

УДК 621.372.8; 535.1

А.Б. СОТСКИЙ, П.Я. ЧУДАКОВСКИЙ, И.У. ПРИМАК

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА В ПЛАНАРНЫХ СТРУКТУРАХ С ПОЛНОСТЬЮ СОГЛАСОВАННЫМИ СЛОЯМИ

Предложен метод расчета дифракционных полей в планарных структурах с полностью согласованными слоями, моделирующими открытое пространство. Подход проиллюстрирован на примере исследования параметров отраженного светового пучка при призмном возбуждении ТЕ-моды планарного оптического волновода с шероховатой поверхностью. Оценено влияние поверхностного рассеяния света на результат решения обратной задачи волноводной спектроскопии.

Ныне при решении дифракционных оптических задач в открытом пространстве широко применяется модель полностью согласованных

слоев (PML) [1]. Она позволяет использовать пространственно-ограниченное расчетное окно, при этом отражение излучения от границ окна минимизируется за счет нанесения на них PML, приближенно моделирующих открытое пространство. Обычно PML применяют при решении уравнений Максвелла методами конечных разностей и конечных элементов [1; 2]. В настоящем сообщении развивается альтернативный подход, представляющий собой модификацию известного метода спектральных разложений дифракционных полей в открытых планарных структурах по модам таких структур [3]. В своей классической формулировке этот метод приводит к сложным интегро-дифференциальным уравнениям относительно амплитуд мод непрерывного спектра. Ниже показано, что использование PML позволяет рассмотреть вместо открытых закрытые планарные структуры с дискретным спектром мод. В результате решение дифракционных задач существенно упрощается и сводится к интегрированию систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Соответствующая техника проиллюстрирована на примере исследования проблемы рассеяния света на шероховатых границах раздела сред при волноводной спектроскопии тонких пленок.

Рассмотрим двумерное ($\nabla_x \equiv 0$) монохроматическое (с временным множителем $\exp(i\omega t)$) электромагнитное поле в планарной структуре, состоящей из n однородных изотропных диэлектрических слоев (рис. 1). При $y = A$ и $y = B$ структура ограничена идеально проводящими экранами. К экранам примыкают PML толщины Δ . Тензоры относительной магнитной и диэлектрической проницаемости PML удовлетворяют соотношениям [4]

$$\mu_{ij} = \mu_j, \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_j, \quad \mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \mu_{xx} = \mu_{zz} = \mu_0 = \alpha \exp(-i\pi/4), \quad \mu_{yy} = \mu_e = 1/\mu_0, \\ \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_0 = \varepsilon_i \mu_0, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_e = \varepsilon_i / \mu_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\alpha > 0$ – некоторая вещественная константа, ε_i ($i = 1, n$) – диэлектрическая проницаемость среды, контактирующей с PML.

Нетрудно показать, что при выполнении (1), (2) коэффициенты отражения плоских волн ТЕ- и ТМ-поляризации от границы раздела диэлектрик-PML равны

$$R = -\exp(-2i\mu_0\sigma_i k_0 \Delta), \quad (3)$$

где $\sigma_i = \sqrt{\varepsilon_i} \sin \theta$, θ – угол падения, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – волновое число вакуума. Таким образом, при достаточно большом значении Δ отражение излучения от PML становится пренебрежимо малым ($|R| \rightarrow 0$) независимо от его поляризации и угла падения, иными словами, PML моделирует открытое пространство в закрытой структуре. Воспользуемся этим свойством для исследования дифракционных полей в

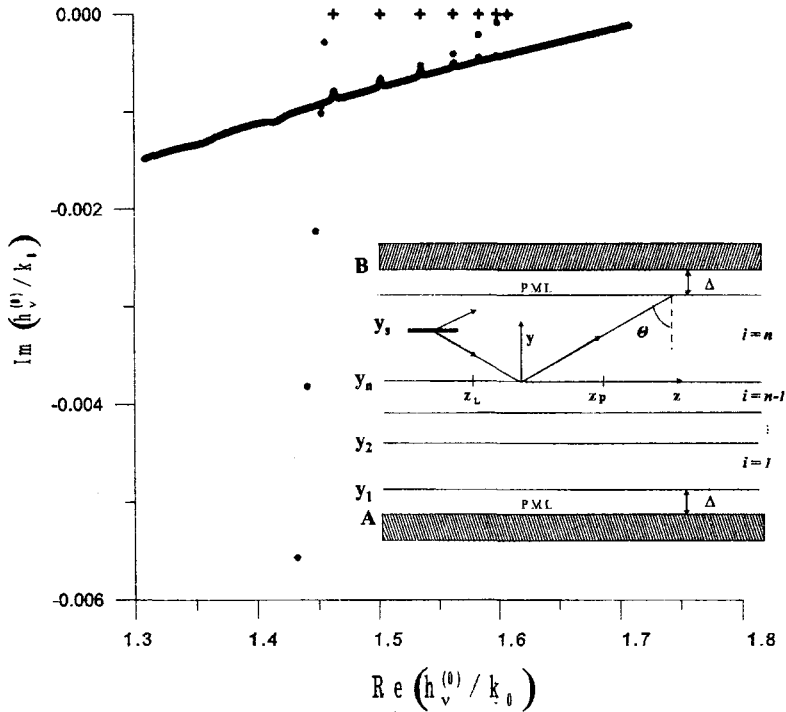


Рис. 1. Диаграммы постоянного распространения мод планарной структуры, моделирующей призмное устройство связи (точки) и мод свободного волновода в открытом пространстве (крестики). На вставке – исследуемая структура

открытой планарной структуре с продольной нерегулярностью. Будем считать, что эта нерегулярность обусловлена колебаниями толщин диэлектрических слоев при движении вдоль оси Oz . Ограничимся рассмотрением волн ТЕ-поляризации. Анализ ТМ-волн аналогичен.

В соответствии с уравнениями Максвелла, x – компонента напряженности электрического поля ТЕ-волн в области $A \leq y \leq B$ (рис. 1) описывается уравнением

$$\mu_e \nabla_y \mu_o^{-1} \nabla_y E_x + \nabla_z^2 E_x + k_0^2 \varepsilon(y, z) E_x = f(y, z), \quad (4)$$

решаемым с нулевыми граничными условиями при $y = A$, $y = B$. Здесь в областях PML $\varepsilon(y, z) = \varepsilon_i$, а значения μ_o и μ_e определяются по формулам (2). Вне этих областей $\mu_o = \mu_e = 1$, а функция $\varepsilon(y, z)$ описывает диэлектрическую проницаемость нерегулярной планарной структуры. Функция $f(y, z)$ задается источником излучения (см. ниже).

Рассмотрим задачу Штурма-Лиувилля:

$$[\mu_e \nabla_y \mu_o^{-1} \nabla_y + k_0^2 \varepsilon(y, z) - h_v^2(z)] \varphi_v(y, z) = 0, \quad \varphi_v(A, z) = 0, \quad \varphi_v(B, z) = 0, \quad (5)$$

где z является фиксированным параметром. Эта задача имеет дискретный набор нетривиальных решений (мод), которые формируют полный набор функций на отрезке $A \leq y \leq B$ [3]. При этом $h_v(z)$ имеет смысл постоянной распространения, а $\varphi_v(y, z)$ – поперечного

распределения поля ν -й моды продольно-регулярной планарной структуры с $\varepsilon(y) = \varepsilon(y, z)$.

В соответствии с (5) в j -м слое структуры

$$\varphi_{\nu}(y, z) = \varphi_{\nu j} \cos[\sigma_j(y - y_j)] + \varphi'_{\nu j} \sin[\sigma_j(y - y_j)] / \sigma_j, \quad (6)$$

где $\varphi_{\nu j} = \varphi_{\nu}(y_j, z)$, $\varphi'_{\nu j} = \partial \varphi_{\nu} / \partial y|_{y=y_j}$, $y_j = y_j(z)$ — нижняя граница слоя

(рис. 1), $\sigma_j = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_j - h_{\nu}^2(z)}$. Согласно (3), (5), (6), имеют место рекуррентные соотношения

$$\varphi_{\nu j+1} = \varphi_{\nu j} \cos(\sigma_j d_j) + \varphi'_{\nu j} \sin(\sigma_j d_j) / \sigma_j, \quad \varphi'_{\nu j+1} = -\varphi_{\nu j} \sigma_j \sin(\sigma_j d_j) + \varphi'_{\nu j} \cos(\sigma_j d_j), \quad (7)$$

где $j = \overline{2, n}$, $\varphi'_{\nu 2} = t_{\nu}$, $\varphi_{\nu 2} = t_{\nu}(1 - e)[i\sigma_1(1 + e)]^{-1}$, $e = \exp[-2i\sigma_1(d_1 + \mu_0 \Delta)]$, $d_j = d_j(z)$ — локальная толщина j -го слоя, $t_{\nu} = t_{\nu}(z)$ — множитель, определяемый из условия нормировки полей мод

$$\int_A^B \mu_e^{-1} \varphi_{\nu}(y, z) \varphi_{\mu}(y, z) dy = \delta_{\nu \mu}, \quad (8)$$

где $\delta_{\nu \mu}$ — символ Кронекера (ортогональность функций φ_{ν} с различными номерами ν следует из (5)).

Из (3), (6) получаем дисперсионное уравнение относительно $h_{\nu}(z)$:

$$\sigma_n^2 \{ [\varphi_{\nu n} - \varphi'_{\nu n} / (i\sigma_n)] \exp[-i\sigma_n(d_n + \mu_0 \Delta)] + [\varphi_{\nu n} + \varphi'_{\nu n} / (i\sigma_n)] \exp[i\sigma_n(d_n + \mu_0 \Delta)] \} = 0. \quad (9)$$

В соответствии с (7) левая часть (9) является целой трансцендентной функцией комплексной переменной h_{ν} . В результате число корней уравнения (9) на полной комплексной плоскости неограниченно велико [5]. Значения этих корней в любой замкнутой области комплексной плоскости могут быть рассчитаны методом контурного интегрирования [6]. Последующее построение функций $\varphi_{\nu}(y, z)$ на основании (6), (7) не вызывает затруднений.

В силу полноты набора функций $\varphi_{\nu}(y, z)$ на отрезке $A \leq y \leq B$ решение уравнения (4) может быть представлено в виде равномерно сходящихся рядов

$$E_x(y, z) = \sum_{\nu} U_{\nu}(z) \varphi_{\nu}(y, z), \quad \nabla_z E_x(y, z) = \sum_{\nu} V_{\nu}(z) \varphi_{\nu}(y, z), \quad (10)$$

где $U_{\nu}(z)$ и $V_{\nu}(z)$ — некоторые функции z . Подставляя (10) в (4) и учитывая (8), приходим к обыкновенным дифференциальным уравнениям с переменными коэффициентами

$$\nabla_z U_{\nu} = V_{\nu} - \sum_{\mu \neq \nu} D_{\nu \mu} U_{\mu}, \quad \nabla_z V_{\nu} = -U_{\nu} h_{\nu}^2 - \sum_{\mu \neq \nu} D_{\nu \mu} V_{\mu} + \bar{f}_{\nu}(z), \quad (11)$$

где

$$D_{\nu \mu} = D_{\nu \mu}(z) = k_0^2 [h_{\mu}^2(z) - h_{\nu}^2(z)]^{-1} \int_A^B \mu_e^{-1} \varphi_{\nu}(y, z) \varphi_{\mu}(y, z) \nabla_z \varepsilon dy,$$

$$\bar{f}_\nu(z) = \int_A^B \mu_e^{-1} \varphi_\nu(y, z) f(y, z) dy. \quad (12)$$

Ограничимся в бесконечных рядах (10) k слагаемыми ($\nu = \overline{1, k}$). В этом случае (11) представляет собой замкнутую систему $2k$ уравнений. Предположим, что вне отрезка $z_1 \leq z \leq z_p$ рассматриваемая структура регулярна ($D_{\nu\mu}(z) \equiv 0$) и что на некоторых интервалах оси Oz , примыкающих к этому отрезку, отсутствуют источники излучения ($\bar{f}_\nu(z) \equiv 0$). Тогда на этих интервалах, согласно (11),

$$\begin{aligned} U_\nu &= a_\nu \exp(-ih_\nu^{(0)}z) + b_\nu \exp(ih_\nu^{(0)}z), \\ V_\nu &= -ih_\nu^{(0)}[a_\nu \exp(-ih_\nu^{(0)}z) - b_\nu \exp(ih_\nu^{(0)}z)], \quad \text{при } z_1 \leq z, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} U_\nu &= c_\nu \exp(-ih_\nu^{(0)}z) + e_\nu \exp(ih_\nu^{(0)}z), \\ V_\nu &= -ih_\nu^{(0)}[c_\nu \exp(-ih_\nu^{(0)}z) - e_\nu \exp(ih_\nu^{(0)}z)], \quad \text{при } z \geq z_p, \end{aligned} \quad (14)$$

где $h_\nu^{(0)}$ – постоянная распространения ν -й моды регулярной планарной структуры, $a_\nu, b_\nu, c_\nu, e_\nu$ – некоторые постоянные, имеющие смысл амплитуд, падающих и отраженных от нерегулярного участка мод. Пусть при $z > z_p$ источники излучения отсутствуют. Тогда, очевидно, $e_\nu = 0$, значения амплитуд a_ν задаются внешними источниками излучения, а амплитуды b_ν и c_ν должны определяться в результате решения дифракционной задачи.

Один из возможных путей такого решения состоит в поочередном интегрировании $k + 1$ задачи Коши для системы (11) на отрезке $z_1 \leq z \leq z_p$ (в общем случае данное интегрирование должно осуществляться численно). В первой из этих задач используются начальные условия $U_\nu(z_1) = a_\nu \exp(-ih_\nu^{(0)}z_1)$, $V_\nu(z_1) = -ih_\nu^{(0)}U_\nu(z_1)$. После ее интегрирования получим $U_\nu^{(0)} = U_\nu(z_p)$, $V_\nu^{(0)} = V_\nu(z_p)$. В остальных k задачах полагаем в (11) $\bar{f}_\nu(z) \equiv 0$ и используем начальные условия $U_\nu(z_1) = \delta_{\nu\mu} \exp(ih_\nu^{(0)}z_1)$, $V_\nu(z_1) = ih_\nu^{(0)}U_\nu(z_1)$. В результате интегрирования этих задач будут построены две матрицы размерности $k \times k$: $U_{\nu\mu} = U_\nu(z_p)$, $V_{\nu\mu} = V_\nu(z_p)$. Учитывая линейность уравнений (11) и представление (14), получаем неоднородную алгебраическую систему относительно неизвестных b_ν :

$$\sum_{\mu=1}^k (V_{\nu\mu} + ih_\nu^{(0)}U_{\nu\mu})b_\mu = -ih_\nu^{(0)}U_\nu^{(0)} - V_\nu^{(0)}, \quad (15)$$

где $\nu = \overline{1, k}$. Определив из (15) коэффициенты b_ν , мы можем рассчитать дифракционное поле по формулам (10). При этом вне отрезка $z_1 \leq z \leq z_p$ следует использовать представления (13), (14), где

$c_\nu = \exp(ih_\nu^{(0)}z_p)(U_\nu^{(0)} + \sum_{\mu=1}^k U_{\nu\mu}b_\mu)$, а при $z_1 \leq z \leq z_p$ функции $U_\nu(z)$ и $V_\nu(z)$ можно вычислить, численно проинтегрировав систему (11) при начальных условиях для $U_\nu(z)$ и $V_\nu(z)$, вытекающих из (13).

Исследование различных структур показало, что из-за накопления вычислительной погрешности описанный способ решения дифракционных задач эффективен в случае коротких отрезков нерегулярности ($z_p - z_1 \leq 10\lambda_0$). Если же $z_p - z_1 > 10\lambda_0$, то предпочтителен иной подход. В нем выражения (11), (13), (14) заменяются эквивалентными интегральными уравнениями

$$U_\nu(z) = a_\nu \exp(-ih_\nu^{(0)}z) + 0,5 \int_{z_1}^z \Phi^{(-)}(z, z') dz' - 0,5 \int_z^{z_p} \Phi^{(+)}(z, z') dz', \quad (16)$$

$$V_\nu(z) = -0,5ih_\nu^{(0)} \left[2a_\nu \exp(-ih_\nu^{(0)}z) + \int_{z_1}^z \Phi^{(-)}(z, z') dz' + \int_z^{z_p} \Phi^{(+)}(z, z') dz' \right], \quad (17)$$

где $\Phi^{(\pm)}(z, z') = \exp[\pm ih_\nu^{(0)}(z - z')] [F(z') \pm G(z)]$, $F(z) = -\sum_{\mu \neq \nu} D_{\nu\mu}(z) U_\mu(z)$,

$$G(z) = [ih_\nu^{(0)}]^{-1} \left\{ [(h_\nu^{(0)})^2 - h_\nu^2(z)] U_\nu(z) - \sum_{\mu \neq \nu} D_{\nu\mu}(z) V_\mu(z) + \bar{f}_\nu(z) \right\}.$$

Уравнения (16), (17) особенно эффективны при исследовании слабо нерегулярных слоистых структур, поскольку в этом случае они содержат малые параметры $(h_\nu^{(0)})^2 - h_\nu^2(z)$, $D_{\nu\mu}(z)$ и допускают численное решение методом итераций (см. ниже).

Следует отметить, что объем вычислений в обеих описанных схемах резко возрастает при увеличении порядка редукции рядов (10). Значение k при заданной точности решения определяется спектром используемых мод $\varphi_\nu(y, z)$, который, в свою очередь, зависит от толщины РМЛ Δ . В частности, при $\Delta \rightarrow \infty$ данный спектр становится квазинепрерывным, поэтому $k \rightarrow \infty$. С другой стороны, при $\Delta \rightarrow 0$ спектр мод является разреженным (k можно выбрать конечным), но получаемое решение будет искажено вследствие паразитного отражения излучения от вспомогательных идеально проводящих экранов. Таким образом, оптимальные значения k и Δ должны определяться в ходе решения каждой конкретной задачи путем контроля устойчивости получаемых решений относительно выбора этих значений.

Проиллюстрируем сказанное на примере расчета дифракционных полей в призмном устройстве возбуждения планарных оптических волноводов (призмном устройстве связи), которое широко применяется при волноводной спектроскопии тонких пленок [7]. В известном алгоритме решения обратной задачи волноводной спектроскопии [8] не учитывается рассеяние излучения на шероховатых

границах раздела сред, которое неизбежно присутствует в реальном эксперименте. Таким образом, актуальным является исследование влияния данного рассеяния на поле отраженного светового пучка в схеме призмного устройства связи и на значения восстанавливаемых комплексных постоянных распространения волноводных мод.

Рассмотрим модель призмного устройства связи, в котором волноводная пленка, расположенная на подложке, возбуждается гауссовым пучком света, падающим на основание призмы, отделенной от пленки буферным слоем. В качестве призмы и подложки будем рассматривать полуограниченные среды. В планарной структуре с PML, моделирующей описанное устройство (рис. 1), $n = 4$, при этом номера $i = 1, 2, 3, 4$ относятся к подложке, волноводной пленке, буферному слою и призме соответственно.

Предположим, что буферный слой является воздушным ($\varepsilon_3 = 1$). В этом случае рассеяние света будет главным образом обусловлено шероховатостью основания призмы и поверхности волновода [9]. Поэтому в дальнейшем будем считать, что на отрезке нерегулярности $z_1 \leq z \leq z_p$ координаты границ слоев y_3 и y_4 при движении вдоль оси Oz испытывают случайные отклонения от средних значений \bar{y}_3 и \bar{y}_4 , а координаты границ y_1 и y_2 фиксированы. Для определенности примем модель, в которой в эквидистантных дискретных точках $z_j = z_1 + j\Delta z$ ($j = 0, N$, $\Delta z = (z_p - z_1)/N$) отрезка $z_1 \leq z \leq z_p$ функции $y_i(z)$ ($i = 3, 4$) принимают значения $y_i^{(j)} = \bar{y}_i + 0,5\Delta y(1 - r_j)$, а при $z_j \leq z \leq z_{j+1}$

$$y_i(z) = y_i^{(j)} + (z - z_j)(y_i^{(j+1)} - y_i^{(j)})/\Delta z \quad (i = 3, 4). \quad (18)$$

Здесь r_j – независимые (при различных j) случайные числа, равномерно распределенные на отрезке $(0,1)$, Δy – амплитуда колебаний функций $y_i(z)$. В рамках данной модели автокорреляционная функция $\rho(\tau) = \langle y_i(z)y_i(z + \tau) \rangle$ процессов $y_i(z)$ имеет вид

$$\rho(\tau) = \overline{y_i^2} \left[\frac{7}{6} - \frac{3}{2}\delta + \frac{1}{2}\delta^2 - \frac{1}{2}(1 - \delta)^3 \right] \quad (\delta < 1),$$

$$\rho(\tau) = \frac{\overline{y_i^2}(2 - \delta)^3}{6} \quad (1 < \delta < 2), \quad \rho(\tau) = 0 \quad (\delta > 2),$$

где $\overline{y_i^2} = (\bar{y}_i)^2 + (\Delta y)^2/12$, $\delta = \tau/\Delta z$.

Для вычисления коэффициентов системы (11) $D_{\nu\mu}$ заметим, что дифференцирование ступенчатой функции $\varepsilon(y, z)$ в (12) приводит к появлению дельта-функций Дирака. Их интегрирование дает аналитический результат:

$$D_{\nu\mu}(z) = [h_\mu^2(z) - h_\nu^2(z)]^{-1} \left[(\varepsilon_3 - \varepsilon_4) \left(\varphi_\nu \varphi_\mu \frac{dy}{dz} \right)_{y=y_4(z)} + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \left(\varphi_\nu \varphi_\mu \frac{dy}{dz} \right)_{y=y_3(z)} \right], \quad (19)$$

где под dy/dz понимаются производные функций (18).

Возбуждающий пучок зададим при помощи планарного дипольного источника излучения, расположенного на высоте y_x от основания призмы. В этом случае

$$f(y, z) = -\frac{i}{\pi} \delta(y - y_s) \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sigma_n \exp(-ik_z z + i\sigma_n y_s) \int_{-\infty}^{\infty} dz' E_{xi}(0, z') \exp(ik_z z'), \quad (20)$$

где $\delta(y - y_s)$ – дельта-функция Дирака, $\sigma_n = \sigma_n(k_z) = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_n - k_z^2}$, $E_{xi}(y, z)$ – поле возбуждающего пучка в призме ($y = 0$ – плоскость основания призмы). Для гауссова пучка единичной амплитуды и радиуса w , сфокусированного на основание призмы, $E_{xi}(0, z) = \exp[-(z/w)^2 - ik_{z0} z]$, где $k_{z0} = k_0 \sin \theta \sqrt{\varepsilon_n}$, θ – угол падения пучка, тогда внутренний интеграл в (20) пропорционален экспоненте $\exp[-w^2(k_z - k_{z0})^2/4]$. Поэтому если, как это имеет место в большинстве представляющих практический интерес случаев, выполняется неравенство $k_0 w \gg 1$, то радикал $\sigma_n(k_z)$ в (20) может быть разложен в ряд Тейлора в окрестности точки $k_z = k_{z0}$. Ограничиваясь в показателе экспоненты в (20) тремя членами данного ряда, в результате интегрирования находим

$$f(y, z) = -2i\delta(y - y_s) \sigma_n^{(0)} Q^{-1} \exp[-ik_{z0} z + i\sigma_n^{(0)} y_s - (z + y_s \operatorname{tg} \theta)^2 / (wQ)^2], \quad (21)$$

где $\sigma_n^{(0)} = \sigma_n(k_{z0})$,

$$Q = \sqrt{1 + 2iy_s k_0^2 \varepsilon_n [w^2(k_0^2 \varepsilon_n - k_{z0}^2)^{1.5}]^{-1}}. \quad (22)$$

Заметим, что освещенная возбуждающим пучком область на основании призмы связи находится в диапазоне $-w < z$. Поэтому при исследовании эффектов рассеяния света естественно выбрать границы отрезка нерегулярности структуры из условий $z_1 \ll -w$, $z_p \gg w$. При достаточно большом значении y_s эти условия совместимы с неравенством $-y_s \operatorname{tg} \theta + w \ll z_1$. С другой стороны, в представляющем практический интерес случае, когда $|Q| \approx 1$, функция $f(y, z)$ вида (21) заметно отличается от нуля только в диапазоне $-y_s \operatorname{tg} \theta - w < z < -y_s \operatorname{tg} \theta + w$. Очевидно, что при указанных условиях функции $\bar{f}_v(z)$ на отрезке нерегулярности $z_1 \leq z \leq z_p$ будут иметь пренебрежимо малые значения, а амплитуды падающих мод a_v можно рассчитать аналитически, решив неоднородную систему (11) при $D_{v\mu}(z) \equiv 0$:

$$a_v = -(2ih_v^{(0)})^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ih_v^{(0)} z) \bar{f}_v(z) dz.$$

Проводя в последнем выражении интегрирование с учетом (12), (21), находим

$$a_v = \sigma_n^{(0)} (h_v^{(0)})^{-1} \sqrt{\pi} w \varphi_v(y_s, z_1) \exp[i\sigma_n^{(0)} y_0 - i(h_v^{(0)} - k_{z0}) y_0 \operatorname{tg} \theta - 0,25(h_v^{(0)} - k_{z0})^2 w^2 Q^2]. \quad (23)$$

Результаты исследования дифракционных полей в призмном устройстве связи представлены на рис. 1–4.

Расчеты выполнены при $\alpha = 1$, $y_s = d_4$, $\bar{y}_4 = 0$, $\bar{y}_3 = -d_3$, $\varepsilon_1 = 2,12314 - i \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_2 = 2,595192 - i \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_3 = 1 - i \cdot 0$, $\varepsilon_4 = 3,06145 - i \cdot 0$, $\lambda_0 = 0,6328 \text{ мкм}$, $z_i = -500 \text{ мкм}$, $z_p = 10000 \text{ мкм}$, $w = 170 \text{ мкм}$, $\theta = 1,165553 \text{ рад}$, $d_1 = 5 \text{ мкм}$, $d_2 = 3 \text{ мкм}$, $d_3 = 0,1 \text{ мкм}$, $d_4 = 500 \text{ мкм}$ (данные d_2 , d_3 , d_4 относятся к регулярной планарной структуре). Указанные значения соответствуют резонансному возбуждению основной моды волноводной пленки из оксида алюминия, расположенной на кварцевой подложке, посредством призмы связи из тяжелого флинта (координаты z_i и z_p выбраны с учетом размеров реальных призм связи). При вычислении функций (18) r_j задавались генератором случайных чисел, а Δy и Δz полагались равными $\Delta y = 0,05 \text{ мкм}$, $\Delta z = 3 \text{ мкм}$. При таком Δz интервал корреляции шероховатостей (см. функцию $\rho(\tau)$) сравним с толщиной волноводной пленки, и волноводная мода может испытывать существенное затухание, связанное с поверхностным рассеянием света [10].

Ключевым элементом вычислений является расчет корней дисперсионного уравнения (9). Рис. 1 иллюстрирует расположение данных корней на комплексной плоскости для регулярной планарной структуры при $\Delta = 1 \text{ мкм}$ (приведенный фрагмент спектра $h_v^{(0)}$ использовался в дальнейших расчетах). Из рис. видно, что призма связи и PML существенно изменяют спектр постоянных распространения мод волновода.

На рис. 2 представлены распределения интенсивности отраженного светового пучка $I(k_z)$, называемые темными m -линиями [7] (волноводная спектроскопия основана на измерении и обработке распределений именно такого типа). Под $I(k_z)$ понимается функция

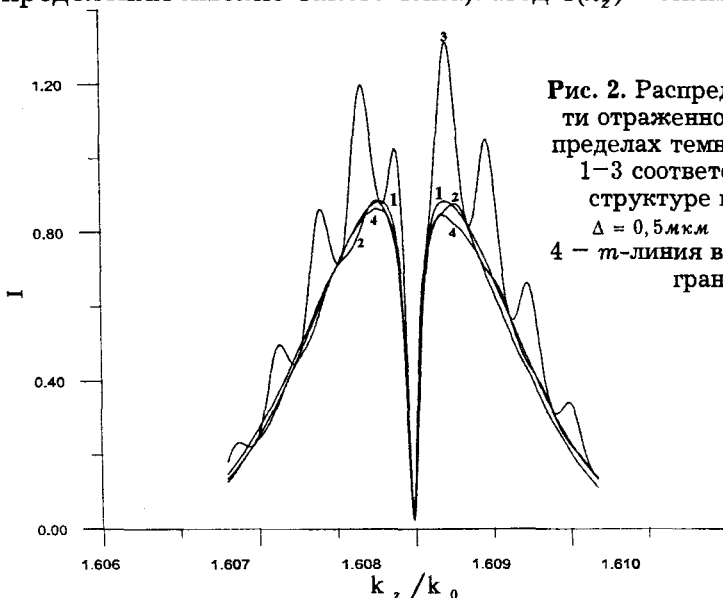


Рис. 2. Распределение интенсивности отраженного светового пучка в пределах темной m -линии. Кривые 1–3 соответствуют регулярной структуре при $\Delta \geq 0,7 \text{ мкм}$ (1), $\Delta = 0,5 \text{ мкм}$ (2), $\Delta = 0,3 \text{ мкм}$ (3); 4 — m -линия в случае шероховатых границ раздела

$$I(k_z) = \left| \left(w\sqrt{\pi} \right)^{-1} \int_{z_1}^{z_p} E_{\text{отр}}(y_0, z) \exp(ik_z z) dz \right|^2, \quad (24)$$

где

$$E_{\text{отр}}(y_0, z) = \sum_{\nu=1}^k U_{\nu}(z) \varphi_{\nu}(y_0, z) - Q^{-1} \exp[i\sigma_n^{(0)} y_0 - ik_{z0} z - (z + y_0 \operatorname{tg} \theta)^2 (wQ)^{-2}]$$

есть поле отраженного пучка на высоте y_0 от основания призмы, равное разности полного и падающего полей (коэффициент Q имеет вид (22), где y_s заменено на y_0). При расчетах использовано значение $y_0 = 1 \text{ мкм}$.

Кривые на рис. 2 рассчитаны по формулам (16), (23), (24) при условии $f_{\nu}(z) \equiv 0$, которое пояснено выше. Они соответствуют $k \geq 30$. Выбор различных k из указанного диапазона (учитывались моды планарной структуры, постоянные распространения которых были наиболее близки к постоянной распространения возбуждаемой моды) привел к совпадающим в масштабах рисунка кривым. При рассмотрении регулярной планарной структуры интегралы в (16) обращаются в нуль, поэтому несовпадение кривых 1, 2, 3 на рис. 2 объясняется отражением излучения от идеально проводящих экранов (см. рис. 1). При толщине PML $\Delta \geq 0,7 \text{ мкм}$ отражение от экранов становилось пренебрежимо малым, что выражалось в получении идентичных m -линий (кривая 1 на рис. 2). Кривая 4 на рис. 2 соответствует $\Delta = 1 \text{ мкм}$. Она рассчитана с учетом рассеяния излучения на поверхности волновода и основании призмы связи для конкретной реализации случайных процессов $y_3(z)$, $y_4(z)$. При ее построении система уравнений (16), (17) решалась методом итераций. Практически стопроцентная сходимость решения наблюдалась при 4-5 итерациях. Кривая 4 так же, как и кривые 1-3, соответствует $k \geq 30$. Необходимость учета сравнительно небольшого числа мод при описании поверхностного рассеяния света объясняется быстрым спадом коэффициентов связи мод (19) с ростом различия их постоянных распространения (модуля $|h_{\mu}^2(z) - h_{\nu}^2(z)|$). Заметим, что кривые 1 и 4 заметно отличаются, что свидетельствует о существенной роли поверхностного рассеяния. Заметим также, что задача отражения светового пучка от регулярной призмы связи имеет строгое аналитическое решение [8]. Зависимость $I(k_z)$, рассчитанная на основании данного решения, полностью совпала с кривой 1, что подтверждает корректность развитого подхода.

Зависимости, приведенные на рис. 3 и 4, рассчитаны при $\Delta = 1 \text{ мкм}$. На рис. 3 представлены распределения интенсивности отраженного пучка $|E_{\text{отр}}(y_0, z)|^2$ вблизи основания призмы связи для регулярной планарной структуры. Они иллюстрируют процесс образования трека моды [7], связанный с переизлучением энергии моды в призму связи и сходимость решения в зависимости от числа учи-

тываемых мод структуры. Как показали расчеты, кривая 1 рис. 3 находится в полном согласии с результатами точного решения [8].

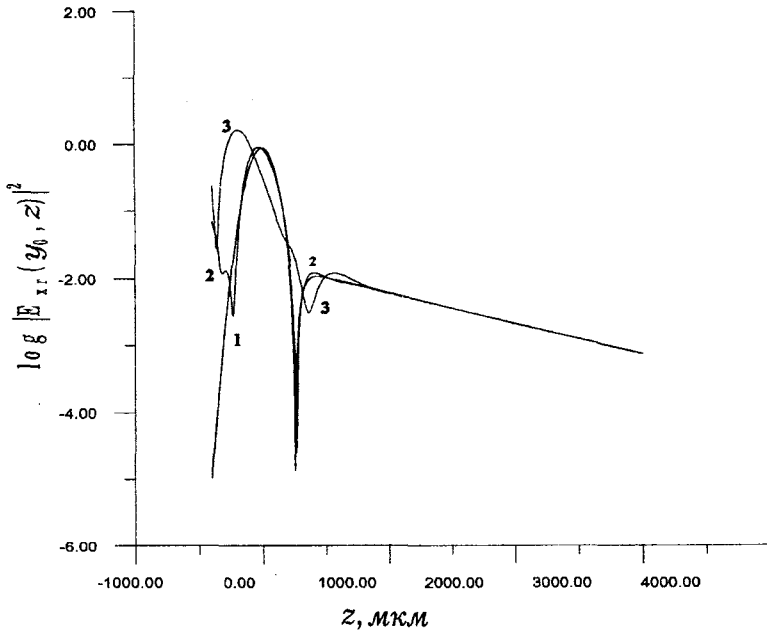


Рис. 3. Распределения интенсивности отраженного пучка в регулярной планарной структуре при $y_0 = 1 \text{ мкм}$ и числе учитываемых мод ≥ 30 (1), 14 (2), 7(3)

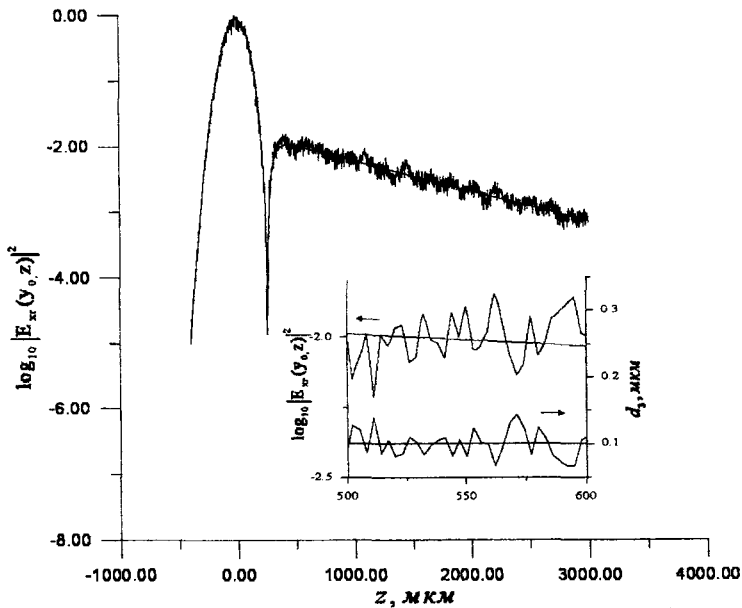


Рис. 4. Распределения интенсивности отраженного пучка при $y_0 = 1 \text{ мкм}$ в регулярной и нерегулярной структурах (плавная и колеблющаяся кривые). На вставке – увеличенный фрагмент данного распределения и зависимость толщины буферного слоя от z (горизонтальная линия $d_3(z)$ для регулярной структуры)

Рис. 4 иллюстрирует модификацию распределения $|E_{xr}(y_0, z)|^2$, вызванную рассеянием излучения на шероховатых границах раздела сред. Представленные кривые соответствуют $k = 30$. Согласно рис. 4 наиболее отчетливо влияние шероховатости границ раздела сред на отраженное поле наблюдается вдали от центра пучка, т. е. в области сформированного трека моды. Отметим также, что колебания толщины буферного слоя и отраженной интенсивности находятся, с хорошим приближением, в противофазе (см. вставку к рис. 4).

Практический интерес представляет решение обратной задачи волноводной спектроскопии по восстановлению комплексной постоянной распространения возбуждаемой волноводной моды путем обработки распределения $I(k_z)$ [7].

Обработав кривую 1 на рис. 2 с использованием известного алгоритма [8], мы получили $\bar{h}/k_0 = 1,6079854 - i5,305 \cdot 10^{-5}$, $h/k_0 = 1,6079714 - i3,104 \cdot 10^{-5}$, где \bar{h} – постоянная распространения исследуемой моды в присутствии призмы связи, h – постоянная распространения данной моды в отсутствие призмы связи. Для сравнения: точное значение h/k_0 составляет $1,6079733 - i3,106 \cdot 10^{-5}$. Полученная погрешность решения находится на том же уровне, что и в подходе [8]. Это еще раз подтверждает эффективность использования РМЛ.

Аналогичная обработка кривой 4 на рис. 2 привела к результату $\bar{h}/k_0 = 1,6079852 - i5,372 \cdot 10^{-5}$, $h/k_0 = 1,6079706 - i3,089 \cdot 10^{-5}$. Последнее значение находится в удовлетворительном согласии с точным, относящимся к регулярному волноводу. Заметим, что расчет зависимости модуля амплитуды основной моды свободного (в отсутствие призмы связи) волновода, прошедшей отрезок волновода с шероховатой поверхностью от длины этого отрезка путем решения уравнений (16), (17), показал, что полное (вызванное рассеянием и поглощением света) затухание данной моды может быть охарактеризовано коэффициентом $\text{Im}(h/k_0) = -3,163 \cdot 10^{-5}$. Сопоставление всех представленных значений h/k_0 позволяет заключить, что использованный алгоритм решения обратной задачи волноводной спектроскопии [8] осуществляет “фильтрацию” влияния буферного слоя, имеющего как фиксированную, так и стохастически колеблющуюся толщину.

Итак, в работе показано, что использование РМЛ открывает возможность сравнительно простого расчета дифракционных полей в открытых планарных структурах. Продемонстрирована эффективность известного алгоритма решения обратной задачи волноводной спектроскопии при наличии шероховатостей на границах раздела сред. Разработанный подход может быть применен для исследования дифракционных эффектов в пространственно-ограниченном призмном устройстве возбуждения планарных оптических волноводов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Taflove, A.** Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method / A. Taflove, S.C. Hagness // Artech House. Boston. - 2000. - P. 839.
2. **Liu, Y.C.** Optical birefringence and polarization dependent loss of square- and rectangular- lattice holey fibers with elliptical air holes: numerical analysis / Y.C. Liu, Y. Lai // Opt. Express. - 2005. - Vol. 13. - № 1. - P. 225-235.
3. **Шевченко, В.В.** Плавные переходы в открытых волноводах / В.В. Шевченко. - М.: Наука, 1969. - 191 с.
4. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition / Z.S. Sacks [et al.] // IEEE Trans. Antennas Propagat. - 1995. - Vol. 43. - № 12. - P. 1460 - 1463.
5. **Романенко, А.А.** Решение дисперсионных уравнений для планарных волноводов в случае комплексных корней / А.А. Романенко, А.Б. Сотский // ЖТФ. - 1998. - Т. 68. - № 4. - С. 88-95.
6. **Сотский, А.Б.** К расчету комплексных корней трансцендентных уравнений / А.Б. Сотский // Доклады АН Беларуси. - 2001. - Т. 45. - № 3. - С. 18-21.
7. **Хомченко, А.В.** Волноводная спектроскопия тонких пленок / А.В. Хомченко. - Минск: БГУ, 2002. - 222 с.
8. **Сотский, А.Б.** Анализ распределения интенсивности отраженного пучка в схеме призмного возбуждения диэлектрических волноводов / А.Б. Сотский, А.А. Романенко, А.В. Хомченко, И.У. Примак // Радиотехника и электроника. - 1999. - Т. 44. - № 6. - С. 687 - 695.
9. **Унгер, Х.Г.** Планарные и волоконные оптические волноводы / Х.Г. Унгер. - М.: Мир, 1980. - 656 с.
10. **Маркузе, Д.** Оптические волноводы / Д. Маркузе. - М.: Мир, 1974. - 576 с.