** освоить навыки работы с нейронными сетями высокого порядка, решение задачи «исключающее или» с помощью нейронной сети второго порядка; рассмотреть алгоритм обратного распространения ошибки, последовательное обучение, дельта-правило обучения многослойных персептронов в общем виде.

Нейронные сети высокого порядка позволяют разбивать входное пространство образов на классы с помощью нелинейных разделяющих поверхностей. Взвешенная сумма нейронных элементов многослойного персептрона содержит только слагаемые первого порядка. В отличие от этого взвешенная сумма нейронного элемента сети высокого порядка содержит произведения двух или более компонент входного вектора  $X$ . Так, для нейронной сети второго порядка

$$S = \sum_{i=1}^N w_i x_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} x_i x_j - T.$$

Разделяющая поверхность, определяемая уравнением  $S = 0$ , называется гиперквадрикой (поверхность второго порядка).

На рисунке 5 изображена структура такой сети для решения задачи «ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ».

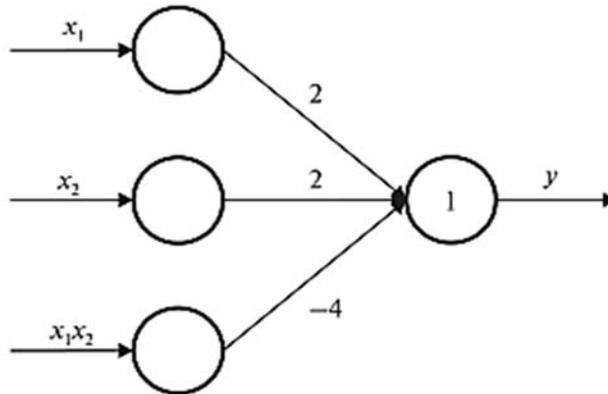


Рисунок 5 – Многослойный персептрон

В качестве функции активации выходного нейрона применяется пороговая функция. С учетом определенных на рисунке 5 весовых коэффициентов и порогов нейронной сети взвешенную сумму можно представить как

$$S = 2x_1 + 2x_2 - 4x_1x_2 - T.$$

Для обучения нейронных сетей высокого порядка может использоваться алгоритм обратного распространения ошибки.

## Порядок выполнения работы

Написать программу на языке высокого уровня, моделирующую нейронную сеть высокого порядка согласно варианту из таблицы 5.

Весы задать случайным образом в диапазоне  $[-1; 1]$ . Подать на вход любую последовательность чисел.

Таблица 5 – Варианты для выполнения лабораторной работы

Номер варианта	Реализовать функцию
1	$((x_1 \vee x_2) \leftrightarrow x_3) \rightarrow ((x_1 \wedge x_2) \vee x_3)$
2	$((x_1 \vee x_2) \wedge x_3) \leftrightarrow ((x_1 \wedge x_2) \vee \bar{x}_3)$
3	$((x_1 \wedge x_2) \rightarrow x_3) \wedge ((x_1 \vee x_2) \rightarrow (x_2 \wedge x_3))$
4	$((\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2) \leftrightarrow (x_1 \wedge x_3)) \wedge (x_2 \vee x_3)$
5	$(\bar{x}_1 \rightarrow (x_2 \leftrightarrow x_3)) \wedge (x_1 \vee x_2)$
6	$((x_1 \wedge x_3) \vee x_2) \rightarrow ((x_1 \leftrightarrow x_2) \vee x_3)$
7	$((x_1 \wedge x_2) \rightarrow (x_1 \wedge x_3)) \leftrightarrow (x_2 \wedge \bar{x}_3)$
8	$((x_1 \vee \bar{x}_2) \leftrightarrow x_3) \rightarrow ((x_1 \wedge x_2) \leftrightarrow x_3)$
9	$((x_1 \rightarrow \bar{x}_2) \wedge x_3) \leftrightarrow ((x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee \bar{x}_3)$
10	$((\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2) \leftrightarrow (x_1 \rightarrow x_3)) \vee (x_2 \wedge \bar{x}_3)$

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Нейронные сети высокого порядка. Гиперквадрики.
- 2 Алгоритм обратного распространения ошибки.
- 3 Дельта-правило обучения многослойных персептронов в общем виде.
- 4 Групповое обучение. Минимизация суммарной квадратичной ошибки. Обобщенное дельта-правило для группового обучения.
- 5 Обобщённое дельта-правило для различных функций активации нейронных элементов: сигмоидной, биполярной сигмоидной, гиперболического тангенса, функции активации softmax, ректификационной функции активации ReLU.
- 6 Алгоритм обратного распространения ошибки для последовательного обучения. Недостатки алгоритма.
- 7 Гетерогенные персептроны. Обобщенное дельта-правило для гетерогенной сети.
- 8 Алгоритм многократного распространения ошибки.
- 9 Преобразование входных данных к приемлемому диапазону значений.
- 10 Преобразование разнородных входных данных.
- 11 Преобразование входных данных из временного пространства в другие области.

## 5 Лабораторная работа № 5. Классификация образов

**Цель работы:** изучить особенности методов распознавания образов, использующих контролируемое обучение, и научиться классифицировать объекты.

На основе предъявленного образа (графического файла) требуется автоматическое определение цифры, изображенной в файле.

Процедура разработки и обучения сети выглядит следующим образом.

Шаг 1. Определение характеристик распознаваемых образов:

- тип распознаваемых образов – растровый графический файл;
- набор измеряемых параметров образов – образ задается совокупностью пикселей, каждый из которых характеризуется интенсивностью красного, зеленого и синего цветов (модель RGB);

- классы распознаваемых образов – цифры от 0 до 9 (10 классов).

Шаг 2. Изображение пропустить через «черно-белый» фильтр, разбить на стандартное количество одинаковых сегментов и определить для каждого сегмента преобладающий цвет (черный или белый).

Вектор входных величин сети для отдельного распознаваемого образа (файла) будет состоять из одного и того же количества элементов, каждый из которых может принимать значения: 1 (цвет сегмента черный) или 0 (цвет сегмента белый).

Количество элементов вектора выходных величин будет соответствовать количеству классов распознаваемых образов. Значения элементов вектора нормализованы и равны 1 (признак принадлежности к классу) или 0 (в противном случае) (рисунок 6).

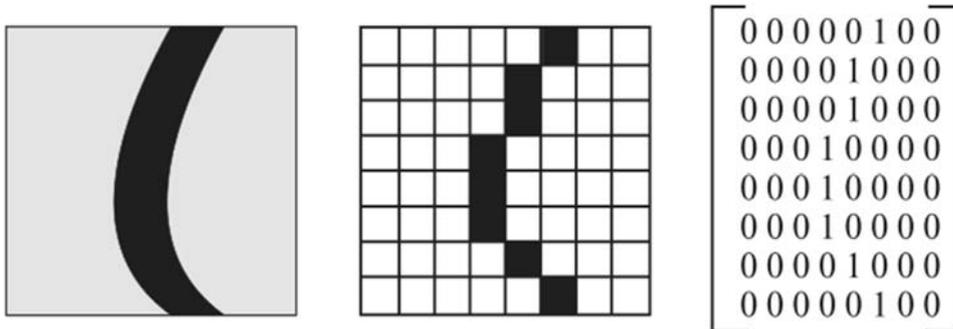


Рисунок 6 – Этапы преобразования изображения

Шаг 3. Проектирование архитектуры искусственной нейронной сети: количество слоев, количество нейронов в каждом слое, тип связей между нейронами, функция активации.

Шаг 4. Обучение сети выполняется с помощью алгоритма с обратным распространением ошибки.

## Порядок выполнения работы

Разработать программу «Распознавание образов».

- 1 Построить нейронную сеть для распознавания букв латинского алфавита.
- 2 Построить нейронную сеть для распознавания несколько зашумленных букв.

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Примеры использования персептронов для решения задач классификации образов.
- 2 Экспертные системы.
- 3 Прогнозирование временных рядов.
- 4 Использование персептронов для решения задач автономного управления автомобилем.
- 5 Использование персептронов для решения задач автономного управления роботом.

## 6 Лабораторная работа № 6. Сверточные нейронные сети

**Цель работы:** изучить архитектуру сверточной нейронной сети LeNet-5 для классификации рукописных цифр; рассмотреть обучение сверточных нейронных сетей; изучить алгоритм обратного распространения ошибки, адаптированный к архитектуре сверточной сети; рассмотреть метод главных компонент, применение метода для сжатия данных и восстановления информации.

Рассмотрим архитектуру сверточной нейронной сети LeNet-5 для классификации рукописных цифр (рисунок 7).

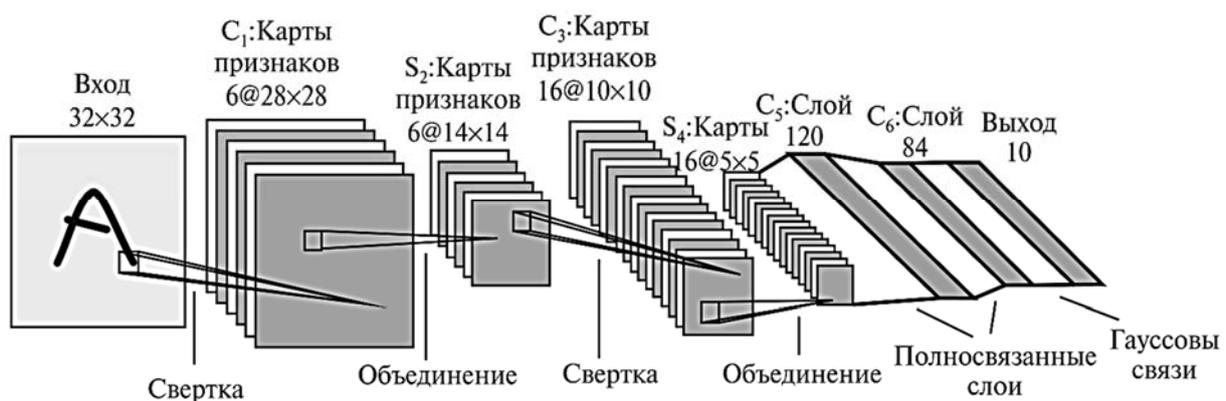


Рисунок 7 – Архитектура сети LeNet-5

Входное изображение имеет размер  $32 \times 32$  пикселя. Скользящее окно размерностью  $5 \times 5$  сканирует изображение с шагом 1, и каждый фрагмент изображения поступает на соответствующий нейронный элемент карты признаков сверточного слоя  $S_1$  нейронной сети.

Слой  $C_1$  состоит из шести карт признаков, где каждая карта содержит  $28 \times 28$  нейронов.

Слой  $S_2$  представляет собой подвыборочный слой с шестью картами признаков. Каждый нейрон подвыборочного слоя вычисляет среднее значение четырех нейронов в сверточном слое, т. е.  $k = 2$ . Каждая карта подвыборочного слоя  $S_2$  содержит  $14 \times 14$  нейронных элементов.

Слой  $C_3$  является сверточным слоем с 16 картами признаков и ядром сканирования  $5 \times 5$  для каждой карты и одвыборочного слоя. Тогда размерность каждой карты признаков сверточного слоя  $C_3$  равняется  $10 \times 10$  нейронных элементов.

В LeNet-5 слои  $S_2$  и  $C_3$  образуют не полностью связанную нейронную сеть, где нейроны этих слоев имеют синаптические связи между собой в соответствии с таблицей 6.

Таблица 6 – Синаптические связи между слоями

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1				1	1	1			1	1	1	1		1	1
2	1	1				1	1	1			1	1	1	1		1
3	1	1	1				1	1	1			1		1	1	1
4		1	1	1			1	1	1	1			1		1	1
5			1	1	1			1	1	1	1		1	1		1
6				1	1	1			1	1	1	1		1	1	1

Каждые столбец и строка таблицы характеризуют соответственно карты признаков сверточного  $C_3$  и подвыборочного  $S_2$  слоев. Знак  $X$  указывает на наличие связей между нейронами соответствующих карт.

Слой  $S_4$  является подвыборочным слоем с 16 картами признаков и ядром  $2 \times 2$  для каждой карты признаков сверточного слоя. Поэтому каждый нейрон подвыборочного слоя  $S_4$  вычисляет среднее значение четырех нейронов в сверточном слое  $C_3$ , т. е.  $k = 2$ . Размерность карты признаков данного слоя составляет  $5 \times 5$  нейронных элементов.

Сверточный слой  $C_5$  сканирует подвыборочный слой окном размерностью  $5 \times 5$ . При этом каждый нейрон подвыборочного слоя имеет синаптические связи со всеми нейронами сверточного слоя.

Слой  $F_6$  содержит 84 нейронных элемента с функцией активации гиперболического тангенса и функционирует как классический персептронный слой.

Выходной слой состоит из 10 нейронных элементов, каждый из которых формирует выходное значение в соответствии с радиально-базисной функцией активации:

$$y_i = e^{-\frac{\sum_i (x_i - w_{ij})^2}{2\sigma^2}},$$

где  $x_i$  – выходное значение  $i$ -го нейронного элемента слоя  $F_6$ ;

$w_{ij}$  – весовые коэффициенты между последними слоями;

$\sigma$  – среднее квадратичное отклонение, характеризующее ширину радиально-базисной функции.

### Порядок выполнения работы

Разработать сверточную нейронную сеть архитектуры LeNet-5 для распознавания рукописных цифр. Использовать базу данных MNIST.

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Сверточные нейронные сети.
- 2 Математическое описание сверточного слоя.
- 3 Архитектура сверточной нейронной сети LeNet-5 для классификации рукописных цифр.
- 4 Обучение сверточных нейронных сетей.
- 5 Алгоритм обратного распространения ошибки, адаптированный к архитектуре сверточной сети.
- 6 Редуцированная архитектура сверточной сети для распознавания рукописных цифр.

## 7 Лабораторная работа № 7. Автоэнкодерные нейронные сети

**Цель работы:** рассмотреть архитектуру автоэнкодерной нейронной сети, виды представления автоэнкодерной нейронной сети, правило обучения Ойя на основе метода градиентного спуска, правило обучения Ойя для нелинейной сети, обобщенное дельта-правило.

Автоэнкодерная нейронная сеть представляет собой совокупность двух слоев нейронных элементов, которые соединены между собой двунаправленными связями (рисунок 8).

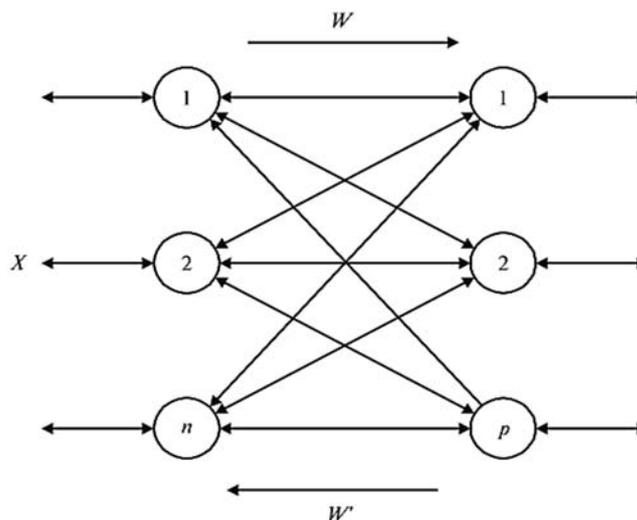


Рисунок 8 – Архитектура автоэнкодерной нейронной сети

Каждый из слоев нейронных элементов может использоваться в качестве входного или выходного. Если слой нейронных элементов служит в качестве входного, то он выполняет распределительные функции. В противном случае нейронные элементы слоя являются обрабатывающими. Весовые коэффициенты, соответствующие прямым и обратным связям, характеризуются матрицей весовых коэффициентов  $W$  и  $W$ .

Сжатие изображений.

Для упрощения процедуры обработки изображение размерностью  $n \times n$  можно разделить на множество блоков размерностью  $c \times c$ , где  $c < n$  (рисунок 9).

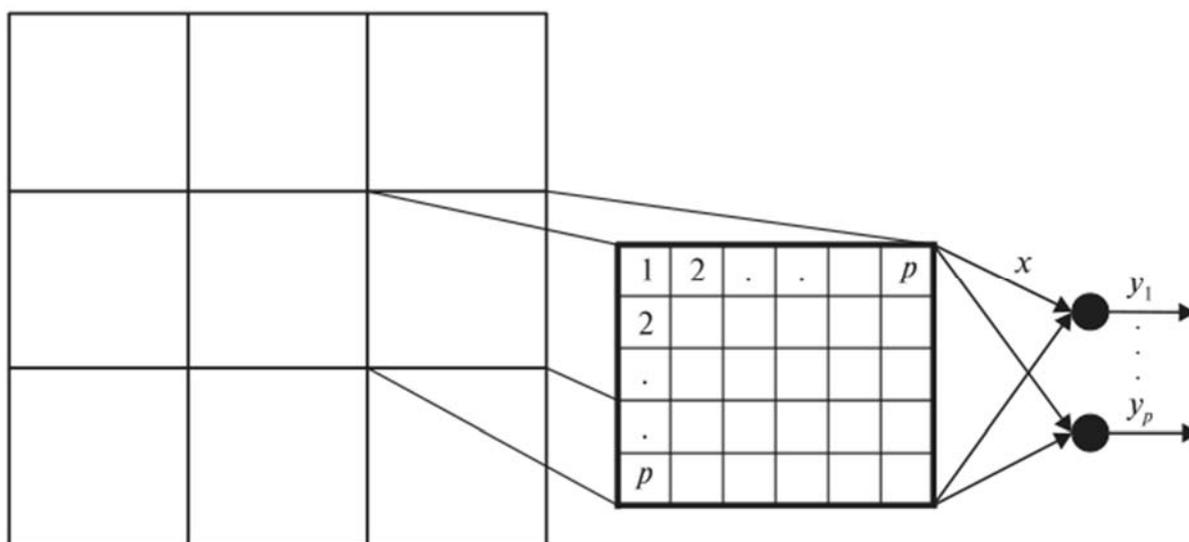


Рисунок 9 – Разбиение исходного изображения на блоки размерностью  $c \times c$

При этом количество таких блоков можно найти по формуле  $k = \left(\frac{n}{c}\right)^2$ .

Назовем блок размерностью  $p \times p$  окном, которому поставим в соответствие рециркуляционную нейронную сеть. Количество нейронов первого слоя такой сети отвечает размерности окна и равно  $p \times p$ , число нейронов второго слоя обозначим через  $p$ . Сканируя изображение при помощи окна и подавая его на нейронную сеть, можно сжать входное изображение.

### Порядок выполнения работы

Построить автоэнкодерную нейронную сеть для сжатия изображений. Изображения выбрать самостоятельно.

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Архитектура автоэнкодерной нейронной сети.
- 2 Линейные автоэнкодерные сети.

3 Правило обучения Ойя. Получение правила Ойя на основе метода градиентного спуска.

4 Правило обучения Ойя для нелинейной сети.

5 Обобщённое дельта-правило.

6 Кумулятивное дельта-правило, его применение для обучения нелинейных автоэнкодерных нейронных сетей.

7 Алгоритм послойного обучения.

8 Применение автоэнкодерных нейронных сетей для предварительной обработки данных.

9 Применение автоэнкодерных нейронных сетей для классификации и визуализация данных.

10 Применение автоэнкодерных нейронных сетей для обнаружения аномалий.

11 Применение автоэнкодерных нейронных сетей для разделения гауссовских сигналов.

## 8 Лабораторная работа № 8. Нейронная сеть Хопфилда

**Цель работы:** рассмотреть архитектуру нейронной сети Хопфилда, правило обучения Хебба, обучение нейронной сети Хопфилда с использованием правила Хебба, применение сетей Хопфилда для решения комбинаторных задач оптимизации и задача коммивояжера.

Нейронная сеть Хопфилда характеризуется обратными связями. В ней каждый нейрон имеет синаптические связи со всеми остальными нейронами сети. Архитектура сети в виде двух слоев нейронных элементов (рисунок 10).

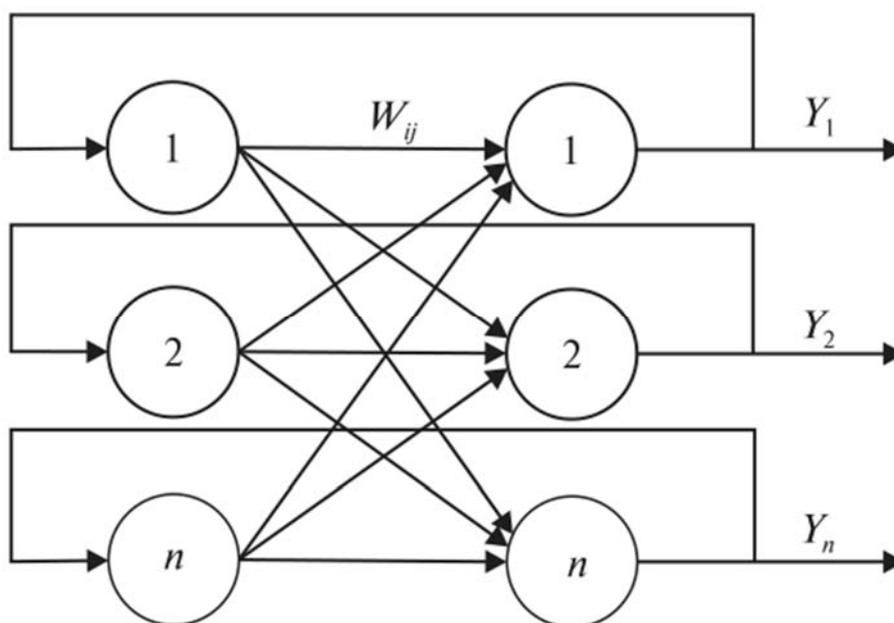


Рисунок 10 – Сеть Хопфилда с двумя нейронными элементами

Первый слой является распределительным, а второй слой нейронных элементов осуществляет нелинейное преобразование взвешенной суммы:

$$y_j(t+1) = F(S_j)t = F\left(\sum_{i=1, i \neq j}^N \omega_{ij} y_i(t) - T_j\right),$$

где  $y_j(t+1)$  – выходное значение  $j$ -го нейронного элемента в момент времени  $t+1$ ;

$F$  – оператор нелинейного преобразования;

$T_j$  – пороговое значение  $j$ -го нейрона.

Самоадаптация и самоорганизация нейронных сетей достигается в процессе их обучения, в ходе которого определяются синаптические связи между нейронными элементами. Обучающие правила устанавливают, как изменяются весовые коэффициенты в ответ на входное воздействие. Для обучения сети Хопфилда используется правило обучения Хебба.

Функционирование сети Хопфилда представляет собой релаксационный процесс, в ходе которого сеть достигает устойчивого состояния.

#### **Алгоритм функционирования можно представить в виде их шагов.**

Шаг 1. На вход сети подается неизвестный образ.

Шаг 2. В зависимости от синхронного или асинхронного режима работы сети производятся следующие вычисления:

а) при синхронном режиме функционирования сети выходы нейронных элементов изменяются одновременно:

$$y_j(t+1) = F\left(\sum_{i=1}^N \omega_{ij} y_i(t)\right),$$

где в качестве оператора нелинейного преобразования  $F$  обычно используется пороговая функция;

б) в случае асинхронного режима работы в каждый такт времени изменяется состояние только одного нейронного элемента  $k$ :

$$y_j(t+1) = F\left(\sum_{i=1}^N \omega_{ij} y_i(t)\right), \quad j = k,$$

$$y_j(t+1) = y_i(t), \quad j = k.$$

При этом на каждом шаге работы сети такой нейронный элемент выбирается случайно из всей совокупности нейронных элементов или из тех нейронов, которые на предыдущем шаге не изменяли свое состояние.

Шаг 3. Пункт 2 повторяется до тех пор, пока сеть не перейдет в стабильное состояние. При этом состояния всех нейронных элементов перестают изменяться, т. е.

$$y_j(t+1) = y_i(t)$$

для всех  $j$ .

## Порядок выполнения работы

Создать и обучить сеть Хопфилда для решения задачи коммивояжера.

Пусть даны города и расстояния между ними. Требуется найти замкнутый маршрут коммивояжера, который начинается и заканчивается в одном и том же городе и проходит через все города. При этом маршрут должен иметь минимальную длину, а также входить в каждый город и выходить из него по одному разу.

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Архитектура нейронной сети Хопфилда.
- 2 Нейронная сеть Хопфилда с дискретным временем.
- 3 Нейронная сеть Хопфилда как динамическая система.
- 4 Параллельная и последовательная динамика работы сети Хопфилда.
- 5 Энергия сети Хопфилда. Анализ аттракторов.
- 6 Правило обучения Хебба. Ассоциативная память.
- 7 Обучение нейронной сети Хопфилда с использованием правила Хебба.
- 8 Функционирование сети Хопфилда. Алгоритм функционирования.
- 9 Асинхронный и синхронный режимы функционирования сети Хопфилда.
- 10 Применение сетей Хопфилда для решения комбинаторных задач оптимизации.

## 9 Лабораторная работа № 9. Нейронная сеть Хэмминга

**Цель работы:** рассмотреть архитектуру нейронной сети Хэмминга, правила определения весовых коэффициентов для различных слоев нейронной сети Хэмминга; провести обучение двунаправленной памяти с помощью правила Хебба.

Сеть Хэмминга многослойная и состоит из различных классов нейронных сетей (рисунок 11).

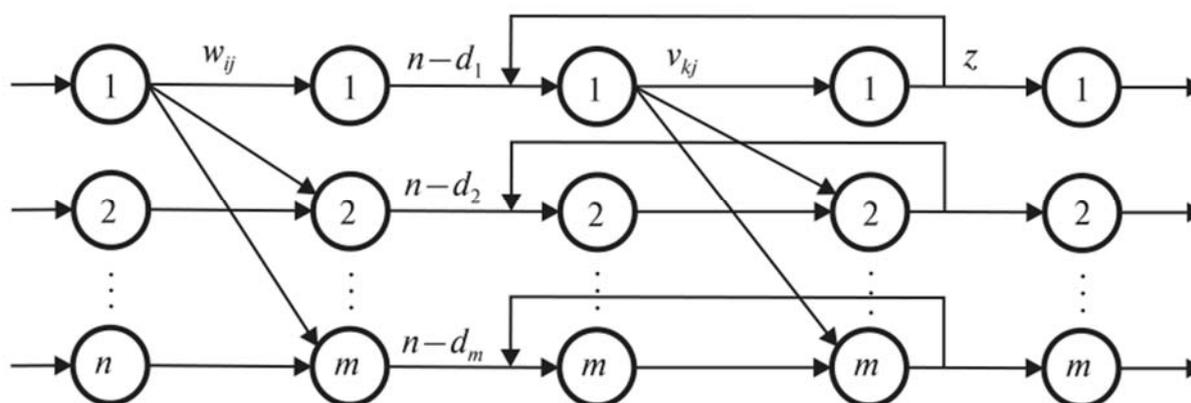


Рисунок 11 – Архитектура нейронной сети Хэмминга

Сеть с прямыми связями состоит из  $n$  входных распределительных и  $m$  выходных нейронных элементов. Она вычисляет меру подобия между входным и эталонным образом, хранящимися в сети. В качестве меры подобия используется количество одинаковых разрядов между входным и эталонным образом. Тогда выходное значение  $i$ -го нейрона второго слоя представляет собой меру подобия  $P_i$  между входным и  $i$ -м эталонным образом:

$$P_i = n - d_i,$$

где  $d_i$  – расстояние Хэмминга между входным и  $i$ -м эталонным паттерном.

### **Алгоритм функционирования нейронной сети Хэмминга.**

Шаг 1. Определяются весовые коэффициенты и пороговые значения для соответствующих слоев нейронной сети.

Шаг 2. На вход сети подается неизвестный образ и производится инициализация нейронных элементов сети Хопфилда.

Шаг 3. Производится итерационная процедура расчета выходных значений нейронной сети Хопфилда до тех пор, пока она не стабилизируется. В этом случае на выходе сети Хэмминга один нейронный элемент будет иметь единичное состояние, а остальные – нулевое состояние.

Шаг 4. Если в выходном слое существует несколько нейронных элементов-победителей, то выбор одного из них производится случайным образом.

### **Порядок выполнения работы**

Создать и обучить сеть Хэмминга для решения задачи распознавания подписи.

### **Вопросы для самоконтроля**

- 1 Нейронная сеть Хэмминга.
- 2 Архитектура нейронной сети Хэмминга.
- 3 Правила определения весовых коэффициентов для различных слоев нейронной сети Хэмминга.
- 4 Функция активации нейронных элементов.
- 5 Алгоритм функционирования нейронной сети Хэмминга.
- 6 Двухнаправленная ассоциативная память. Архитектура двухнаправленной памяти.
- 7 Обучение двухнаправленной памяти с помощью правила Хебба.
- 8 Алгоритм функционирования двухнаправленной ассоциативной памяти.
- 9 Релаксационная сеть с циркуляцией информации.

## 10 Лабораторная работа № 10. Самоорганизующиеся нейронные сети Кохонена

**Цель работы:** рассмотреть архитектуру сети Кохонена, конкурентные нейронные сети; изучить определение нейрона-победителя по взвешенной сумме; изучить определение нейрона-победителя по евклидовому расстоянию.

Архитектура нейронной сети Кохонена в общем случае представляет собой двуслойную нейронную сеть с прямыми связями (рисунок 12).

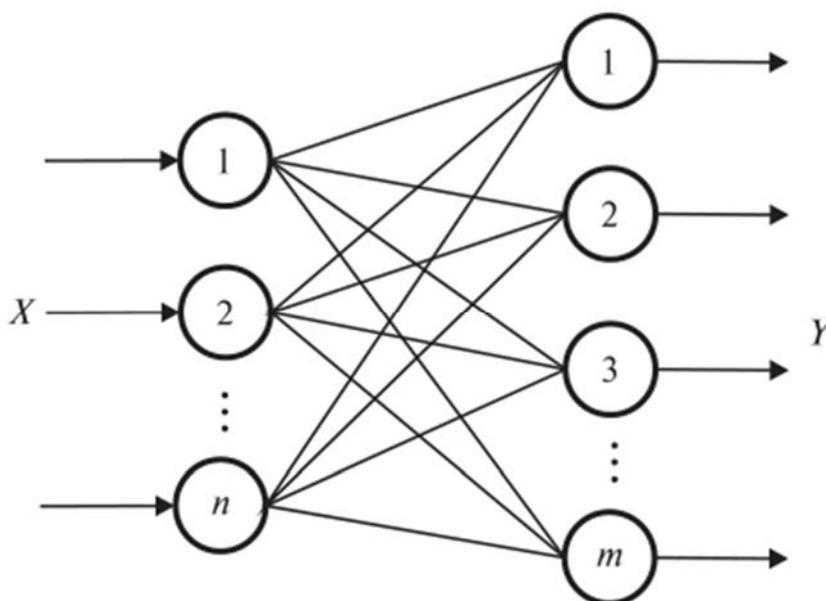


Рисунок 12 – Архитектура нейронной сети Кохонена

Первый слой выполняет чисто распределительные функции, причем каждый нейрон его имеет соединения со всеми нейронными элементами выходного слоя. Второй слой нейронных элементов является обрабатывающим.

Нейронная сеть Кохонена использует конкурентный принцип обучения и функционирования. В соответствии с этим принципом при подаче на сеть входного образа значение только одного нейронного элемента выходного слоя принимается равным 1, а выходные значения остальных нейронов – 0. Нейронный элемент, имеющий выходное значение 1, называется победителем в конкурентной борьбе. По мере поступления входных образов на такую сеть посредством обучения происходит разбиение  $n$ -мерного входного пространства на различные области решений, каждой из которых соответствует отдельный нейрон обрабатывающего слоя. Границы отдельной области перпендикулярны линиям, проведенным между центроидами соседних областей решений. Такое разделение пространства называется диаграммой Вороного или картами Кохонена. Для двумерного случая ( $n > 2$ ,  $m > n$ ) область решений представляет собой правильные шестиугольники, в результате чего получается наименьшая ошибка.

Конкуренентное обучение (competitive learning) – основной метод для обучения нейронных сетей Кохонена. Нейронные сети, использующие такой метод обучения, называются конкурентными. При конкурентном обучении сеть Кохонена функционирует по принципу «победитель берет все» (winner take all). Это означает, что выходное значение только нейрона-победителя с номером  $k$  равно единице, а выходные значения остальных нейронных элементов – нулю:

$$y_j = F(S_j) = \begin{cases} 1, & j = k, \\ 0, & j \neq k. \end{cases}$$

Для нейрона-победителя в процессе обучения синаптические связи усиливаются, а для остальных нейронов в общем случае не изменяются.

Для определения нейрона-победителя применяются следующие методы:

- 1) по максимальному значению взвешенной суммы нейронных элементов второго слоя;
- 2) по максимальному значению евклидова расстояния между входным образом и весовыми векторами нейронов обрабатывающего слоя.

### Порядок выполнения работы

Создать и обучить сеть Кохонена для решения задачи коммивояжера.

Архитектура нейронной сети состоит из двух входных нейронов, которым соответствуют координаты  $x$  и  $y$ , и из  $N$  нейронов слоя Кохонена.

Нейроны слоя Кохонена образуют одномерную цепочку (рисунок 13).

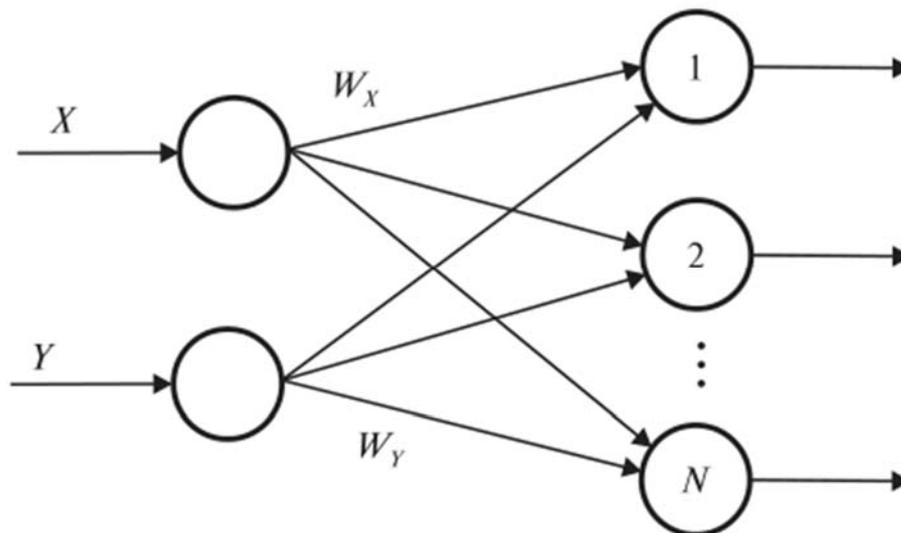


Рисунок 13 – Архитектура сети Кохонена для решения задач коммивояжера

### Вопросы для самоконтроля

- 1 Самоорганизующиеся нейронные сети.
- 2 Нейронные сети Кохонена. Архитектура сети Кохонена.
- 3 Конкурентный принцип обучения и функционирования.
- 4 Конкурентные нейронные сети. Принцип «победитель берет все».
- 5 Определение нейрона-победителя по взвешенной сумме.
- 6 Геометрическая интерпретация определения нейрона-победителя.
- 7 Определение нейрона-победителя по евклидовому расстоянию.
- 8 Нейронная сеть для векторного квантования.
- 9 Кодовый вектор и кодовая книга. Общая ошибка квантования.
- 10 Конкурентное обучение со многими победителями.
- 11 Контролируемое конкурентное обучение.
- 12 Самоорганизующиеся карты Кохонена.

## 11 Лабораторная работа № 11. Обучение глубоких нейронных сетей

**Цель работы:** рассмотреть архитектуру глубокой нейронной сети, метод с предварительным обучением и его этапы, метод стохастического градиента, автоэнкодерный метод обучения; научиться применять глубокие нейронные сети для сжатия данных, визуализацию данных, визуализацию рукописных цифр с применением глубокого автоэнкодера, узнать классификацию образов.

Глубокая нейронная сеть содержит множество скрытых слоев нейронных элементов (рисунок 14) и осуществляет глубокое иерархическое преобразование входного пространства образов.

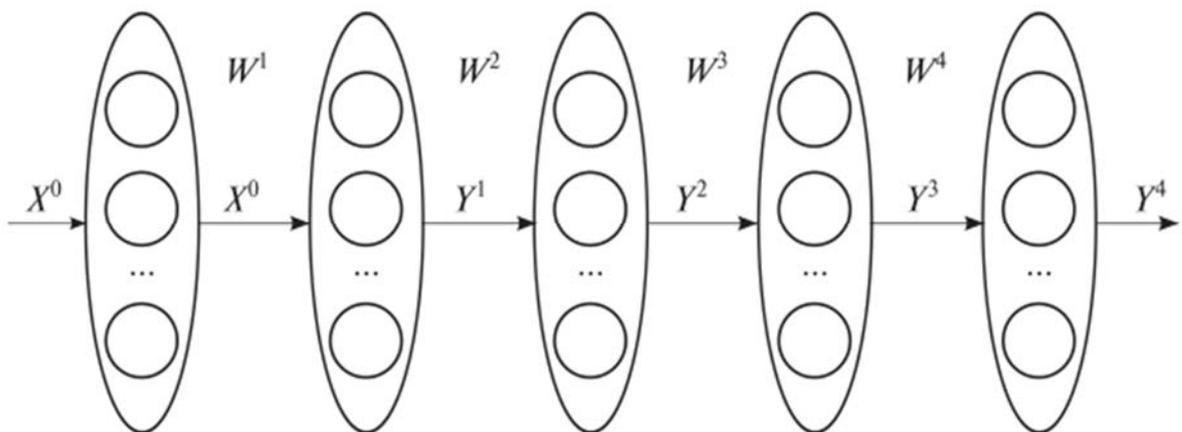


Рисунок 14 – Глубокая нейронная сеть

Существует два основных метода обучения:

1) метод с предварительным обучением, который состоит из двух этапов:

– предобучение нейронной сети методом послойного обучения начиная с первого слоя (pre-training). Данное обучение осуществляется без учителя и базируется на ограниченной машине Больцмана (RBM);

– настройка синаптических связей всей сети (fine-tuning) при помощи алгоритма обратного распространения ошибки или алгоритма «бодрствования и сна» (wake-sleep algorithm);

2) метод стохастического градиента (SGD) с ректификационной функцией активации (ReLU) нейронных элементов.

Ограниченная машина Больцмана состоит из двух слоев стохастических бинарных нейронных элементов, которые соединены между собой двунаправленными симметричными связями (рисунок 15).

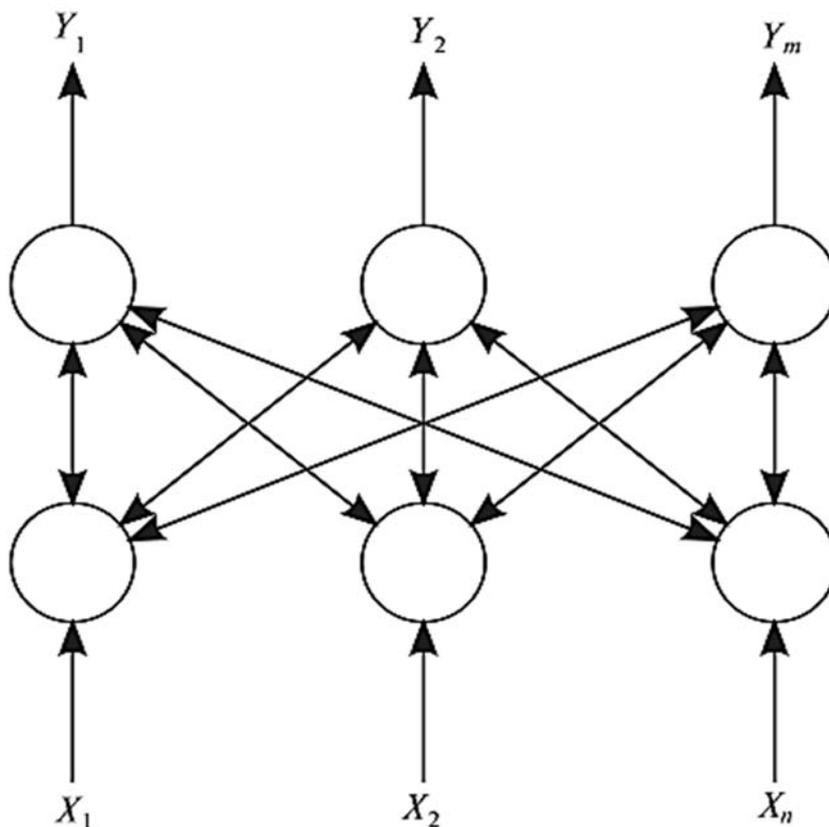


Рисунок 15 – Ограниченная машина Больцмана

Входной слой нейронных элементов называется видимым (слой  $X$ ), а второй слой – скрытым (слой  $Y$ ). Глубокую нейронную сеть можно представить как совокупность ограниченных машин Больцмана. Ограниченная машина Больцмана может аппроксимировать (генерировать) любое дискретное распределение, если используется достаточное количество нейронов скрытого слоя.

В RBM нейроны скрытого слоя – это детекторы признаков, которые обуславливают закономерности входных данных. Основная задача обучения состоит в воспроизведении распределения входных данных на основе состояний нейронов скрытого слоя как можно точнее. Это эквивалентно максимизации функции правдоподобия путем модификации синаптических связей нейронной сети.

Обучение нейронной сети глубокого доверия происходит на основе «жадного» алгоритма послойного обучения (greedy layer-wise algorithm).

Глубокие нейронные сети используются для сжатия и визуализации данных, распознавания образов, обработки речи и т. д.

### **Порядок выполнения работы**

1 Произвести визуализацию рукописных цифр с применением глубокого автоэнкодера на основе базы данных MNIST. Для отображения 784-мерных образов в двумерное пространство признаков использовать глубокий автоэнкодер с архитектурой 784-1000-500-250-2-250-500-1000-784. В среднем слое нейронной сети, который состоит из двух нейронов, применяется линейная функция активации, в остальных слоях – сигмоидная функция активации.

2 Произвести визуализацию рукописных цифр с применением глубокого автоэнкодера на основе базы данных MNIST. В качестве классификатора взять глубокий персептрон с архитектурой 784-500-500-2000-10 и сигмоидной функцией активации.

### **Вопросы для самоконтроля**

- 1 Глубокие нейронные сети. Архитектура глубокой нейронной сети.
- 2 Метод с предварительным обучением и его этапы.
- 3 Метод стохастического градиента.
- 4 Автоэнкодерный метод обучения. Алгоритм метода.
- 5 Ограниченная машина Больцмана. Стохастическая нейронная сеть.
- 6 Применение глубоких нейронных сетей. Сжатие данных, визуализация данных, визуализация рукописных цифр, классификация образов.

## Список литературы

1 **Головко, В. А.** Нейросетевые технологии обработки данных: учебное пособие / В. А. Головко, В. В. Краснопрошин. – Минск: БГУ, 2017. – 263 с.

2 **Коэльо, Л.** Построение систем машинного обучения на языке Python [Электронный ресурс] / Л. Коэльо, В. Ричарт. – Москва: ДМК Пресс, 2016. – 302 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1027824>. – Дата доступа: 08.04.2022.

3 **Кук, Д.** Машинное обучение с использованием библиотеки H2O [Электронный ресурс] / Д. Кук. – Москва: ДМК Пресс, 2018. – 250 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1028135>. – Дата доступа: 08.04.2022.

4 **Масленникова, О. Е.** Основы искусственного интеллекта: учебное пособие [Электронный ресурс] / О. Е. Масленникова, И. В. Гаврилова. – 3-е изд., стер. – Москва: ФЛИНТА, 2019. – 283 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1034902>. – Дата доступа: 08.04.2022.

5 **Осипов Г. С.** Методы искусственного интеллекта [Электронный ресурс] / Г. С. Осипов – Москва: Физматлит, 2011. – 296 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/544787>. – Дата доступа: 08.04.2022.

6 **Рашка, С.** Python и машинное обучение: крайне необходимое пособие по новейшей предсказательной аналитике, обязательное для более глубокого понимания методологии машинного обучения [Электронный ресурс] / С. Рашка. – Москва: ДМК Пресс, 2017. – 418 с. Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1027758>. – Дата доступа: 08.04.2022.