

# ИССЛЕДОВАНИЯ. РАСЧЕТ

УДК 629.13:519.8

**В. П. Тарасик**, д-р техн. наук, профессор, **Р. В. Плякин**, аспирант,

**Ю. С. Романович**, ст. преподаватель, **В. С. Савицкий**, аспирант,

Белорусско-Российский университет, г. Могилев

E-mail: avto@bru.mogilev

**В. В. Региня**, начальник КБ НТЦ ОАО "Белорусский автомобильный завод", г. Жодино

E-mail: vvreh\_a@tut.by

---

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОСТИ МЕХАНИЗМОВ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ТРАНСМИССИИ КАРЬЕРНОГО САМОСВАЛА НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

---

*Изложена методика определения нагрузочных режимов механизмов гидромеханической трансмиссии карьерного самосвала, основанная на математическом моделировании процессов движения с имитацией реальных эксплуатационных условий, предназначенная для использования на стадии проектирования. Приведены математические модели трансмиссии, модели формирования случайного воздействия микропрофиля дороги на ведущие колеса и механизмы трансмиссии. Получены характеристики удельной работы трения фрикционов гидромеханической передачи, математические ожидания, дисперсии и гистограммы распределения моментов нагрузки трансмиссии и двигателя.*

**Ключевые слова:** карьерный самосвал, гидромеханическая трансмиссия, планетарная коробка передач, фрикцион, вероятностные характеристики, математическое ожидание, дисперсия, гистограмма распределения, корреляционная функция, спектральная плотность.

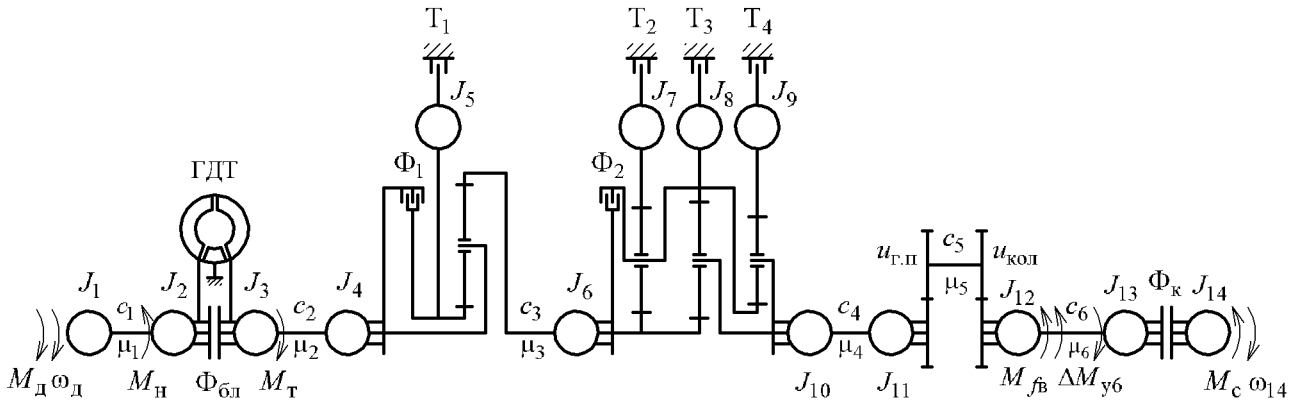
---

На предприятии ОАО "Белорусский автомобильный завод" осуществляется создание новой гидромеханической передачи (ГМП) для карьерного самосвала грузоподъемностью 60 т. Работа выполняется по заданию ГНТП "Машиностроение". Согласно техническому заданию коробка передач, входящая в состав ГМП, должна быть планетарного типа, а ее ресурс необходимо обеспечить в 1,5–2 раза выше по сравнению с серийной ГМП.

Для реализации проекта выбрана кинематическая схема планетарной коробки передач (ПКП) с тремя степенями свободы. В состав разрабатываемой ПКП входят двухступенчатый делитель и базовая трехступенчатая коробка передач, позволяющие получить шесть передач переднего хода. В проекте использован серийный гидротрансформатор ЛГ-470ПП, применяемый в ГМП самосвала БелАЗ-7555. Энергоемкость этого гидротрансформатора позволяет использовать его с дизелями мощностью до 600 кВт.

На опытных образцах самосвала с ПКП предполагается использовать двигатель CUMMINS модели КТТА 19-С максимальной мощностью 522 кВт при номинальной частоте вращения коленчатого вала 2100 об/мин. В качестве системы управления проектируемой ГМП применена мехатронная система автоматического управления (МСАУ), разработанная ранее и используемая на карьерных самосвалах БелАЗ с серийной ГМП. Описание этой МСАУ изложено в статье [1].

Выбор и оптимизация параметров механизмов создаваемой ГМП предполагает наличие нагрузочных режимов. Для их получения было выполнено математическое моделирование процессов движения самосвала в карьерных условиях. Целью моделирования являлось определение вероятностных характеристик распределения моментов нагрузок валов трансмиссии и оценка тепловой напряженности работы фрикционов ПКП. Опыт эксплуатации



**Рис. 1. Динамическая модель гидромеханической трансмиссии**

карьерных самосвалов БелАЗ с гидромеханическими передачами показывает, что среди механизмов и систем ГМП наименьшим ресурсом отличаются именно фрикционы: происходит износ или коробление фрикционных дисков, отслаивание фрикционных накладок, разрыв дисков, износ шлицевых соединений [2]. При моделировании ставилась задача определения удельной работы трения фрикционов, определяющей износ фрикционных дисков, а также удельной мощности трения и температуры нагрева дисков, обуславливающих возможность их коробления. Математическое моделирование процессов функционирования механизмов и систем ГМП позволяет на стадии проектирования прогнозировать их нагруженность и учесть полученные результаты для обоснованного выбора параметров.

На рис. 1 приведена динамическая модель трансмиссии самосвала, разработанная с учетом выполненной эскизной компоновки ГМП. Динамическая модель отображает инерционные, упругие, диссипативные и трансформаторные свойства системы двигатель—трансмиссия—ведущие колеса—поступательно—движущаяся масса автомобиля и внешние

воздействия на систему — вращающий момент двигателя  $M_d$ , момент сопротивления качению ведущих колес  $M_{fв}$  и приведенный суммарный момент сопротивления движению кузова автомобиля  $M_c$ , учитывающий также момент сопротивления качению ведомых колес  $M_{fн}$ . Кроме того, учитывался момент сопротивления  $\Delta M_{y6}$ , формируемый воздействием неровностей микропрофиля дорожного покрытия на упругий элемент шин ведущих колес. В неблокированном состоянии гидротрансформатора (ГДТ) осуществлялось моделирование воздействий вращающих моментов насосного и турбинного колес  $M_n$  и  $M_T$ .

Переключение ступеней в коробке передач осуществляется фрикционами  $\Phi_2, T_2, T_3, T_4$ , а в делителе — фрикционами  $T_1$  и  $\Phi_2$ . Фрикцион блокировки ГДТ обозначен  $\Phi_{бл}$ . Фрикцион  $\Phi_k$  отображает фрикционную связь ведущих колес с дорогой.

Построение математической модели трансмиссии осуществлено структурно-матричным методом [3]. В общем виде уравнения математической модели, согласно этому методу имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega_i}{dt} &= \frac{\sum_{l=1}^L I_{vil} M_{vil} + \sum_{j=1}^N I_{yij} M_{yij} T_{yij} + \sum_{k=1}^K I_{dik} M_{dik} T_{dik} + \sum_{q=1}^Q I_{\phi iq} M_{\phi iq} (1 - L_q) \text{sign} \left( \sum_{i=1}^n - I_{\phi iq} \omega_i \right)}{J_i (1 - L_q) + \sum_{i=1}^n |I_{\phi iq}| J_i L_q} \quad (1) \\ \frac{dM_{yj}}{dt} &= -c_j \sum_{i=1}^n I_{yij} \omega_i S_{yij}; \quad j = \overline{1, N}; \quad i = \overline{1, n}; \\ M_{dk} &= -\mu_k \sum_{i=1}^n I_{dik} \omega_i S_{dik}; \quad k = \overline{1, K}, \quad (2) \end{aligned} \right\}$$

где:  $\omega_i$  — угловая скорость  $i$ -й массы;  $J_i$  — момент инерции  $i$ -й массы;  $M_{vil}$  — момент  $l$ -го внешнего воздействия на  $i$ -ю массу;  $M_{yij}$  — момент  $j$ -го упру-

того элемента, воздействующий на  $i$ -ю массу;  $M_{dik}$  — момент  $k$ -го диссипативного элемента, воздействующий на  $i$ -ю массу;  $T_{yij}$  — параметр, характеризующий преобразование момента  $j$ -го упругого элемента трансформаторным элементом, расположенным между данным упругим элементом и  $i$ -й массой;  $S_{yij}$  — кинематический параметр того же трансформаторного элемента;  $c_j$  — коэффициент жесткости  $j$ -го упругого элемента;  $M_{\Phi iq}$  — момент  $q$ -го фрикциона, связанного с  $i$ -й массой;  $L_q$  — дискретная функция состояния  $q$ -го фрикциона;  $\mu_k$  — коэффициент демпфирования  $k$ -го диссипативного элемента;  $n$  — количество сосредоточенных масс;  $L$  — количество внешних воздействий;  $N$  — количество упругих элементов;  $K$  — количество диссипативных элементов;  $Q$  — количество фрикционов;  $I_{vil}$ ,  $I_{yij}$ ,  $I_{dik}$ ,  $I_{\Phi iq}$  — инциденторы — дискретные функции, имеющие значения 0, -1, +1.

При воздействии  $l$ -го внешнего момента  $M_{vil}$  на  $i$ -ю массу  $I_{vil} = \pm 1$  (знак плюс, если направления векторов  $M_{vil}$  и  $\omega_i$  совпадают, и знак минус, если противоположны), а при отсутствии воздействия  $I_{vil} = 0$ . Инциденторы  $I_{yij}$ ,  $I_{dik}$  и  $I_{\Phi iq}$  аналогично описывают связи, соответственно, упругих и диссипативных элементов и фрикционов с массами: если элемент на выходе массы, то знак минус, а если на входе — то знак плюс.

В динамических моделях механических систем каждый упругий элемент сопровождается параллельным диссипативным элементом, поэтому  $k = j$ ;  $I_{dik} = I_{yij}$ ;  $T_{dik} = T_{yij}$ ;  $S_{dik} = S_{yij}$ .

В динамической модели учтено шесть упругих элементов: параметр  $c_1$  отображает упругие свойства карданной передачи между двигателем и ГМП; параметр  $c_2$  — турбинного вала ГДТ;  $c_3$  — коробки передач;  $c_4$  — карданной передачи между ГМП и главной передачей;  $c_5$  — полуосей;  $c_6$  — шин ведущих колес.

Функция состояния  $q$ -го фрикциона определяется по формуле:

$$L_q = \begin{cases} 1 & \text{при } \left| \sum_{i=1}^n I_{\Phi iq} \omega_i \right| \leq \Delta \omega_q; \\ 0 & \text{при } \left| \sum_{i=1}^n I_{\Phi iq} \omega_i \right| > \Delta \omega_q, \end{cases} \quad (3)$$

где:  $\Delta \omega_q$  — допустимая относительная скорость скольжения дисков  $q$ -го фрикциона, при которой можно считать его замкнутым.

В режиме скольжения фрикционных дисков (буксование фрикциона)  $L_q = 0$ , поэтому на  $i$ -ю массу будет действовать момент трения  $q$ -го фрикциона  $M_{\Phi iq}$ , а в знаменателе первого дифференциального уравнения системы (1) второе слагаемое знаменателя окажется равным нулю. В замкнутом состоянии фрикциона  $L_q = 1$ , поэтому момент  $q$ -го фрикциона не действует на  $i$ -ю массу. При этом в первом уравнении системы (1) первое слагаемое знаменателя равно нулю, а массы, расположенные на входе и выходе данного фрикциона, объединяются.

При разомкнутом фрикционе блокировки гидротрансформатора  $\Phi_{\text{бл}}$  на связанные с ним массы вместо момента трения этого фрикциона действуют моменты насосного  $M_n$  и турбинного  $M_t$  колес, а при буксующем фрикционе, их значения складываются с моментом трения фрикциона блокировки  $M_{\Phi.\text{бл}}$ .

Таким образом, система дифференциальных уравнений (1) в приведенном виде представляет собой универсальный алгоритм математического описания физических свойств ступенчатой трансмиссии любой самоходной машины, передачи в которой переключаются фрикционными элементами.

В табл. 1 приведена информация о включаемых фрикционах на передачах, значениях передаточных чисел  $u_{к.п.i}$  и КПД  $\eta_{к.п.i}$  коробки передач. Передаточные числа и КПД главной передачи  $u_{г.п} = 3,769$ ;  $\eta_{г.п} = 0,97$ ; колесной передачи  $u_{кол} = 5,474$ ;  $\eta_{кол} = 0,98$ .

Моделирование движения самосвала осуществлялось с учетом реальных характеристик на примерах двух карьеров — "Гранит" (г.п. Микашевичи, Брестская обл. РБ) и "Ерунаковский" (г. Новокузнецк, Кемеровская обл. РФ). Маршруты движения в этих карьерах существенно различаются своими параметрами, характеризующими дорожные условия. Маршрут движения представляется в виде совокупности участков дороги, каждый из которых характеризуется продольным уклоном  $h_j$ , коэффици-

Таблица 1  
Включаемые фрикционы, передаточные числа и КПД ПКП

Номер передачи	Фрикционы	Передаточное число	КПД
I	Ф1—Т3	4,143	0,977
II	Ф1—Т3	2,900	0,968
III	Ф1—Т2	2,040	0,982
IV	Т1—Т2	1,428	0,973
V	Ф1—Ф2	1,0	1,0
VI	Т1—Ф2	0,7	0,991
R	Ф1—Т4	-4,752	0,923

Таблица 2

**Параметры характеристик карьера "Гранит"**

Длина участка, м	50	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Уклон, %	4,5	4,9	3,2	0,9	0,1	0,1	5,7	5,2	0,0	6,7	3,2	

Таблица 3

**Параметры характеристик карьера "Ерунаковский"**

Длина участка, м	57,1	100,9	24,5	84,9	88,6	28,1	110,2	21,6	89,5	33,2	91,4	144,2	31,7	33,5
Уклон, %	0,2	7,9	10,0	10,5	11,6	6,8	3,6	5,0	3,1	6,6	7,3	3,6	7,8	3,0

ентом сопротивления качению  $f_j$ , коэффициентом сцепления  $\varphi_j$ , радиусом кривизны траектории в плане  $r_j$ . В табл. 2 приведены значения уклонов карьера "Гранит", а в табл. 3 — карьера "Ерунаковский".

Параметры  $h_j$  характеризуют макропрофиль дороги, оказывающий влияние на общий уровень нагрузок в трансмиссии. Но на процессы функционирования механизмов трансмиссии оказывает влияние также микропрофиль дорожного покрытия. Для микропрофиля характерны короткие неровности дороги, воздействия которых на колеса сопровождаются колебаниями поддресоренных и неподдресоренных масс автомобиля и рассогласованием кинематики вращения ведущих колес. На самосвалах БелАЗ используется рычажный направляющий аппарат подвески ведущих мостов, вызывающий периодические изменения окружной деформации шин, в результате чего в упругих элементах трансмиссии возникают колебания моментов нагрузки (валов коробки передач, карданных передач, полуосей).

Колебания скорости окружной деформации шин ведущих колес  $\Delta\omega_k$  определяются изменениями ординат микропрофиля дороги  $q(s)$ . В первом приближении значение  $\Delta\omega_k$  можно вычислить по формуле:

$$\Delta\omega_k = \frac{v \operatorname{tg} \alpha_0}{r_k} \frac{dq(s)}{ds}, \quad (4)$$

где  $v$  — скорость автомобиля, м/с;  $r_k$  — радиус качения ведущих колес, м;  $\alpha_0$  — угол наклона продольного рычага подвески к горизонту в исходном статическом состоянии автомобиля, рад.

Функция  $q(s)$  представляет собой случайную функцию перемещения машины  $s$ . Для ее описания использован алгоритм формирования дискретных значений ординат микропрофиля  $q_i$ , описанный в [3]. Он основан на использовании корреляционной функции

микропрофиля дороги. Принято следующее выражение этой функции [4]:

$$R_q(x_s) = \sigma_q^2 \left( A_1 e^{-\alpha_1 |x_s|} + A_2 e^{-\alpha_2 |x_s|} \cos \beta x_s \right), \quad (5)$$

где  $\sigma_q$  — среднее квадратическое значение ординат микропрофиля, м;  $\alpha_1, \alpha_2$  — коэффициенты, характеризующие затухание соответственно первой и второй составляющих корреляционной функции,  $\text{м}^{-1}$ ;  $\beta$  — коэффициент, характеризующий периодическую составляющую микропрофиля (путевая частота),  $\text{м}^{-1}$ ;  $A_1, A_2$  — коэффициенты распределения дисперсии между двумя составляющими корреляционной функции.

Приняты следующие значения параметров корреляционной функции ординат микропрофиля:  $\sigma_q = 0,015$  м;  $A_1 = 0,8$ ;  $A_2 = 0,2$ ;  $\alpha_1 = 0,5 \text{ м}^{-1}$ ;  $\alpha_2 = 0,2 \text{ м}^{-1}$ ;  $\beta = 1,8 \text{ м}^{-1}$ .

Воздействие микропрофиля дороги на ведущие колеса обуславливает формирование дополнительного момента в упругом элементе шин ведущих колес  $\Delta M_{y6}$ , вычисляемого по формуле:

$$\Delta M_{y6} = c_{y6} \int_0^t \Delta\omega_k dt. \quad (6)$$

Значение  $\Delta\omega_k$  переменна как по величине, так и по направлению. Поскольку микропрофиль дороги представляется в виде дискретных значений ординат  $q_i$ , полученных с шагом дискретизации их аргумента  $\Delta s$ , то в формуле (4) значение  $dq(s)/ds$  заменяется отношением  $\Delta q/\Delta s$ , где  $\Delta q$  — разность двух смежных ординат:  $\Delta q = q_{i+1} - q_i$ . Следовательно, величина  $\Delta\omega_k$  изменяется после проезда расстояния  $\Delta s$  и происходит непрерывное изменение вращающего момента  $\Delta M_{y6}$ , действующего на сосредоточенные массы  $J_{13}$  и  $J_{14}$  (см. рис. 1). Было принято:  $\Delta s = 0,5$  м.

Моменты сопротивления качению  $M_{fH}, M_{fB}$ , сопротивления подъему  $M_h$  и сопротивления воздуха

# ИССЛЕДОВАНИЯ. РАСЧЕТ

$M_w$  рассматривались как детерминированные функции и вычислялись по известным из теории автомобиля формулам [4].

При моделировании движения самосвала по маршруту получены графики изменения во времени следующих процессов: скорости  $v$ , ускорения  $a$  и

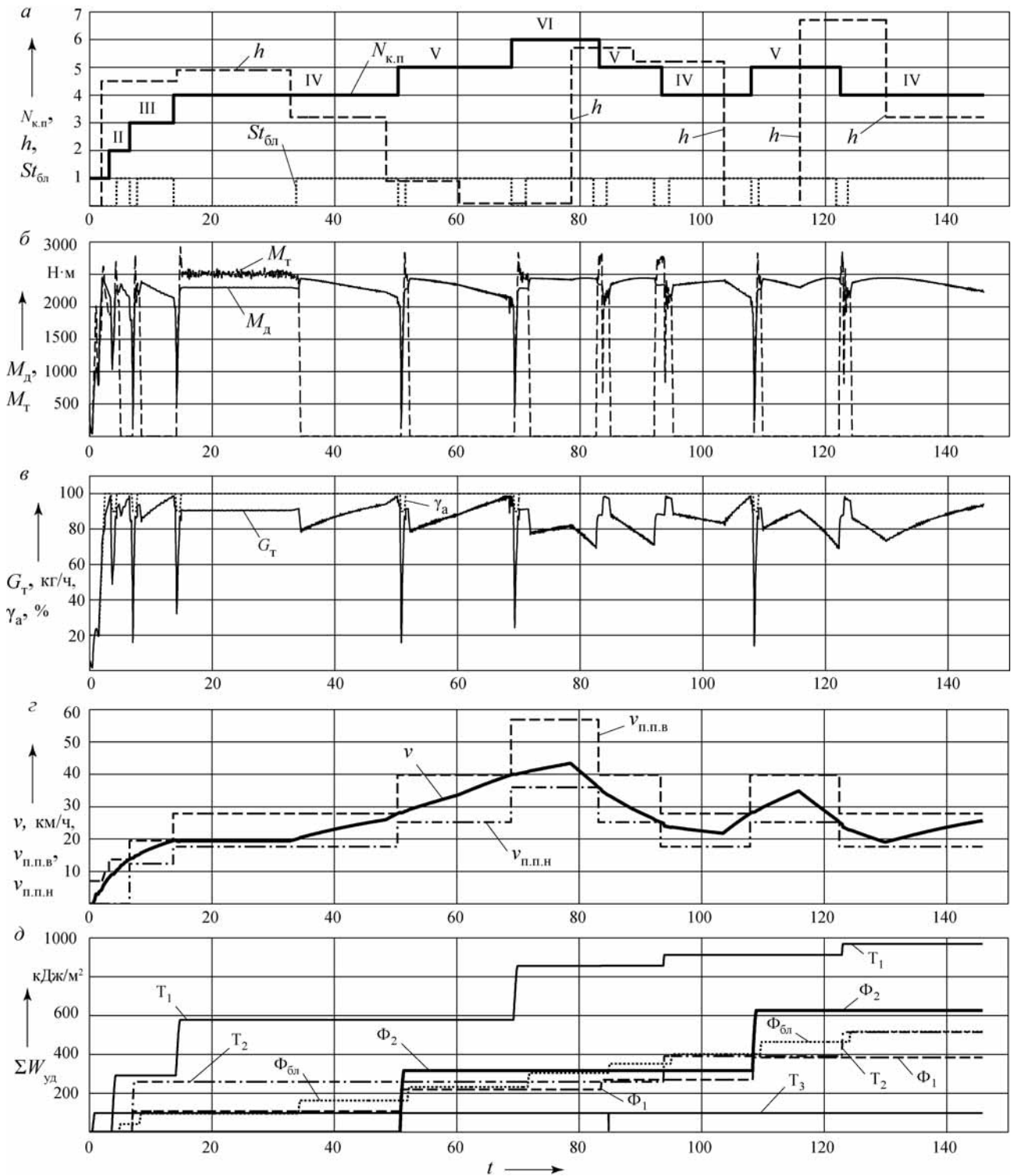


Рис. 2. Графики изменения во времени характеристик процессов функционирования механизмов самосвала при движении в карьерных условиях

# ИССЛЕДОВАНИЯ. РАСЧЕТ

Таблица 4

Время движения самосвала на различных передачах  $\Sigma t_{к.п.i}$  при заблокированном ГДТ  $\Sigma t_{бл}$  и время преодоления маршрута  $t_m$

Карьер	Единицы	Время движения на передачах $\Sigma t_{к.п.i}$					$\Sigma t_{бл}$	$t_m$
		II	III	IV	V	VI		
"Гранит"	с	3,352	7,141	74,600	43,260	14,290	109,000	145,8
	%	2,299	4,898	51,166	29,671	9,801	74,760	100,0
"Ерунаковский"	с	62,430	40,580	86,310	0	0	176,500	192,2
	%	32,482	21,113	44,906	0	0	91,831	100,0

перемещения  $s$  автомобиля; вращающих моментов двигателя  $M_d$  и турбины  $M_T$ ; частоты вращения вала двигателя  $n_d$  и турбины  $n_T$ ; мощности  $P_d$  и часового расхода топлива двигателя  $G_T$ ; моментов нагрузки валов трансмиссии  $M_{yj}, j = 1, 5$ ; удельной мощности  $P_{уд}$  и удельной работы трения  $W_{уд}$  фрикционов ГМП. Осуществлялась также регистрация изменений уклона дороги  $h$ , номера передачи  $N_{к.п.}$ , состояния блокировки ГДТ, положения педали акселератора  $\gamma_a$ , а также изменения порогов автоматического переключения передач и блокирования ГДТ, параметров адаптации МСАУ к изменению дорожных условий.

На рис. 2, а приведены графики изменения во времени уклона  $h$ , номера передачи  $N_{к.п.}$  и индикатора состояния фрикциона блокировки ГДТ  $St_{бл}$ ; на рис. 2, б — моментов двигателя  $M_d$  и турбины  $M_T$ ; на рис. 2, в — часового расхода топлива  $G_T$  и  $\gamma_a$ ; на рис. 2, г — скорости автомобиля  $v$  и порогов автоматического переключения передач на высшие  $v_{п.п.в}$  и низшие  $v_{п.п.н}$  передачи. Приведенные графики соответствуют движению самосвала в карьере "Гранит". Аналогичные графики получены и для карьера "Ерунаковский".

Из рис. 2, б видно, что при переключении передач гидротрансформатор автоматически разблокируется и  $M_T > M_d$ , при этом индикатор состояния ГДТ  $St_{бл} = 0$  (рис. 2, а). При заблокированном ГДТ  $M_T = 0$ , а  $St_{бл} = 1$ . В интервале времени 15–35 с самосвал движется на IV передаче с неблокированным

Таблица 5

Количество включений передач на маршруте

Карьер	Номер передачи				
	II	III	IV	V	VI
"Гранит"	1	1	3	3	1
"Ерунаковский"	2	4	3	0	0

гидротрансформатором, что обусловлено увеличением уклона  $h$  после включения этой передачи.

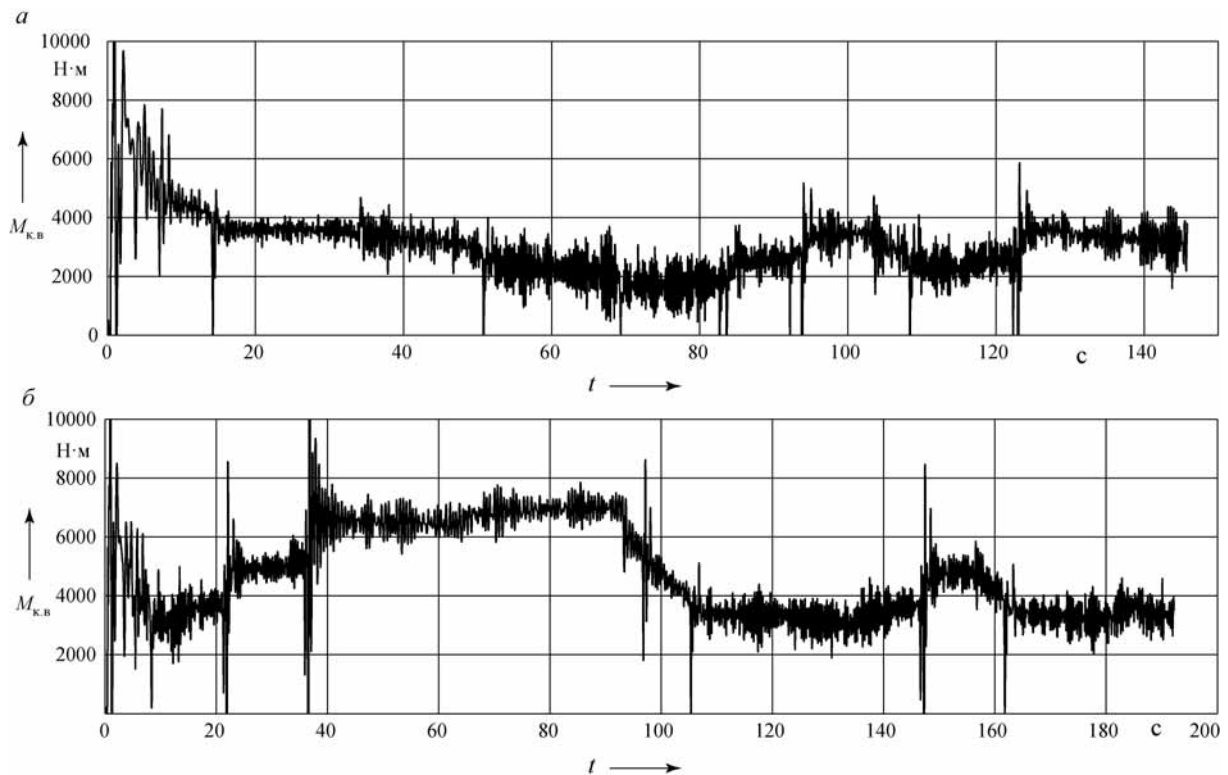
Графики на рис. 2, г иллюстрируют работу МСАУ по переключению передач. При достижении скоростью  $v$  пороговых значений  $v_{п.п.в}$  или  $v_{п.п.н}$  происходит соответствующее переключение передач ПКП и фрикционами выполняется работа трения. На графиках рис. 2, д отображается накопление суммарной удельной работы трения  $\Sigma W_{уд}$  соответствующими фрикционами за время преодоления маршрута.

Результаты выполненных исследований приведены в табл. 4, 5, 6. В табл. 4 приведены данные о суммарном времени движения самосвала на различных передачах  $\Sigma t_{к.п.i}$ , при заблокированном гидротрансформаторе  $\Sigma t_{бл}$  и времени преодоления маршрута  $t_m$ , а в табл. 5 — о количестве включений передач. В карьере "Гранит" самосвал движется в основном на IV, V и VI передачах, а в карьере "Ерунаковский" — только на трех низших передачах II, III и IV, что отражается на показателях оценки

Таблица 6

Показатели эффективности выполнения транспортной работы и нагруженности фрикционных элементов управления ГМП

Карьер	Показатели								
	эффективности			нагруженности фрикционных элементов $\Sigma W_{уд}$					
	$v_{ср}$ , км/ч	$Q_s$ , л/100 км	$Q_m$ , л	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$\Phi_{бл}$
"Гранит"	25,92	382,1	4,012	383,8	626,6	968,2	513,7	96,45	517,6
"Ерунаковский"	17,59	572,6	5,379	288,5	0	1096,0	515,1	134,2	471,9



**Рис. 3.** Графики изменения во времени моментов нагрузки на карданном валу трансмиссии самосвала при движении в карьере "Гранит" (а) и в карьере "Ерунаковский" (б)

эффективности выполнения транспортной работы и влияет на нагруженность валов трансмиссии и теплонапряженность фрикционов. В табл. 6 приведены значения ряда показателей. В качестве показателей эффективности использованы: средняя скорость движения самосвала на маршруте  $v_{ср}$ , путевой расход топлива  $Q_s$  и суммарный расход топлива за время преодоления маршрута  $Q_m$ . При практически одинаковой длине маршрута (1050 и 939,4 м соответственно) средняя скорость движения в первом случае составляет 25,92 км/ч, а во втором — 17,59 км/ч, а путевой расход топлива соответственно 382,1 и 572,6 л/100 км.

В табл. 6 также приведены значения суммарной удельной работы трения фрикционов  $\Sigma W_{уд}$ . Величина  $\Sigma W_{уд}$  определяет износ фрикционных дисков. Наибольшую суммарную удельную работу трения выполняет фрикцион делителя  $T_1$  (см. рис. 2, д): суммарная его работа трения в карьере "Гранит"  $\Sigma W_{уд} = 968,2$  кДж/м<sup>2</sup>, а в карьере "Ерунаковский"  $\Sigma W_{уд} = 1096,0$  кДж/м<sup>2</sup>, причем за одно переключение она составляет 285 кДж/м<sup>2</sup>. Такое же значение работы трения при единичном включении фрикциона  $T_2$ , но количество его включений меньше.

Удельная работа трения фрикциона  $\Phi_2$  за одно включение составляет 330 кДж/м<sup>2</sup>, но он в карьере "Гранит" включается всего два раза, а в карьере "Ерунаковский" не включается вовсе, так как используется при переключениях IV → V.

Таким образом, установлено, что наибольшую удельную работу трения за единичное включение совершают фрикционы  $T_1$ ,  $T_2$  и  $\Phi_2$ , а суммарная удельная работа трения каждого фрикциона зависит от сложности маршрута, обуславливающей количество его включений. Следовательно, эти фрикционы будут определять ресурс работы механизма управления ГМП и их параметры подлежат оптимизации в первую очередь.

Для оценки влияния карьерных условий на нагрузки в трансмиссии сравним значения моментов на карданном валу  $M_{к.в.}$ , полученные в карьере "Гранит" (рис. 3, а) и в карьере "Ерунаковский" (рис. 3, б). Наибольшие нагрузки возникают при трогании самосвала с места. В обоих случаях они достигают 10 кН · м. В дальнейшем среднее значение момента изменяется соответственно изменению величины уклона  $h$ , а его колебания относительно среднего значения обусловлены влиянием микропрофиля дороги и пе-

реходными процессами при переключениях передач. Величина момента  $M_{к.в}$  существенно снижается при неблокированном гидротрансформаторе. Это видно из рис. 3, а, на котором в интервале времени 15—35 с гидротрансформатор разблокирован, и амплитуды колебаний момента  $M_{к.в}$  снижаются. Однако на этом режиме снижается скорость самосвала (рис. 2, в) и возрастает расход топлива (рис. 2, в).

При переключениях передач нагрузки зависят от дорожных условий, требующих использования различных передач, поэтому во втором карьере значения  $M_{к.в}$  гораздо выше, чем в первом. Особенно значительны величины моментов при переключениях на низшие передачи. Так, в момент времени  $t = 36,7$  с на рис. 3, б отображено переключение III → II, при котором значение  $M_{к.в}$  достигает  $10 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , т. е. не ниже чем при трогании с места. При переключениях на высшие передачи нагрузки в трансмиссии существенно ниже, чем при переключениях на низшие передачи. Отметим также, что при автоматическом переключении передач в однотипных условиях значения  $M_{к.в}$  оказываются практически одинаковыми, что является положительным свойством МСАУ.

Поскольку вращающий момент на карданном валу  $M_{к.в}$  представляет собой случайный процесс, то для его оценки использовались вероятностные характеристики — оценки математического ожидания, дисперсии, корреляционной функции, спектральной плотности, а также характеристики плотности распределения. На основе теоремы Котельникова—Шеннона был принят интервал квантования  $\Delta t$  независимой переменной (времени  $t$ )  $\Delta t = 0,05$  с, а объем выборки  $N = 2000$ . Одновременно определялись вероятностные характеристики двигателя — вращающего момента  $M_d$ , мощности  $P_d$  и частоты вращения коленчатого вала  $n_d$ .

Из рис. 3, а и б видно, что исследуемые случайные процессы  $M_{к.в} = f(t)$  не стационарны. Это обусловлено изменением детерминированной составляющей дорожного сопротивления, определяемой продольными уклонами участков маршрута. Поэтому при анализе целесообразно выделить текущие значения математических ожиданий этих процессов (текущие средние) и осуществить их центрирование.

Обозначим реализацию исследуемого случайного процесса  $x(t)$ , текущее значение математического ожидания  $\bar{x}(t)$ , а центрированную составляющую  $\overset{\circ}{x}(t)$ , тогда:

$$x(t) = \bar{x}(t) + \overset{\circ}{x}(t). \quad (7)$$

Для выделения  $\bar{x}(t)$  использован фильтр В. С. Пугачева, имеющий следующую характеристику [3]:

$$h(n_i) = \begin{cases} 1 & \text{при } |n_i| \leq 0,5n_\phi; \\ 0 & \text{при } |n_i| > 0,5n_\phi, \end{cases} \quad (8)$$

где  $n_\phi$  — количество ординат случайного процесса, используемых для вычисления  $j$ -го значения  $\bar{x}_j(t)$ ;  $n_i$  — порядковые номера текущих ординат в интервале от  $-0,5n_\phi$  до  $+0,5n_\phi$ , покрываемых фильтром.

Значение текущего среднего  $\bar{x}_j(t)$  определяется по формуле:

$$\bar{x}_j(t) = \frac{1}{n_\phi + 1} \sum_{i=-0,5n_\phi}^{0,5n_\phi} h(n_i)x_{j+i}; \quad j = \overline{1, N}. \quad (9)$$

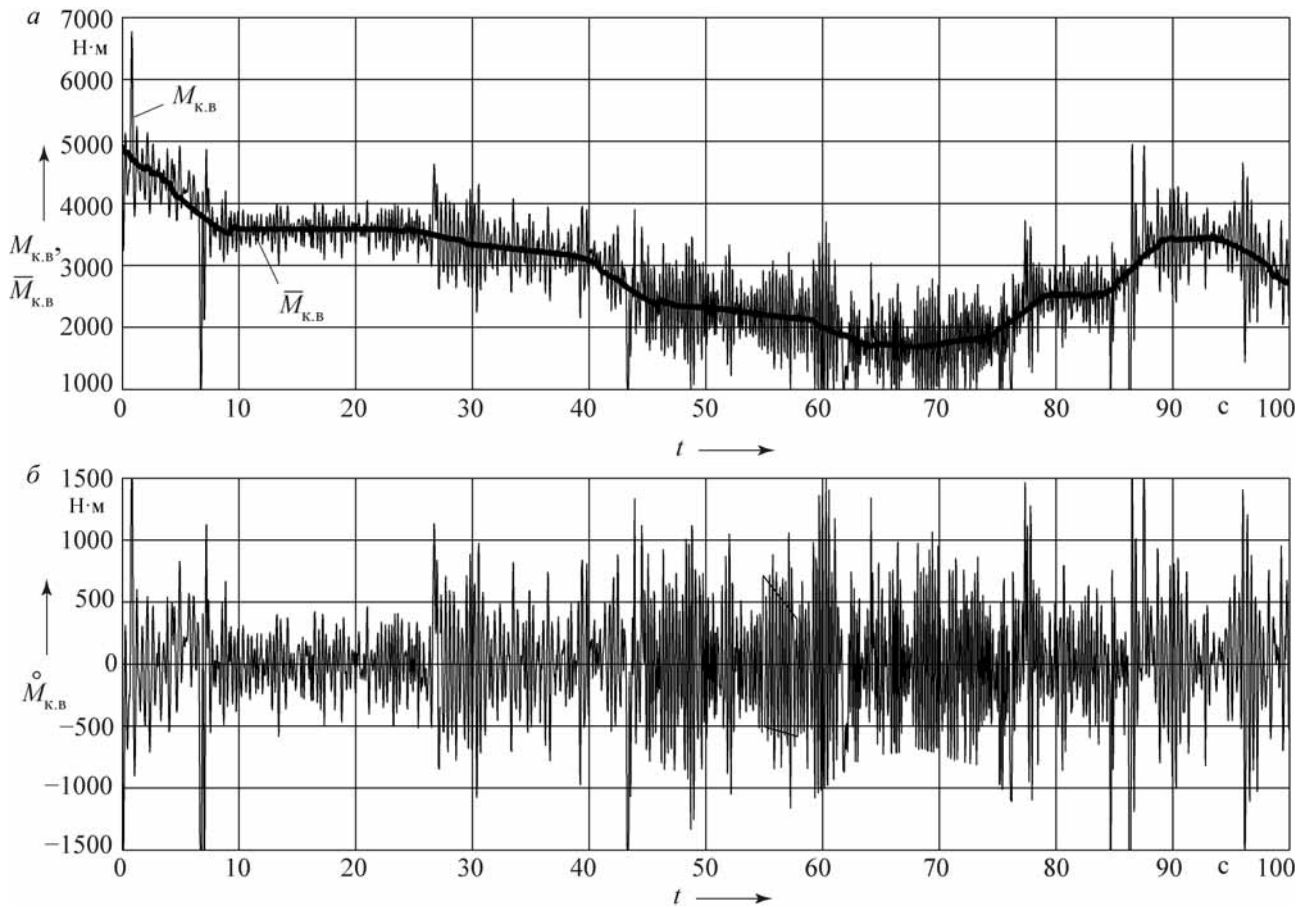
При определении  $\bar{x}(t)$  используется объем выборки  $N^*$ , отличающийся от объема  $N$  величиной  $n_\phi$ , т. е.  $N^* = N + n_\phi$ . При трогании автомобиля с места и на начальном этапе разгона наблюдаются значительные кратковременные пиковые выбросы момента (см. рис. 3). Их желательно не использовать при определении вероятностных характеристик, так как на этом начальном участке реализации текущее среднее будет определяться со значительной погрешностью. Поэтому ординаты начального участка длительностью 5 с не использовались для определения  $\bar{x}(t)$  и  $\overset{\circ}{x}(t)$ . Длительность реализации исследуемых случайных процессов  $T$ , необходимая для получения их вероятностных характеристик, вычисляется по формуле:

$$T = N\Delta t. \quad (10)$$

В нашем случае:  $T = 100$  с.

На основе изложенной методики, используя дискретные значения ординат исследуемых случайных процессов  $M_{к.в}$ ,  $M_d$ ,  $P_d$ ,  $n_d$ , были определены их текущие средние и получены ординаты центрированных составляющих  $\overset{\circ}{M}_{к.в}$ ,  $\overset{\circ}{M}_d$ ,  $\overset{\circ}{P}_d$ ,  $\overset{\circ}{n}_d$ . На рис. 4, а представлены графики, иллюстрирующие выделение текущего среднего значения момента на карданном валу  $\bar{M}_{к.в}(t)$  (изображено сплошной жирной линией), а на рис. 4, б — его центрированной составляющей  $\overset{\circ}{M}_{к.в}(t)$ . Очевидно, что последняя представляет собой стационарный случайный процесс. На характеристики двигателя очень существенное влияние оказывают переходные процессы при переключении передач (см. рис. 2, б), что затрудняет приведение их к стационарному виду при оценке вероятностных характеристик.





**Рис. 4. Графики, отображающие выделение текущего среднего значения момента  $\bar{M}_{к.в}$  на карданном валу (а) и его центрированной составляющей  $\overset{\circ}{M}_{к.в}$  (б)**

По полученным результатам построены гистограммы распределения исследуемых случайных процессов и определены оценки их математических ожиданий и дисперсий. Методика получения этих вероятностных характеристик изложена в [3].

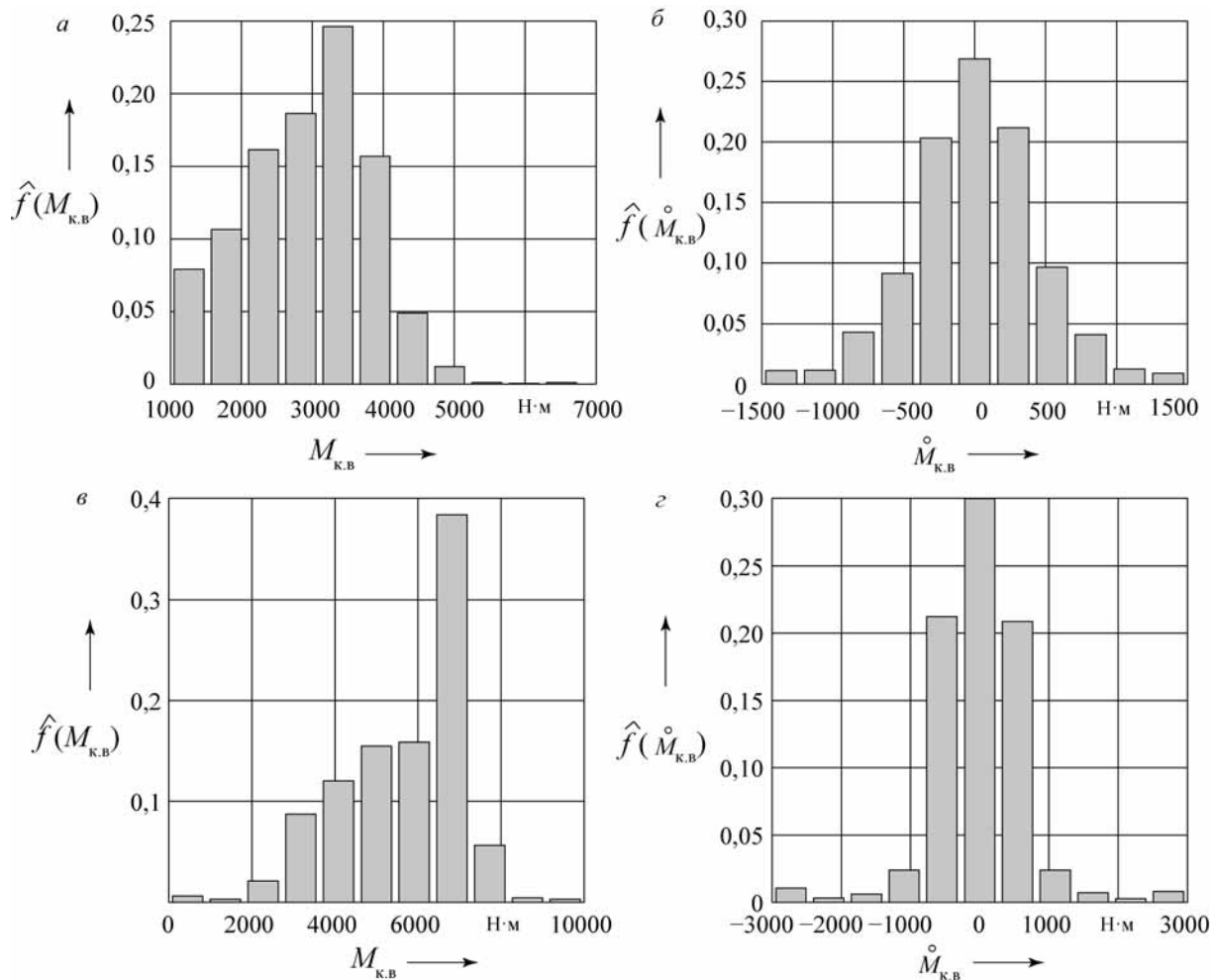
На рис. 5, а представлены гистограммы распределения момента на карданном валу  $\hat{f}(M_{к.в})$  при движении самосвала в условиях карьера "Гранит", на рис. 5, б — в условиях карьера "Ерунаковский".

Функция  $\hat{f}(M_{к.в})$  представляет собой оценку плотности вероятности момента  $M_{к.в}$ . Сравнивая приведенные гистограммы, можно отметить, что величина момента  $M_{к.в}$  в условиях карьера "Гранит" находится в основном в пределах 1000—4000 Н·м, максимальные значения не превышают 6500 Н·м, а в условиях карьера "Ерунаковский" наибольшая вероятность момента сосредоточена в диапазоне 3000—8000 Н·м, максимальное значение достигает

10 000 Н·м. Следовательно, нагруженность механизмов трансмиссии автомобиля во втором карьере существенно выше, чем в первом.

На рисунках 5, б и г приведены гистограммы распределения  $\hat{f}(\overset{\circ}{M}_{к.в})$  центрированных ординат момента  $\overset{\circ}{M}_{к.в}$  в рассматриваемых карьерах. По виду графиков этих гистограмм можно заключить, что распределение центрированных ординат момента приближается к нормальному закону. Но распределение, представленное на рис. 5, б, более равномерное и плавное, а максимальный разброс в два раза меньше, чем у распределения на рис. 5, г.

Аналогичные вероятностные оценки определены для вращающего момента  $M_d$  и мощности  $P_d$  двигателя-самосвала. На рис. 6, а и б приведены гистограммы распределения момента  $\hat{f}(M_d)$  и мощно-



**Рис. 5. Гистограммы распределения момента на карданном валу трансмиссии самосвала при движении в карьере "Гранит" (а и б) и в карьере "Ерунаковский" (в и г)**

сти  $\hat{f}(P_d)$  двигателя при движении в условиях карьера "Гранит", а на рис. 6, в и г — в условиях карьера "Ерунаковский". Очевидно, что условия работы двигателя также существенно зависят от параметров характеристик маршрутов движения.

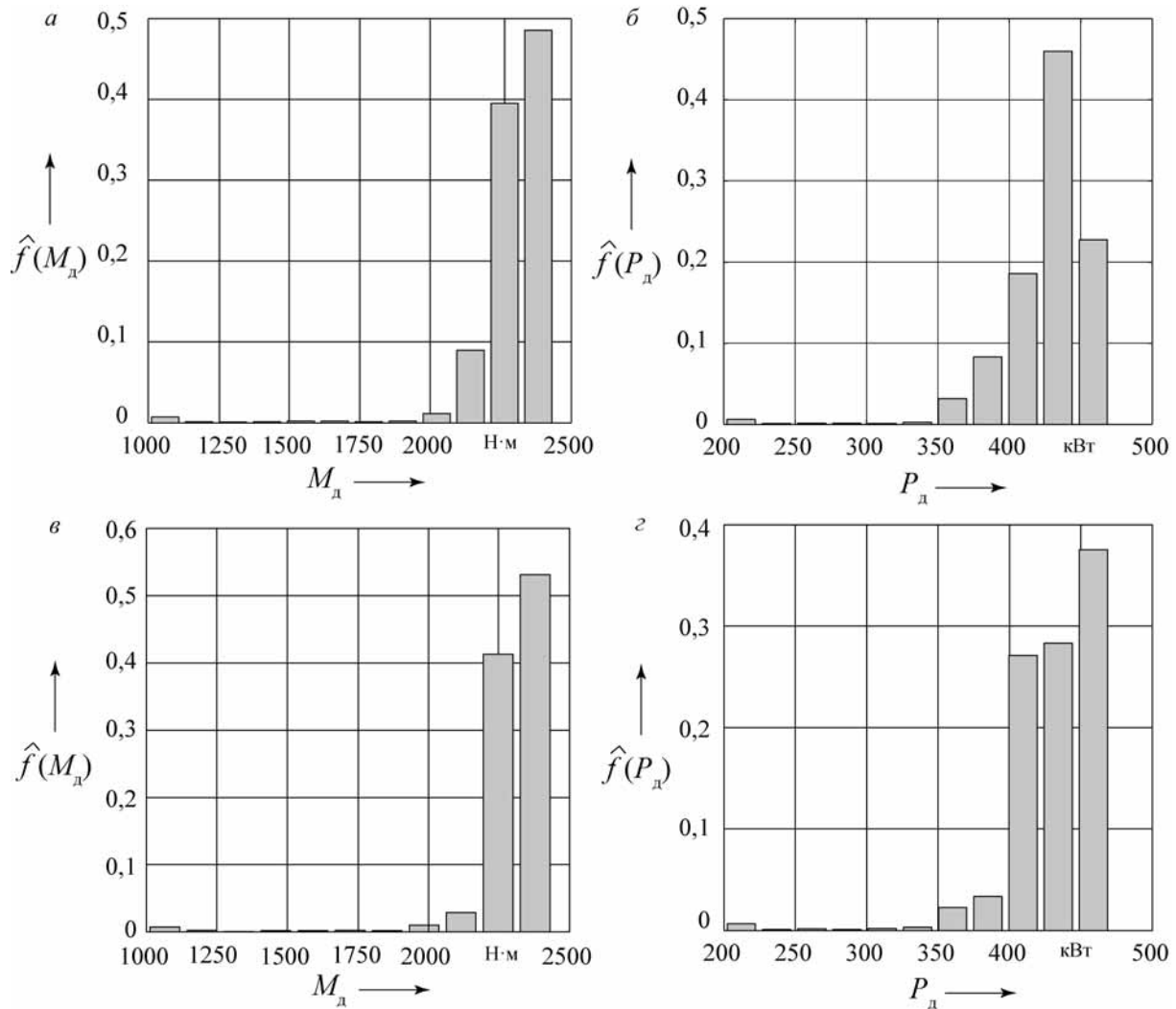
В табл. 7 приведены значения оценок математических ожиданий  $\bar{x}$  и дисперсий  $D_x$  исследованных

процессов  $M_{к.в}$ ,  $M_d$ ,  $P_d$ ,  $n_d$  при движении самосвала по маршруту. Среднее значение нагруженности валов трансмиссии в карьере "Ерунаковский" в 1,5 раза выше, чем в карьере "Гранит", а дисперсия момента на карданном валу выше более чем в 2 раза. Использование мощности двигателя в обоих случаях примерно одинаково, но дисперсия  $M_d$  и  $P_d$  выше в карьере "Гранит", что обусловлено более легкими

Таблица 7

**Значения оценок числовых вероятностных характеристик исследованных случайных процессов**

Карьер	Обозначение оценки	Значение по исходным ординатам				Значение по центрированным ординатам			
		$M_{к.в}$	$n_d$	$M_d$	$P_d$	$\overset{\circ}{M}_{к.в}$	$\overset{\circ}{n}_{к.в}$	$\overset{\circ}{M}_d$	$\overset{\circ}{P}_d$
Гранит	$\bar{x}$	$3,064 \cdot 10^3$	$1,756 \cdot 10^3$	$2,293 \cdot 10^3$	$4,212 \cdot 10^2$	1,132	-1,605	10,764	0,748
	$D_x$	$1,275 \cdot 10^6$	$3,615 \cdot 10^4$	$5,225 \cdot 10^4$	$1,882 \cdot 10^3$	$2,061 \cdot 10^5$	$5,868 \cdot 10^3$	$7,058 \cdot 10^3$	$6,862 \cdot 10^2$
Ерунаковский	$\bar{x}$	$4,693 \cdot 10^3$	$1,784 \cdot 10^3$	$2,290 \cdot 10^3$	$4,273 \cdot 10^2$	-0,543	1,349	7,776	1,363
	$D_x$	$2,613 \cdot 10^6$	$2,963 \cdot 10^4$	$4,229 \cdot 10^4$	$1,537 \cdot 10^3$	$3,767 \cdot 10^5$	$6,314 \cdot 10^3$	$4,023 \cdot 10^3$	$2,489 \cdot 10^2$



**Рис. 6.** Гистограмма распределения момента  $M_d$  и мощности  $P_d$  двигателя при движении самосвала в карьере "Гранит" (а и б) и в карьере "Ерунаковский" (в и г)

дорожными условиями. Это хорошо видно также из сопоставления графиков на рис. 6, а и в.

Одной из важнейших характеристик случайного процесса является корреляционная функция  $R_x(\tau)$ . Эта функция характеризует степень линейной связи (корреляцию) между значениями случайного процесса в различные моменты времени. Для дискретного случайного процесса  $x(t)$  корреляционную функцию вычисляют по формуле [3]:

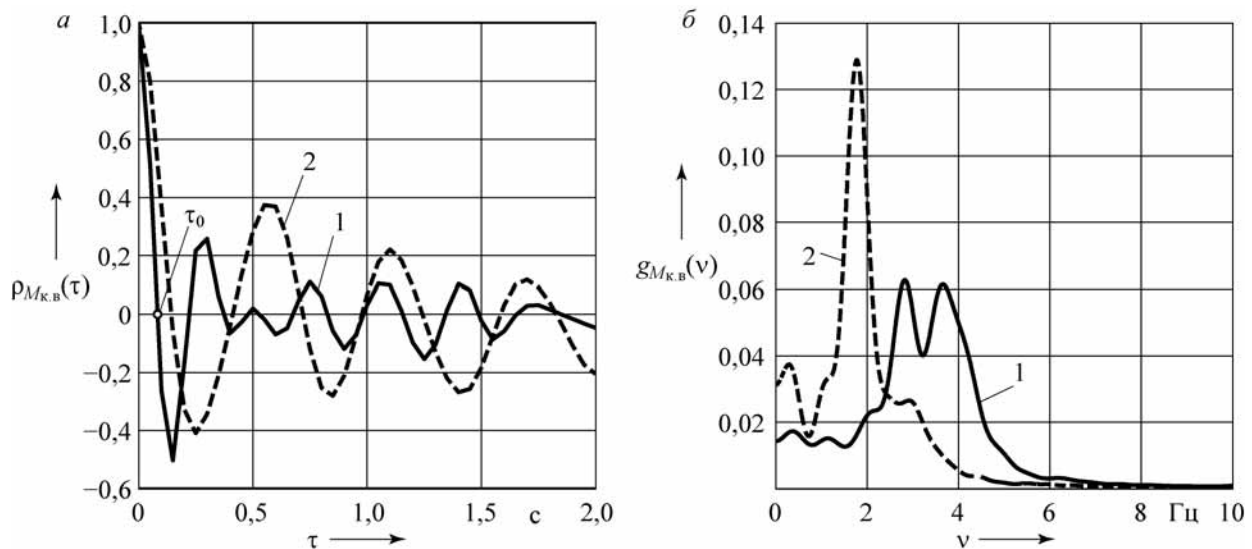
$$R_x(\tau) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} \overset{\circ}{x}_i \overset{\circ}{x}_{i+n} \quad (11)$$

где  $\tau$  — аргумент корреляционной функции — временной сдвиг:  $\tau = n\Delta t$ ;  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  — число, определяющее величину сдвига по оси абсцисс;  $\Delta t$  — шаг дискретизации независимой переменной (времени).

При  $n = 0$  получаем оценку дисперсии случайного процесса  $R_x(0) = D_x$ . Значение  $R_x(\tau)$  при этом максимально. С увеличением сдвига  $\tau$  значение  $R_x(\tau)$  уменьшается. При некотором значении  $\tau = \tau_0$  график  $R_x(\tau)$  пересекает ось абсцисс. Это значение называют временем корреляции. При  $\tau > \tau_0$  случайные значения функции  $x(t)$  практически независимы друг от друга.

Для сравнения корреляционных функций случайного процесса, получаемых в различных условиях эксплуатации машины, удобно использовать нормированную корреляционную функцию  $\rho_x(\tau)$ , определяемую из соотношения

$$\rho_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{D_x} \quad (12)$$



**Рис. 7. Графики нормированной корреляционной функции (а) и нормированной спектральной плотности (б) момента на карданном валу трансмиссии самосвала:**

1 — карьер "Гранит"; 2 — карьер "Ерунаковский"

Нормированная корреляционная функция  $\rho_x(\tau)$  безразмерная, максимальное ее значение равно единице. Это создает удобства для сравнительного анализа получаемых результатов эксперимента.

На рис. 7, а приведены графики нормированной корреляционной функции момента на карданном валу  $\rho_{M_{к.в.}}(\tau)$ . График 1 соответствует карьере "Гранит", а график 2 — карьере "Ерунаковский". Эти графики позволяют исследовать структуру случайного процесса и определить период низкочастотных колебаний. На основе графиков  $R_{M_{к.в.}}(\tau)$  можно получить графики спектральной плотности момента на карданном валу  $G_{M_{к.в.}}(\omega)$ .

Спектральная плотность характеризует распределение дисперсии случайного процесса по частоте  $\omega$ , т. е. аргументом спектральной плотности является круговая частота  $\omega$ , рад/с (или циклическая частота  $v$ , Гц). При использовании корреляционной функции для получения спектральной плотности необходимо иметь в виду, что с увеличением аргумента  $\tau$  возрастает погрешность корреляционной функции, что может привести к существенному искажению графика спектральной плотности. Поэтому для получения оценки спектральной плотности случайного процесса применяют сглаживание корреляционной функции посредством корреляционного окна. Сглаживание представляет собой такую же фильтрацию ординат функции  $R_x(\tau)$ , как и фильтрация ор-

динат реализации случайного процесса  $x(t)$  низкочастотным фильтром  $h(n_j)$ . Существует несколько функций сглаживания корреляционной функции [3]. В нашем случае была использована функция Бартлета, которая имеет вид:

$$h(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|/\tau_{\max} & \text{при } |\tau| \leq \tau_{\max}; \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_{\max}. \end{cases} \quad (13)$$

Для дискретных случайных процессов  $x(t)$  спектральная плотность  $G_x(\omega)$  вычисляется по формуле:

$$G_x(\omega) = G_x(j\Delta\omega) = \frac{\Delta\tau}{\pi} \left[ R_x(0) + 2 \sum_{i=1}^{n_{\max}} R_x(i\Delta\tau) h(i\Delta\tau) \cos(j\Delta\omega) i\Delta\tau \right], \quad (14)$$

где:  $\Delta\omega$  — шаг дискретизации аргумента  $\omega$  спектральной плотности  $G_x(\omega)$ ;  $j$  — номер точки дискретного аргумента  $\omega$ ;  $\omega_j = j\Delta\omega$ ;  $j = 0, 1, 2, 3, \dots, k$ ;  $\Delta\tau = \Delta t$ ;  $n_{\max} = \tau_{\max}/\Delta t$ .

Для сравнения результатов экспериментальных исследований машины в различных условиях эксплуатации удобно использовать нормированную спектральную плотность, вычисляемую из соотношения:

$$g_x(\omega) = \frac{G_x(\omega)}{D_x}. \quad (15)$$

Нормированная спектральная плотность — безразмерная функция. На рис. 7, б приведены графики нормированных спектральных плотностей момента на карданном валу  $g_{M_{к.в}}(\nu)$ , соответствующие графикам нормированных корреляционных функций  $\rho_{M_{к.в}}(\tau)$ , приведенных на рис. 7, а. В качестве аргумента функций спектральных плотностей на рис. 7, б вместо  $\omega$  использована циклическая частота  $\nu = \omega/(2\pi)$ , Гц.

Рассмотрим графики функций  $\rho_{M_{к.в}}(\tau)$  и  $g_{M_{к.в}}(\nu)$ . Корреляционная функция момента на карданном валу имеет затухающий колебательный характер. Из рисунка 7, а видно, что частота колебаний этой функции, соответствующая условиям движения в карьере "Гранит", значительно выше, чем в карьере "Ерунаковский". На графике 1 нормированной спектральной плотности  $\rho_{M_{к.в}}(\nu)$ , полученной для карьера "Гранит", выявлены два значительных пика дисперсий при частотах 2,83 Гц и 3,67 Гц. При движении в карьере "Ерунаковский" (график 2) пиковое значение дисперсии момента на карданном валу соответствует частоте 1,75 Гц. Причем дисперсия момента в этом случае в два раза выше, чем в первом. Это обусловлено существенными различиями характеристик рассматриваемых карьеров, что сказывается на режимах движения самосвала и нагружения механизмов трансмиссии. Изменения частоты колебаний обусловлены различием резонансных частот масс трансмиссии при движении на разных передачах. Так, в карьере "Гранит" автомобиль в исследуемом интервале времени движется на IV, V и VI передачах, а в карьере "Ерунаковский" — на II и III передачах. Дисперсия колебаний момента на карданном валу в трансмиссии в основном сосредоточена в диапазоне частоты до 6 Гц.

Время корреляции  $\tau_0$  ординат момента на карданном валу также связано со спектром резонансных

частот трансмиссии. С увеличением частоты колебаний момента значение  $\tau_0$  снижается (см. рис. 7, а).

Нормированные корреляционные функции вращающего момента и мощности двигателя имеют вид затухающей экспоненты с довольно значительным временем корреляции (в пределах 0,6—0,9 с), а дисперсия в основном сосредоточена в области частот до 1 Гц. Это объясняется тем, что на дисперсии характеристик двигателя сильное влияние оказывают переходные процессы при переключении передач.

В результате проведенных расчетно-теоретических исследований, выполненных на основе математического моделирования процессов движения самосвала с учетом эксплуатационных условий реальных карьеров, получены прогнозируемые значения параметров и характеристик нагружения основных механизмов создаваемой гидромеханической передачи с планетарной коробкой передач. Полученные результаты позволили сформировать расчетные нагрузочные режимы работы фрикционов ГМП, валов трансмиссии, зубчатых зацеплений и подшипников сателлитов планетарной коробки передач. На их основе были определены рациональные параметры фрикционов (размеры фрикционных дисков и количество пар трения) и зубчатых колес.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Тарасик В. П.** Мехатронная система автоматического управления гидромеханической передачей карьерных самосвалов БелАЗ / В. П. Тарасик, Н. Н. Горбатенко, Р. В. Плякин, А. Н. Егоров, В. В. Региня // Грузовик. 2011. № 2.
2. **Горбатенко Н. Н.** Диагностирование гидромеханических передач: монография / Н. Н. Горбатенко, А. Н. Егоров, В. В. Региня и др.; под ред. В. П. Тарасика. — Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2010. 511 с.
3. **Тарасик В. П.** Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов / В. П. Тарасик. Минск: ДизайнПРО, 2004. 640 с.
4. **Тарасик В. П.** Теория движения автомобиля: учебник для вузов / В. П. Тарасик. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 480 с.