

DOI: 10.53078/20778481_2022_3_108

УДК 629.114.2

Э. И. Ясюкович

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ

E. I. Yasyukovich

SIMULATION MODELING OF PASSENGER CAR MOTION

Аннотация

Рассматриваются математическая модель и программное обеспечение имитационного моделирования курсового движения легкового автомобиля по дорогам с микро- и макропрофилем. Математическая модель разработана с учетом вертикальной динамики, а программное обеспечение – с учетом отрыва колес от опорной поверхности.

Ключевые слова:

легковой автомобиль, курсовое движение, вертикальная динамика, математическая модель, микро- и макропрофиль, опорная поверхность, управляемые колеса, программное обеспечение, траектория движения, имитационное моделирование.

Для цитирования:

Ясюкович, Э. И. Имитационное моделирование курсового движения легкового автомобиля / Э. И. Ясюкович // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2022. – № 3 (76). – С. 108–116.

Abstract

The paper considers a mathematical model and software for simulation modeling of passenger car motion on roads with a micro- and macroprofile. The mathematical model takes into account vertical dynamics; and the software developed regards the wheels breaking free from the supporting surface.

Keywords:

passenger car, passenger car motion, vertical dynamics, mathematical model, micro- and macroprofile, supporting surface, driven wheels, software, motion trajectory, simulation modeling.

For citation:

Yasyukovich, E. I. Simulation modeling of passenger car motion / E. I. Yasyukovich // The Belarusian-Russian university herald. – 2022. – № 3 (76). – P. 108–116.

Введение

Математическое моделирование курсового движения колесных машин позволяет оценить их функциональные свойства и оптимизировать конструктивные параметры еще на стадии проектирования.

Эффективность колесных машин определяется такими показателями, как скорость движения, маневренность,

курсовая устойчивость и управляемость, которые в значительной степени зависят от параметров их ходовой части, а также упругодиссипативных характеристик подвески и шин. Выбор рациональных значений указанных параметров может быть выполнен с использованием занимающих много времени и требующих значительных средств натурных испытаний. Поэтому в работе для исследования влияния упругодис-

сипативных параметров автомобиля на его курсовую устойчивость управляемого курсового движения предложена методика имитационного моделирования, построенная на основе разработанной математической модели.

В процессе управляемого курсового движения автомобиль испытывает неравномерность нагрузки на шины и элементы подвески, поэтому для повышения точности имитационного моделирования его математическая модель должна содержать дифференциальные уравнения вертикальных, продольно- и поперечно-угловых колебаний остова, а также вертикальных и угловых относительно вертикальной оси колебаний движителей.

Целью работы является разработка методики моделирования управляемого курсового движения легкового автомобиля по недеформируемым опорным поверхностям с микро- и макропрофилем.

Построение математической модели курсового движения автомобиля

Для построения математической модели курсового движения легкового автомобиля были обоснованно выбраны независимые динамические и кинематические параметры, построены расчетные схемы и выполнен вывод соответствующих дифференциальных уравнений.

Математическая модель построена на основе схемы Лагранжа второго рода [1, 4], позволяющей формализовать режимы установившегося и неустановившегося движения автомобиля с управляющими воздействиями водителя на рулевое колесо.

Разработанная математическая модель содержит подсистемы, описывающие имитацию вертикальных и продольно-поперечных колебаний поддрессоренной массы (остова) автомобиля, его курсового движения, а также вертикальных и

угловых колебаний движителей.

Подсистема вертикальных и продольно-поперечных колебаний поддрессоренной массы содержит три дифференциальных уравнения второго порядка для независимых координат: z_c – вертикальные перемещения центра масс; ψ , Φ – углы поворота остова относительно центральных продольной и поперечной осей. В подсистеме курсового движения используются координаты: φ , x_c , y_c – курсовой угол и перемещения центра масс автомобиля по его центральным продольной и поперечной осям. В качестве независимых переменных подсистемы вертикальных и угловых колебаний движителей автомобиля использовались вертикальные перемещения z_1, z_2, z_3, z_4 центров масс колес и угловые перемещения $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ ободьев относительно вертикальных осей их шин.

Для вывода уравнений курсового движения автомобиля была разработана расчетная схема, приведенная на рис. 1.

На рис. 1 расстояния от центра масс до центров передней оси и заднего моста автомобиля обозначены как l_1 и l_2 ; половина левой и правой ширины колеи передней осей – d_{k1}, d_{k2} , заднего моста – d_{k3}, d_{k4} ; управляемый водителем угол поворота переднего левого колеса – θ_1 . Для обозначения продольных линейных скоростей центров передних левого и правого колес используются переменные v_1, v_2 , левого и правого задних колес – переменные v_3, v_4 .

Проекции линейных скоростей центров колес автомобиля на их продольную и поперечную оси обозначены переменными $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{x}_3, \dot{y}_3, \dot{x}_4, \dot{y}_4$.

Для обеспечения движения автомобиля без бокового проскальзывания конструкция системы его управляемого движения обеспечивает изменение угла θ_2 поворота переднего правого колеса в зависимости от левого таким об-

разом, чтобы нормали к проекциям средних линий вертикальных плоскостей этих колес на опорной поверхности пересекались в точке O (см. рис. 1). Изменение угла поворота переднего правого колеса автомобиля определяется

по уравнению

$$\theta_2 = \arctg \left(\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{(d_{k1} + d_{k2}) / (l_1 + l_2)} \operatorname{tg} \theta_1 + 1 \right). \quad (1)$$

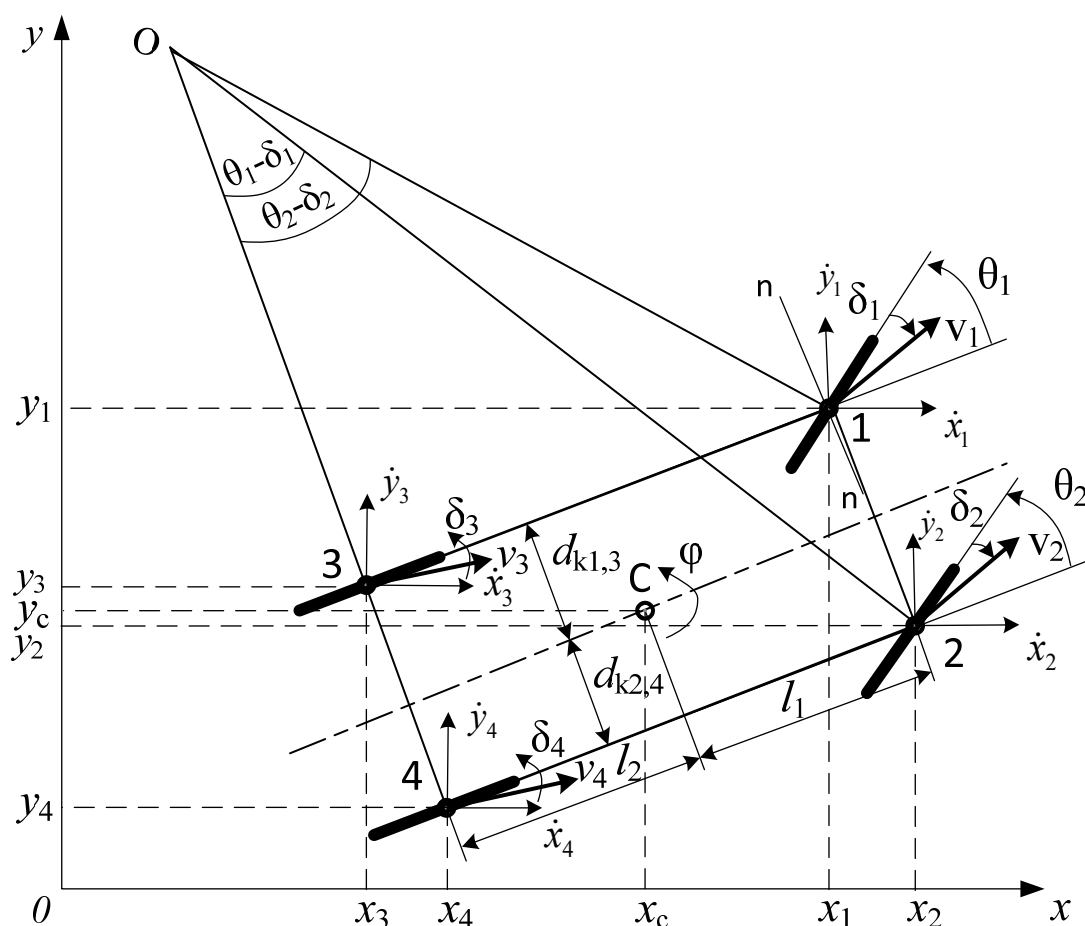


Рис. 1. Расчетная схема курсового движения автомобиля

Для моделирования взаимодействия пневматических шин автомобиля с опорной поверхностью использовалась теория увода Рокара [2, 3], согласно которой на колеса автомобиля действуют пропорциональные углам увода δ_i боковые реакции дороги P_{ki} :

$$P_{ki} = k_{ui} \delta_i, \quad i = 1 \dots 4, \quad (2)$$

где k_{ui} – коэффициент сопротивления боковому уводу шины i -го колеса, зави-

сящий от многих факторов [2, 3].

В связи с этим при интегрировании динамических уравнений курсового движения автомобиля значения коэффициентов k_{ui} необходимо уточнять на каждом шаге времени интегрирования уравнения движения.

Углы увода шин δ_i каждого колеса определялись по составленным уравнениям проекций скоростей \dot{x}_i и \dot{y}_i на нормали $n-n$ их продольных скоростей v_i (см. рис. 1).

Отсутствие бокового проскальзывания колес определялось выражением, описывающим разность этих проекций, которые приравнялись нулю, а затем

дифференцировались по времени. В результате таких преобразований были получены выражения для определения углов увода шин каждого колеса:

$$\left. \begin{aligned} \delta_i &= \varphi + \theta_i - \arctg((\dot{y}_c + \dot{\varphi}l_1 \cos \varphi \mp \dot{\varphi}d_i \sin \varphi) / (\dot{x}_c - \dot{\varphi}l_1 \sin \varphi \mp \dot{\varphi}d_i \cos \varphi)), \\ i &= 1, 2; \\ \delta_i &= \varphi - \arctg((\dot{y}_c + \dot{\varphi}l_1 \cos \varphi \mp \dot{\varphi}d_i \sin \varphi) / (\dot{x}_c - \dot{\varphi}l_1 \sin \varphi \mp \dot{\varphi}d_i \cos \varphi)), \\ i &= 3, 4. \end{aligned} \right\} (3)$$

Вывод уравнений продольно-поперечных и вертикальных колебаний центра масс автомобиля и вертикальных

колебаний колес выполнен на основе расчетной схемы, представленной на рис. 2.

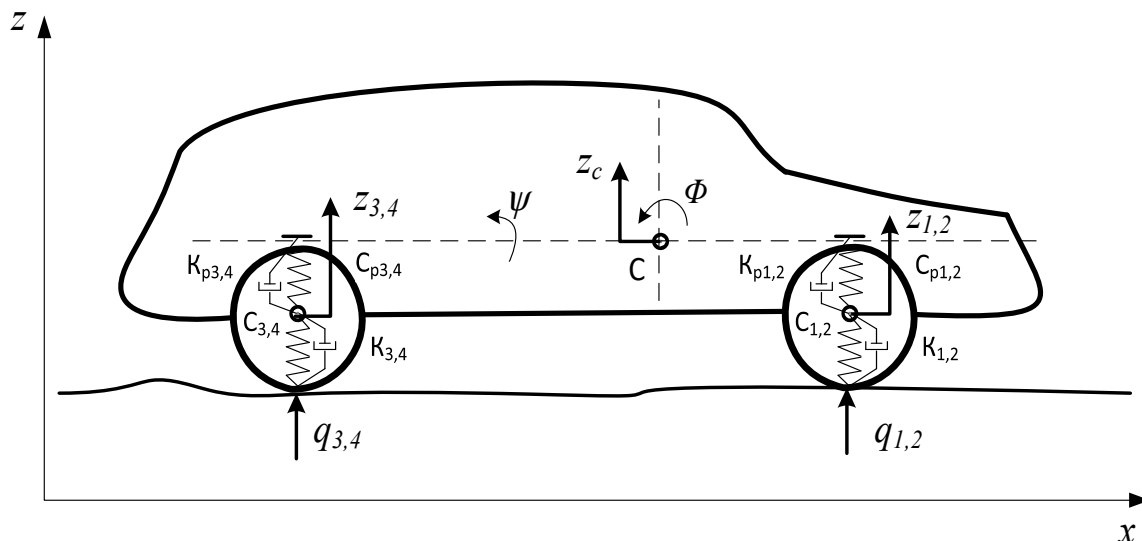


Рис. 2. Расчетная схема вертикальных и продольно-поперечных перемещений автомобиля

Параметры $q_1...q_4$ на рис. 2 представляют собой случайные вертикальные неровности дороги: $c_{p1}...c_{p4}$, $k_{p1}...k_{p4}$ – жесткости и коэффициенты демпфирования элементов подвески (левой, правой передней и задней); $c_1...c_4$, $k_1...k_4$ – жесткости и коэффициенты демпфирования (левой, правой передней и задней шин).

Полная математическая модель, содержащая уравнения продольно- и поперечно-угловых, а также вертикальных колебаний остова легкового автомобиля, его курсового движения, вертикальных колебаний колес и угловых колебаний шин, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{x}_c &= \left\{ -\sum_{i=1}^2 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} - \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{i=3}^4 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\
 \ddot{y}_c &= \left\{ \sum_{i=1}^2 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=3}^4 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\
 \ddot{\phi} &= \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \{Y_i [l_1 \cos(\theta_i - \delta_i)] \mp d_i \sin(\theta_i - \delta_i)\} + \\
 &\quad + P_{ki} [L_j \sin(\theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\theta_i - \delta_i)] / J_z; \\
 \ddot{z}_c &= \sum_{i=1}^4 \frac{P_{pi}}{m}; \quad \ddot{z}_i = \frac{P_i - P_{pi}}{m_i}, \quad i = 1 \dots 4; \\
 \ddot{\Psi} &= \frac{\left[\sum_{i=1}^4 \mp p_i d_i - F_c h_c \right]}{J_x}; \quad \ddot{\Phi} = \sum_{i=1}^4 \frac{P_{i1} l_i + P_{i2} l_2}{J_y}; \\
 \delta_i &= \varphi + \theta_i - \operatorname{arctg} \left(\frac{\dot{y}_c + \phi l_1 \cos \varphi \mp \phi d_i \sin \varphi}{\dot{x}_c - \phi l_1 \sin \varphi \mp \phi d_i \cos \varphi} \right), \quad i = 1, 2; \\
 \delta_i &= \varphi - \operatorname{arctg} \left(\frac{\dot{y}_c - \phi l_1 \cos \varphi \mp \phi d_i \sin \varphi}{\dot{x}_c + \phi l_1 \sin \varphi \mp \phi d_i \cos \varphi} \right), \quad i = 3, 4.
 \end{aligned} \right\} (4)$$

Моделирование вертикальных воздействий микропрофиля опорной поверхности

Для приближения условий моделирования курсового движения автомобиля к реальным условиям разработанная методика построена с учетом слу-

чайных вертикальных воздействий микропрофиля опорной поверхности, которые моделировались на основе экспоненциально-косинусной корреляционной функции $R(t)$ [5, 6]:

$$R(t) = \sigma^2 e^{-\alpha|t|} \cos(\beta t),$$

где σ – среднее квадратичное отклонение неровности микропрофиля опорной поверхности; α , β – коэффициенты корреляционной связи.

Эти воздействия моделировались по следующему уравнению:

$$q[n] = a_0 x_N[n] + a_1 q[n-1] + b_1 q[n-1] + b_2 q[n-2], \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $q[n]$ – n -я координата неровности микропрофиля опорной поверхности; $a_0 = \sigma b_0$; $x_N[n]$ – псевдослучайное число с нормальным законом распределения; $a_1 = \sigma/b_0$;

$$b_0 = \left[\left(c_1 + (c_1^2 - 4c_0^2) \right)^{0,5} \right]^{0,5};$$

$$b_1 = 2e^{-\alpha h} \cos(\beta h);$$

$$b_2 = e^{-2\alpha h};$$

$$c_0 = e^{-\alpha h} (e^{-2\alpha h} - 1) \cos(\beta h);$$

$$c_1 = 1 - e^{-4\alpha h};$$

h – шаг по времени интегрирования дифференциальных уравнений движения.

Формирование последовательностей псевдослучайных нормально распределенных чисел выполнялось по специальной методике на основе равномерно распределенных числовых последовательностей по формуле

$$x_N[n] = \sum_{i=1}^{17} x_i,$$

где x_i – равномерно распределенные случайные числа, генерируемые с помощью датчика псевдослучайных равномерно распределенных чисел.

Микропрофиль дороги был зара-

нее смоделирован по уравнению (5) и сохранен в специальном файле.

Разработанное программное обеспечение позволяет также использовать файлы реальных микропрофилей дорог, полученных с помощью специального оборудования.

При интегрировании уравнений движения автомобиля считанные из файла ординаты микропрофиля уточняются в соответствии с реальной продольной скоростью движения автомобиля.

Алгоритм имитационного моделирования курсового движения автомобиля

Алгоритм имитационного моделирования курсового движения автомобиля основан на численном интегрировании дифференциальных уравнений (4) и предусматривает формирование результатов моделирования в виде строк, каждая из которых содержит время, значения независимых координат и их скоростей, реакций опорной поверхности на управляемые колеса, усилия в элементах подвески и моментов, вызывающих угловые перемещения остова автомобиля.

Решение полученных уравнений движения выполнялось с использованием численного метода с переменным шагом.

В качестве исходных данных задачи использовались массогеометрические и упругодиссипативные параметры, содержащиеся в системе уравнений движения (4).

При выполнении расчетных исследований моделирование курсового движения автомобиля начинается с ввода необходимых исходных данных и начальных условий интегрирования, ординат неровностей микропрофиля опорной поверхности, а также параметров управления курсовым движением.

Последние задавались с помощью специальной таблицы, в первой строке

которой задавались моменты времени подачи управляющих воздействий водителя на управляемые колеса, во второй – задаваемые водителем скорости изменения угла рулевого колеса, в третьей – максимально допустимые скорости движения автомобиля, при которых отсутствует отрыв колес от дорожной поверхности при движении по задаваемой траектории [5, 6].

Пример задания параметров управления курсовым движением автомобиля с начальной скоростью движения 19 м/с в виде закона скорости изменения угла поворота переднего левого управляемого колеса для совершения маневра «движение по круговой траектории» представлен в табл. 1.

Табл. 1. Закон изменения скорости угла поворота рулевого колеса

t	1	1,512	2,04	205
$\dot{\theta}_1$	0	0,149	-0,149	0
v	19	14	14	15

В приведенной таблице построен режим движения автомобиля по круговой траектории, в которой на интервале времени t от нуля до 1 с скорость угла поворота левого управляемого колеса $\dot{\theta}_1$ равна нулю – прямолинейное движение; в интервале от 1,0 до 1,512 с – 0,149 рад/с; в интервале от 1,512 до 2,04 с – -0,149 рад/с, т. е. скорость поворота рулевого колеса уменьшится до нуля. При этом угол поворота займет некоторое значение, а автомобиль будет совершать маневр по круговой траектории.

Результаты имитационного моделирования управляемого курсового движения автомобиля

Расчетные эксперименты проводились на интервале времени от нуля до 205 с по дорогам с задаваемыми параметрами неровностей дороги.

Каждая строка файла результатов моделирования содержит следующие значения: момент времени, значения обобщенных координат уравнений модели и скоростей их изменения, значения углов увода управляемых колес, ординаты неровностей микропрофиля дороги и их скорости, а также боковые ре-

акции дороги на колеса автомобиля.

На рис. 3 приведен вариант имитационного моделирования курсового движения автомобиля по круговой траектории с заданными в табл. 1 параметрами угла поворота рулевого колеса.

На рис. 3 значения углов увода шин $\delta_{1,2}$ и $\delta_{2,4}$ умножены на 10^5 , а значения угловой скорости $\dot{\phi}$ – на 10^2 .

Автомобиль, двигаясь по круговой траектории, за 205 с совершил пять неполных оборотов. При таком маневре углы увода шин колес автомобиля стабилизировались с момента времени примерно 20 с.

Для проверки работоспособности разработанной математической модели и программного обеспечения использовалась фазовая траектория движения центра масс автомобиля в координатах XOY (рис. 4).

Заключение

Таким образом, приведенные результаты имитационного моделирования подтверждают работоспособность разработанного программного обеспечения и возможность использования его для исследований влияния массогео-

метрических параметров автомобиля и упругодиссипативных характеристик его подвески и шин на курсовую устой-

чивость при движении по различным категориям дорог.

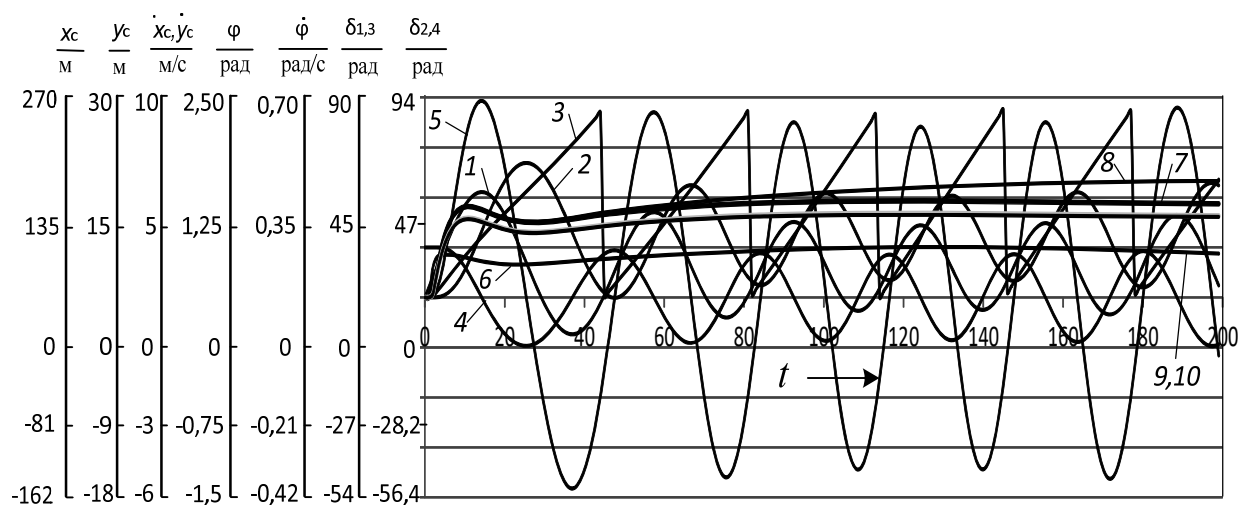


Рис. 3. Результаты имитационного моделирования движения автомобиля по круговой траектории со скоростью 19 м/с: 1, 2 – перемещение центра масс по продольной и поперечной осям; 3, 4 – скорости перемещения центра масс по продольной и поперечной осям; 5, 6 – курсовой угол и скорость его изменения; 7, 8 – углы увода шин левого и правого передних колес, 9, 10 – углы увода шин левого и правого задних колес

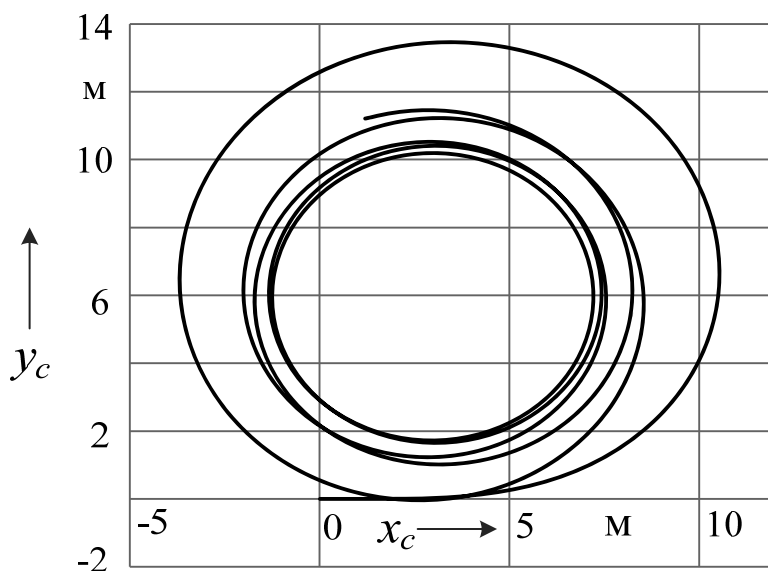


Рис. 4. Фазовая траектория движения центра масс автомобиля на интервале времени от нуля до 205 с

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вонг, Дж.** Теория наземных транспортных средств: пер. с англ. / Дж. Вонг. – Москва: Машиностроение, 1982. – 284 с.: ил.
2. **Левин, М. А.** Теория качения деформируемого колеса / М. А. Левин, Н. А. Фуфаев. – Москва: Наука, 1989. – 269 с.
3. **Литвинов, А. С.** Управляемость и устойчивость автомобиля / А. С. Литвинов. – Москва: Машиностроение, 1971. – 416 с.: ил.
4. Динамика колесных машин : монография / И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2006. – 462 с. : ил.
5. **Ясюкович, Э. И.** Имитационное моделирование курсового движения и вертикальной динамики легкового автомобиля / Э. И. Ясюкович // Вестн. МГУ им. А. А. Кулешова. – 2020. – № 1 (55). – С. 35–43.
6. **Ясюкович, Э. И.** Разработка методики виртуальных испытаний курсовой устойчивости трехосных автомобилей / Э. И. Ясюкович // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2010. – № 2. – С. 59–69.

Статья сдана в редакцию 10 июня 2022 года

Эдвард Игнатъевич Ясюкович, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.
Тел.: +375-336-94-02-07.

Edvard Ignatievich Yasyukovich, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.
Tel.: +375-336-94-02-07.