

УДК 621.372.8:535

**СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО ПОКРЫТИЯ  
В ХОДЕ ЕГО ИЗГОТОВЛЕНИЯ*****Л. И. СОТСКАЯ<sup>1</sup>, Е. А. ЧУДАКОВ<sup>2</sup>, А. Б. СОТСКИЙ<sup>2</sup>, К. Н. КРИВЕЦКИЙ<sup>3</sup>,  
Н. И. СТАСЬКОВ<sup>2</sup>***<sup>1</sup>Белорусско-Российский университет<sup>2</sup>Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова

Могилев, Беларусь

<sup>3</sup>ООО «ЭссентОптикс»

Минск, Беларусь

UDC 621.372.8:535

**SPECTROPHOTOMETRY OF INTERFERENCE COATING DURING  
ITS MANUFACTURE*****L. I. SOTSKAYA, E. A. CHUDAKOV, A. B. SOTSKY, K. N. KRIVETSKII,  
N. I. STASKOV***

**Аннотация.** Разработан алгоритм решения обратной задачи спектрофотометрии слоев интерференционных покрытий в ходе их напыления. Представлены результаты обработки динамических спектров отражения для двухслойного покрытия  $\text{SiO}_2\text{-ZrO}_2$  на подложке из стекла К8.

**Ключевые слова:** интерференционные покрытия, обратная задача спектрофотометрии растущего слоя.

**Abstract.** An algorithm for solving the inverse problem of spectrophotometry of layers of interference coatings during their deposition has been developed. The results of processing the dynamic reflection spectra for a two-layer  $\text{SiO}_2\text{-ZrO}_2$  coating on a K8 glass substrate are presented.

**Keywords:** interference coatings, inverse problem of growing layer spectrophotometry.

Интерференционные покрытия на плоскопараллельных диэлектрических подложках широко используются в антибликовых и зеркальных системах. Качественное изготовление таких покрытий предполагает отслеживание технологического процесса в реальном времени. Для этой цели могут быть применены системы спектрофотометрического контроля параметров покрытий, встроенные непосредственно в вакуумные установки. Такие системы выпускает ООО «ЭссентОптикс» (Минск). Актуальной является проблема математического обеспечения работы названных систем. Она предполагает решение обратной оптической задачи о динамическом восстановлении толщины  $d_{lk}$  и спектра показателя преломления  $\sigma_l(\lambda)$  растущего слоя. Здесь  $l=1, 2, \dots$  – номер слоя в покрытии, отсчитанный от подложки (материалы слоев чередуются),  $\lambda$  – длина световой волны,  $k$  – номер, характеризующий процесс образования слоя,  $k=0, 1, \dots, k_s$  ( $d_{lk+1} > d_{lk}$ ,

$d_{l_0} = 0$ ,  $d_{lk_s} = d_l$ ). Известными являются спектры энергетического коэффициента отражения

$$R_{lk}(\lambda) = 0,5[R_{lk}^{(s)}(\lambda) + R_{lk}^{(p)}(\lambda)] \quad (1)$$

либо пропускания

$$T_{lk}(\lambda) = 0,5[T_{lk}^{(s)}(\lambda) + T_{lk}^{(p)}(\lambda)] \quad (2)$$

покрытия для частично когерентного света, измеряемые на дискретных длинах волн  $\lambda_j$  ( $j = \overline{1, q}$ ,  $\lambda_{j+1} > \lambda_j$ ). Здесь  $k$  – номер спектра, соответствующий толщине  $l$ -го слоя  $d_{lk}$ ,  $R_{lk}^{(\alpha)}(\lambda)$ ,  $T_{lk}^{(\alpha)}(\lambda)$  – спектры  $R_{lk}(\lambda)$ ,  $T_{lk}(\lambda)$  для волн  $s$ - ( $\alpha = s$ ), либо  $p$ - ( $\alpha = p$ ) поляризации.

В работе представлен и апробирован экспериментально алгоритм решения названной обратной задачи. Материал представляет собой развитие подхода, предложенного в [1].

Пусть наноразмерное интерференционное покрытие 4 текущей суммарной толщины  $d$  наносится на плоскопараллельную диэлектрическую пластину 3 с известными диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_s = (n_s - ik_s)^2$  и толщиной  $D$  (рис. 1).

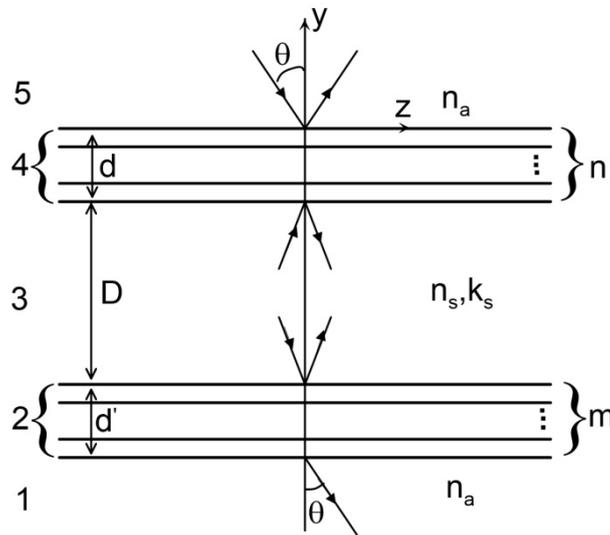


Рис. 1. Интерференционное покрытие на плоскопараллельной подложке

На обратной стороне пластины имеется некоторая известная стационарная слоистая среда 2 толщины  $d'$ . Вся структура окружена прозрачной средой с показателем преломления  $n_a$ .

При освещении структуры плоской световой волной с длиной когерентности  $g$ , удовлетворяющей условиям  $g \ll D$ ,  $g \gg d$ ,  $g \gg d'$ , падающей под углом  $\theta$ , могут быть получены следующие выражения [2]:

$$R_k^{(\alpha)}(\lambda) = \left| r_{53}^{(\alpha)} \right|^2 + \left| r_{31}^{(\alpha)} t_{35}^{(\alpha)} t_{53}^{(\alpha)} \exp(-2ik_y^{(s)} D) \right|^2 \left[ 1 - \left| r_{31}^{(\alpha)} r_{35}^{(\alpha)} \exp(-2ik_y^{(s)} D) \right|^2 \right]^{-1}; \quad (3)$$

$$T_k^{(\alpha)}(\lambda) = \left| t_{53}^{(\alpha)} t_{31}^{(\alpha)} \exp(-ik_{ys} D) \right|^2 \left[ 1 - \left| r_{31}^{(\alpha)} r_{35}^{(\alpha)} \exp(-2ik_{ys} D) \right|^2 \right]^{-1}, \quad (4)$$

где  $r_{53}^{(\alpha)}$ ,  $r_{31}^{(\alpha)}$ ,  $r_{35}^{(\alpha)}$ ,  $t_{53}^{(\alpha)}$ ,  $t_{35}^{(\alpha)}$ ,  $t_{31}^{(\alpha)}$  – когерентные амплитудные коэффициенты отражения либо прохождения плоской волной слоистых сред 2 и 4 (см. рис. 1),  $k_y^{(s)} = k_0 \sqrt{\varepsilon_s - (n_a \sin \theta)^2}$ ,  $k_0 = 2\pi\lambda^{-1}$ .

Анализ выражений (1)–(4) в представляющем основной практический интерес случае  $\theta \rightarrow 0$  позволяет получить явные зависимости  $R_{lk}$  и  $T_{lk}$  от искомым параметров  $\sigma_l(\lambda)$  и  $d_{lk}$ :

$$\Delta_{lk}(\lambda_j) = f_{lk}(\lambda_j); \quad (5)$$

$$\Delta_{lk}(\lambda_j) = 2n_s n_a (1+r)(1-r)^{-1}; \quad (6)$$

$$r = \frac{\left| r_{31} \exp(-2ik_y^{(s)} D) \right|^2 - R_{lk}(\lambda_j)}{\left| r_{31} \exp(-2ik_y^{(s)} D) \right|^2 (2 - R_{lk}(\lambda_j)) - 1}, \quad (7)$$

в случае регистрации  $R_{lk}(\lambda_j)$ , а в случае регистрации  $T_{lk}(\lambda_j)$

$$r = \frac{n_s T_{lk}(\lambda_j) - \left| t_{31}^2 \exp(-2ik_y^{(s)} D) \right|}{(n_s \left| r_{31}^2 \exp(-2ik_y^{(s)} D) \right| \left| T_{lk}(\lambda_j) - \left| t_{31}^2 \right| \right) \exp(-2ik_y^{(s)} D)}.$$

Функция  $f_{lk}(\lambda_j)$  зависит от подлежащих определению искомого спектра  $\sigma_l(\lambda_j)$  и толщины растущего слоя покрытия  $d_{lk}$ :

$$f_{lk}(\lambda_j) = [\sin \varphi_l - \sin(2k_0 \sigma_l d_{lk} + \varphi_l)] (1 - n_a^2 \sigma_l^{-2}) \rho_l + G_l, \quad (8)$$

где величины  $\rho_l$ ,  $\varphi_l$  и  $G_l$  определяются параметрами покрытия, сформированного до нанесения рассматриваемого слоя:

$$\rho_l \sin \varphi_l = 0,5[\sigma_l^2 (L_{11}^2 + n_s^2 L_{12}^2) - (L_{21}^2 + n_s^2 L_{22}^2)], \quad \rho_l \cos \varphi_l = \sigma_l (L_{12} L_{22} n_s^2 + L_{11} L_{21}),$$

$$G_l = n_a^2 (L_{11}^2 + n_s^2 L_{12}^2) + L_{21}^2 + n_s^2 L_{22}^2,$$

$2 \times 2$  матрица  $\mathbf{L}$  имеет вид произведения  $\mathbf{L} = \mathbf{M}_{l-1} \mathbf{M}_{l-2} \dots \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица,  $\mathbf{M}_k$  –  $2 \times 2$  матрица с элементами,

$$(\mathbf{M}_k)_{11} = (\mathbf{M}_k)_{22} = \cos(k_0 \sigma_k d_k), (\mathbf{M}_k)_{12} = \frac{\sin(k_0 \sigma_k d_k)}{\sigma_k}, (\mathbf{M}_k)_{21} = -\sigma_k \sin(k_0 \sigma_k d_k).$$

При фиксированных значениях  $l, k, q$  система  $q$  уравнений (5) с  $q+1$  неизвестными  $d_{lk}, \sigma_l(\lambda_j)$  ( $j=\overline{1, q}$ ) не замкнута. В таком случае можно использовать две системы (5), отвечающие различным  $k$ , равным  $k_1$  и  $k_2 > k_1$ . Данные системы состоят из  $2q$  уравнений и содержат  $2+q \ll 2q$  неизвестных величин  $d_{lk_1}, d_{lk_2}, \sigma_l(\lambda_j)$ . Ситуация, в которой число искомых параметров меньше числа наложенных на них условий, характерна для обратных оптических задач. Она предполагает использование метода наименьших квадратов.

В качестве целевой функции этого метода выбрана

$$F = \sum_{j=1}^q [\Delta_{lk_1}(\lambda_j) - f_{lk_1}(\lambda_j)]^2 + [\Delta_{lk}(\lambda_j) - f_{lk}(\lambda_j)]^2, \quad (9)$$

где  $k > k_1$ . Но вычислительные эксперименты по отысканию минимумов функции (9) относительно  $d_{lk_1}, d_{lk}, \sigma_l(\lambda_j)$  для различных интерференционных покрытий с известными параметрами привели к разрывным зависимостям  $\sigma_l(\lambda_j)$ , отличающимся от точных. Этот дефект можно связать с наличием периодической функции  $\sin(2k_0\sigma_l d_{lk} + \varphi_l)$  в (8). Для его устранения априори использован факт аналитичности функции  $\sigma_l(\lambda)$ . С этой целью данная функция представлялась полиномом Лагранжа – Чебышева степени  $N$ :

$$\sigma_l(\lambda) = \sum_{\kappa=0}^N x_{\kappa} \prod_{\delta \neq \kappa} (\lambda - \lambda_{\delta}) / \prod_{\delta \neq \kappa} (\lambda_{\kappa} - \lambda_{\delta}), \quad (10)$$

где  $\kappa, \delta = 0, 1, \dots, N$ , коэффициенты  $x_{\kappa} = \sigma_l(\lambda_{\kappa})$  подлежат определению,

$$\lambda_{\kappa} = 0,5(\lambda_q - \lambda_1) \cos[0,5\pi(2(N - \kappa) + 1)(N + 1)^{-1}] + 0,5(\lambda_q + \lambda_1).$$

В представлении (10) задача содержит  $N+3$  свободных параметров, определяемых из условия минимума функции (9). Численное тестирование предложенного решения в вычислительных экспериментах для ряда покрытий показало его высокую точность при  $N \geq 6$ .

Описанный алгоритм использован для обработки экспериментальных спектров  $R_{lk}(\lambda)$ , полученных при изготовлении двухслойного интерференционного покрытия, состоящего из слоя  $ZrO_2$  ( $l=1$ ) и слоя  $SiO_2$  ( $l=2$ ), наносимых методом электронно-лучевого испарения на подложку из стекла К8. Обратная сторона подложки была матирована, что в модели (7) соответствует выбору  $r_{31} = 0$ . В ходе напыления покрытия были измерены  $k_s = 145$  спектров  $R_{1k}(\lambda)$  и  $k_s = 107$  спектров  $R_{2k}(\lambda)$  в диапазоне  $380,25 \text{ нм} < \lambda < 1091,85 \text{ нм}$  с шагом  $0,6 \text{ нм}$ . Запись каждого нового спектра осуществлялась через интервал времени  $1 \text{ с}$ .

На рис. 2 сопоставлены экспериментальные и теоретические спектры  $R_{lk}(\lambda)$ , найденные из выражений (5)–(8) после минимизации функции (9) при  $k_1 = 20$ . Как видно, теория и эксперимент практически неотличимы.

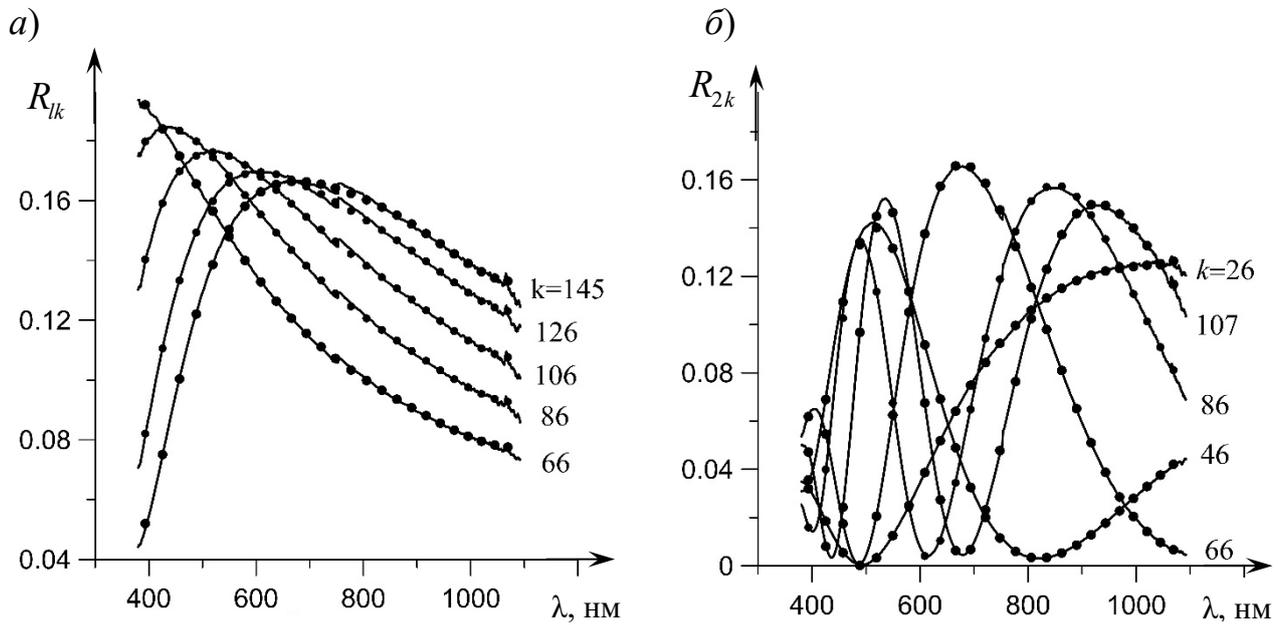


Рис. 2. Экспериментальные (сплошные кривые) и теоретические (дискретные точки) спектры  $R_{lk}(\lambda)$  для двухслойного покрытия: *a* – формирование слоя  $ZrO_2$ ; *б* – формирование слоя  $SiO_2$

Рис. 3 иллюстрирует результаты решения обратной оптической задачи для толщин слоев покрытия в ходе их роста.

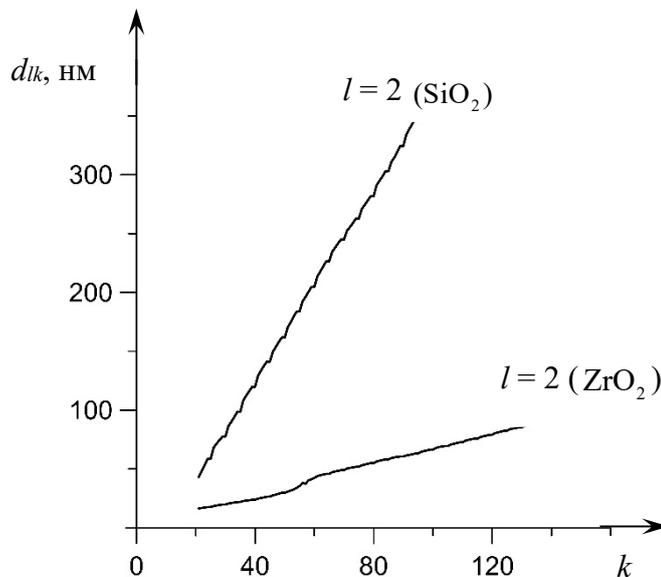


Рис. 3. Динамика роста слоев покрытия

На рис. 4 приведены восстановленные спектры показателей преломления слоев при различных  $k$  в (9). Видимая из рис. 3 и 4 зависимость спектра показателя преломления слоя от его толщины объясняется грубым характером использованной модели однородного слоя применительно к реальному слою в самом начале его роста. Стабилизация спектров, означающая рост адекватности данной модели, наблюдается по мере увеличения толщин слоев. Заметное отклонение спектров материалов слоев от спектров объемных материалов на рис. 4 можно объяснить пористостью слоев.

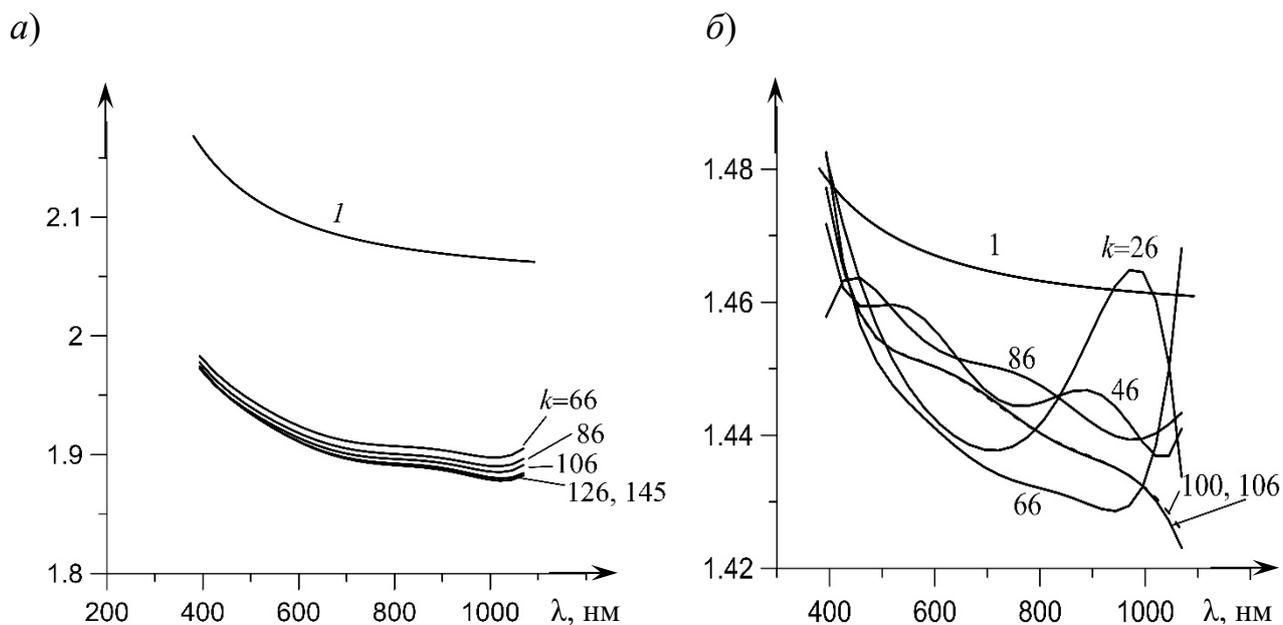


Рис. 4. Динамика восстановления спектров показателя преломления слоев  $ZrO_2$  (а) и  $SiO_2$  (б). Кривые 1 – литературные данные для дисперсии объемных материалов

*Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований РБ «1.15 Фотоника и электроника для инноваций».*

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сотская, Л. И. Задача спектрофотометрии растущего слоя / Л. И. Сотская, Е. А. Чудаков, А. Б. Сотский // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 21–22 апр. 2022 г.* – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2022. – С. 417–418.

2. Спектроскопия слоев на плоскопараллельных подложках / А. Б. Сотский [и др.] // *Оптика и спектроскопия.* – 2020. – Т. 128, № 8. – С. 1133–1143.

E-mail: li\_sotskaya@tut.by, kenni\_mark@bk.ru, ab\_sotsky@mail.ru, krivetski@essentoptics.com, ni\_staskov@mail.ru.